

T H E S E

PRESENTEE A  
L'ECOLE NATIONALE DES PONTS ET CHAUSSEES  
POUR L'OBTENTION DU TITRE DE DOCTEUR-INGENIEUR  
(Génie Civil : Mécanique et Structures)

PAR  
SAÏD ASSADI  
Ingénieur ENPC

COMPORTEMENT NON LINEAIRE DES BATIMENTS NUCLEAIRES  
, CONSTITUES DE VOILES A FAIBLE ELANCEMENT,  
SOUS CHARGEMENT ALTERNE

VOLUME II  
ANNEXES

soutenu le 29 avril 1985 devant la Commission d'examen :

MM. R. LACROIX	Président
B. FOURE	Rapporteur
C. COLADANT	
JL. COSTAZ	
B. HALPHEN	Examineurs
Y. MALIER	

5832

NS 12765(3) t.2  
NS 12465(3) X  
t.2

T H E S E

PRESENTEE A  
L'ECOLE NATIONALE DES PONTS ET CHAUSSEES  
POUR L'OBTENTION DU TITRE DE DOCTEUR-INGENIEUR  
(Génie Civil : Mécanique et Structures)

PAR  
SAÏD ASSADI  
Ingénieur ENPC

COMPORTEMENT NON LINEAIRE DES BATIMENTS NUCLEAIRES  
, CONSTITUES DE VOILES A FAIBLE ELANCEMENT,  
SOUS CHARGEMENT ALTERNE

VOLUME II  
ANNEXES

soutenu le 29 avril 1985 devant la Commission d'examen :

MM. R. LACROIX           Président  
B. FOURE               Rapporteur  
C. COLADANT  
JL. COSTAZ  
B. HALPHEN           Exam  
Y. MALIER



09

## TABLE DES MATIERES

---

### VOLUME 2

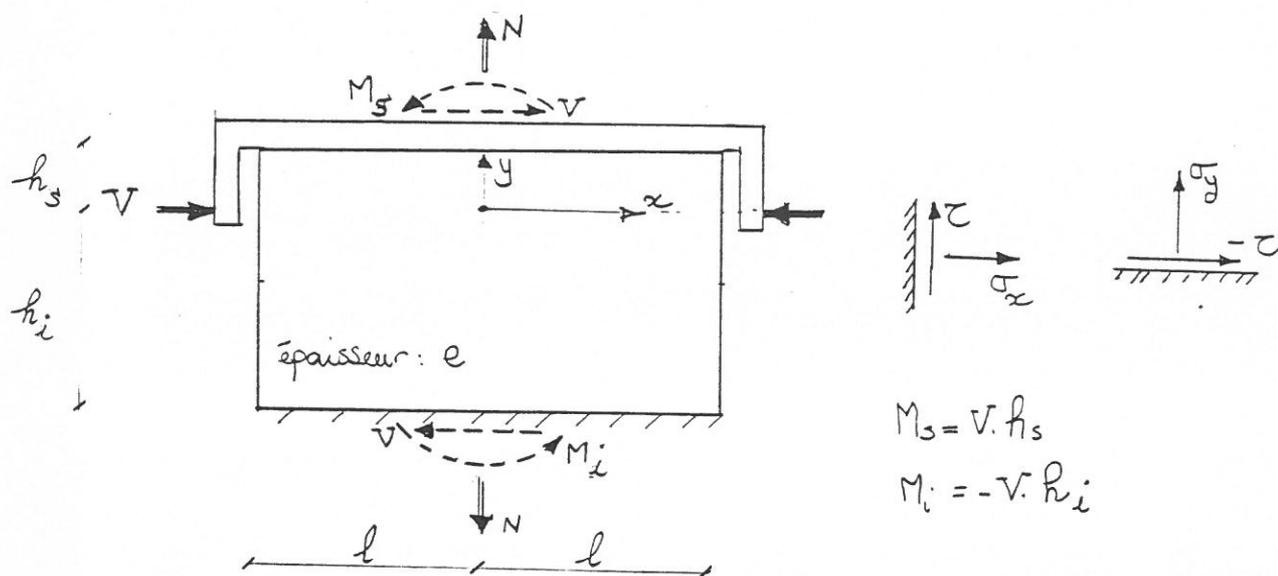
<u>ANNEXE 1</u>	-	Calcul du voile avant fissuration (élasticité linéaire)	1
<u>ANNEXE 2</u>	-	Calcul de la charge maximale ( $V_u$ )	20
<u>ANNEXE 3</u>	-	Calcul de la charge de plastification des armatures ( $V_p$ )	29
<u>ANNEXE 4</u>	-	Enregistrements graphiques des courbes "force-déplacement"	33
<u>ANNEXE 5</u>	-	Sommets des cycles de chargement expérimentaux (représentation à deux échelles différentes du déplacement)	55
<u>ANNEXE 6</u>	-	Evolution du raccourcissement du béton ( $\epsilon_b$ ) dans les directions diagonales du voile	69
<u>ANNEXE 7</u>	-	Courbes approchées (segments droits ; représentation non linéaire) de la courbe enveloppe.	84
<u>ANNEXE 8</u>	-	Evolution de la rigidité ( $R/R_0$ ) en fonction de la distorsion ( $d/H$ )	92
<u>ANNEXE 9</u>	-	Calcul de l'aire des cycles d'hystéresis ; calcul des amortissements ( $\xi$ )	102
<u>ANNEXE 10</u>	-	Contrainte du cisaillement maximale $\tau_u$ en fonction de $\sqrt{f_{cj}}$ et $(\omega_v \cdot f_{ev} + \sigma_n)$ ; représentation graphique dans les différents cas	121

ANNEXE 1

Calcul du voile avant fissuration  
(élasticité linéaire)

# Calcul du voile dans la zone "avant fissuration" (Elasticité Linéaire)

## 1. Sollicitations & notations



Cas général : un voile de faible élancement ( $\frac{h_s + h_i}{2l} \ll 1.0$ ), sollicité par une force horizontale et une force verticale (voir figure ci-dessus).

## 2. Conditions aux limites

$$\text{Bords libres : } \tau_x(\pm l, y) = 0 \quad \forall y \quad (1)$$

$$\tau(\pm l, y) = 0 \quad \forall y \quad (2)$$

$$\text{Bords chargés : } \int_{-l}^{+l} \sigma_y(x, +h_H) dx = +\frac{N}{e} \quad (3)$$

$$\int_{-l}^{+l} \sigma_y(x, -h_B) dx = +\frac{N}{e} \quad (4)$$

$$\int_{-l}^{+l} \sigma_y(x, +h_s) x dx = \frac{M_s}{e} = \frac{V h_s}{e} \quad (5)$$

$$\int_{-l}^{+l} \sigma_y(x, -h_i) x dx = \frac{M_i}{e} = \frac{V h_i}{e} \quad (5)$$

$$\int_{-l}^{+l} \tau(x, +\frac{h}{2}) dx = \frac{V}{e} \quad (7)$$

### 3. Hypothèses

- Les forces de volume sont supposées négligeables;
- Contraintes planes :

$$\sigma_x = f_x(x, y)$$

$$\sigma_y = f_y(x, y)$$

$$\tau = f_z(x, y)$$

- La fonction d'Airy  $\psi$  (fonction de contrainte) est représentée par un polynôme du 4<sup>e</sup> degré :

$$\psi(x, y) = a_1 x^2 + a_2 xy + a_3 y^2 + b_1 x^3 + b_2 x^2 y + b_3 xy^2 + b_4 y^3 + c_1 x^4 + c_2 x^3 y + c_3 x^2 y^2 + c_4 xy^3 + c_5 y^4$$

Dans ce cas, on doit satisfaire aux conditions d'équilibre et de Compatibilité suivantes :

$$\text{(Equilibre)} \quad \left\{ \begin{array}{l} \sigma_x = \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} \\ \sigma_y = \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} \\ \tau = -\frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial y} \end{array} \right.$$

$$\text{(Compatibilité)} \quad \left\{ \Delta \Delta \psi \equiv 0 : \frac{\partial^4 \psi}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 \psi}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 \psi}{\partial y^4} \equiv 0 \right.$$

#### 4. Calcul des Contraintes

4.

D'après les expressions d'équilibre, on a :

$$\sigma_x = 2a_3 + 2b_3x + 6b_4y + 2C_3x^2 + 6C_4xy + 12C_5y^2$$

$$\sigma_y = 2a_1 + 6b_1x + 2b_2y + 12C_1x^2 + 6C_2xy + 2C_3y^2$$

$$\tau = -a_2 - 2b_2x - 2b_3y - 3C_2x^2 - 4C_3xy - 3C_4y^2$$

L'application des Conditions aux limites donne :

Condition (1) :

$$\begin{cases} b_3 = b_4 = C_4 = C_5 = 0 \\ a_3 + C_3l^2 = 0 \end{cases}$$

Condition (2) :

$$\begin{cases} b_2 = b_3 = C_3 = C_4 = 0 ; C_3 = 0 \text{ alors } a_3 = 0 \\ a_2 + 3C_2l^2 = 0 \end{cases}$$

La fonction d'Airy se simplifie et prend la forme :

$$\psi(x, y) = a_1x^2 - 3C_2l^2xy + a_3y^2 + b_1x^3 + C_1x^4 + C_2x^3y$$

La Condition :

$$\Delta(\Delta\psi) \equiv 0 \quad ;$$

$$\text{Conduit à : } \begin{cases} C_1 = 0 \end{cases}$$

Les fonctions de Contraintes s'écrivent alors :

$$\sigma_x \equiv 0$$

$$\sigma_y = 2a_1 + 6b_1x + 6C_2xy.$$

$$\tau = 3C_2l^2 - 3C_2x^2 \quad \text{avec } (a_2 = -3C_2l^2)$$

Condition (3) ou (4) :

$$\| a_1 = \frac{N}{4el}$$

Condition (5) :

$$\| b_1 + C_2 h_s = \frac{M_s}{4el^3}$$

Condition (6) :

$$\| b_1 - C_2 h_i = \frac{M_i}{4el^3}$$

$$\| b_1 = 0$$

$$\| C_2 = \frac{V}{4el^3}$$

Condition (7) :

$$\| C_2 = \frac{V}{4el^3}$$

$$\frac{a_2 + 3C_2 l^2 = 0}{\text{Condition (2)}} \rightarrow$$

$$\| a_2 = \frac{-3V}{4el}$$

Finalement, les contraintes s'expriment par les formules suivantes :

$$\begin{aligned} \sigma_x &\equiv 0 \\ \sigma_y &= \frac{N}{2el} + \frac{3V}{2el^3} (xy) \\ \tau &= \frac{3V}{4el^3} (l^2 - x^2) \end{aligned} \quad (8)$$

Cette solution est identique à celle obtenue par les théories élémentaires de la résistance des matériaux (étude des solides à ligne moyenne : les poutres). Elle n'est valable que si les contraintes  $\sigma_y$  et  $\tau$  sont distribuées, selon les expressions données ci-dessus, le long des bords  $y = +h_s$ ,  $y = -h_i$ . Dans le cas contraire et d'après le principe de Saint Venant, la solution obtenue est suffisamment approchée à une distance suffisante

de la section d'application de la charge.

6.

### 5. Calcul des déformations

En élasticité linéaire, la relation entre les déformations ( $\epsilon_{ij}$ ) et les contraintes ( $\sigma_{ij}$ ) s'écrit :

$$\epsilon_{ij} = \frac{-\nu}{E} \sigma_{kk} \delta_{ij} + \frac{1+\nu}{E} \sigma_{ij}$$

$$\sigma_z = \sigma_{zx} = \sigma_{xz} = \sigma_{yz} = \sigma_{zy} = 0 \quad (\text{Contraintes planes})$$

d'où :

$$\boxed{\begin{aligned} \epsilon_x = \epsilon_z &= -\frac{\nu}{E} \sigma_y \\ \epsilon_y &= \frac{1}{E} \sigma_y \\ \epsilon_{xy} &= \frac{(1+\nu)}{E} \tau \end{aligned}} \quad (9)$$

### 6. Calcul des déplacements

Dans l'hypothèse des petites perturbations (H.P.P.), on écrit :

$$\left\{ \begin{aligned} \epsilon_{ij} = D_{ij} &= \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_i}{\partial j} + \frac{\partial v_j}{\partial i} \right) && (\text{déformation} \cong \text{taux de déformations}) \\ \omega_{ij} = \Omega_{ij} &= \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_i}{\partial j} - \frac{\partial v_j}{\partial i} \right) && (\text{rotations} \cong \text{taux de rotations}) \end{aligned} \right.$$

U et V étant les déplacements selon les axes x et y, on obtient :

$$\left\{ \begin{aligned} \epsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} \\ \epsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y} \\ \epsilon_{xy} &= \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \longrightarrow \epsilon_{xy} + \omega_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} \\ \omega_{xy} &= \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x} \right) \longrightarrow \epsilon_{xy} - \omega_{xy} = \frac{\partial v}{\partial x} \end{aligned} \right.$$

La différentielle totale de  $u$ ,  $v$  et  $w_{xy}$  se calcule :

7.

$$\left\{ \begin{aligned} dw_{xy} &= \frac{\partial w_{xy}}{\partial x} dx + \frac{\partial w_{xy}}{\partial y} dy = \left[ \frac{\partial \varepsilon_x}{\partial y} - \frac{\partial \varepsilon_{xy}}{\partial x} \right] dx + \left[ \frac{\partial \varepsilon_{xy}}{\partial y} - \frac{\partial \varepsilon_y}{\partial x} \right] dy \\ du &= \frac{\partial u}{\partial x} dx + \frac{\partial u}{\partial y} dy = \varepsilon_x dx + (\varepsilon_{xy} + w_{xy}) dy \\ dv &= \frac{\partial v}{\partial x} dx + \frac{\partial v}{\partial y} dy = (\varepsilon_{xy} - w_{xy}) dx + \varepsilon_y dy \end{aligned} \right.$$

En remplaçant  $\varepsilon_x$ ,  $\varepsilon_{xy}$  et  $\varepsilon_y$  par leurs expressions ;  $u$ ,  $v$  et  $w_{xy}$  se réduisent à ( $I = \frac{2}{3} e l^3$ ) :

$$* dw_{xy} = \frac{V}{EI} x dx - \frac{V}{EI} y dy$$

$$\frac{\partial w_{xy}}{\partial x} = \frac{V}{EI} x \Big|_0^x \Rightarrow w_{xy} = \frac{V}{2EI} x^2 + f_w(y) ; \frac{\partial f_w(y)}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial w_{xy}}{\partial y} = f'_w(y) = -\frac{V}{EI} y \Big|_{-h_i}^y \Rightarrow f_w(y) = -\frac{V}{2EI} (y^2 - h_i^2) + g_w(x) ; \frac{\partial g_w(x)}{\partial y} = 0$$

Comme  $\frac{\partial f_w(y)}{\partial x} = g'_w(x) = 0$  alors  $g_w(x) = \text{Constante} = K$

d'où :

$$\boxed{w_{xy} = \frac{V}{2EI} (x^2 - y^2 + h_i^2 + K)} \quad (10-1)$$

$$* du = \left( -\frac{\partial N}{EB} - \frac{\partial V}{EI} xy \right) dx + \left( \frac{(1+\nu)V}{2EI} (l^2 - x^2) + \frac{V}{2EI} (x^2 - y^2 + h_i^2) + K \right) dy$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{\partial N}{EB} - \frac{\partial V}{EI} xy \Big|_0^x ; B = 2le$$

$$u = -\frac{\partial N}{EB} x - \frac{\partial V}{2EI} x^2 y + f_u(y) ; \frac{\partial f_u(y)}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial V}{2EI} x^2 + f'_u(y) = \frac{(1+\nu)V}{2EI} (l^2 - x^2) + \frac{V}{2EI} (x^2 - y^2 + h_i^2 + K)$$

$$f'_u(y) = \frac{V}{2EI} \left[ (1+\nu)(l^2 - x^2) + \nu x^2 + x^2 - y^2 + h_i^2 + K \right] \Big|_{-h_i}^y$$

$$f_u(y) = \frac{V}{2EI} \left[ (1+\nu) l^2 (y+h_i) + K (y+h_i) + \frac{1}{3} (y-2h_i)(y+h_i)^2 \right] + g_u(x)^8.$$

Comme  $u(0, -h_i) \equiv 0$  alors  $g_u(x) \equiv 0$  et Finalement :

(10-2)

$$u(x, y) = \frac{V}{2EI} \left[ -\nu x^2 y - \frac{1}{3} (y-2h_i)(y+h_i)^2 + (1+\nu) l^2 (y+h_i) + K (y+h_i) \right] - \frac{\nu N}{EB} x$$

$$dV = \left[ \frac{(1+\nu)V}{2EI} (l^2 - x^2) - \frac{V}{2EI} (x^2 - y^2 + h_i^2 + K) \right] dx + \left[ \frac{N}{EB} + \frac{V}{EI} xy \right] dy$$

$$\frac{\partial V}{\partial x} = \frac{V}{2EI} \left[ (1+\nu) l^2 - (2+\nu) x^2 + (y^2 - h_i^2) - K \right] \Big|_0^x$$

$$V = \frac{V}{2EI} \left[ (1+\nu) l^2 x - \frac{1}{3} (2+\nu) x^3 + x (y^2 - h_i^2) - K x \right] + f_v(y) ; \frac{\partial f_v(y)}{\partial x} \equiv 0$$

$$\frac{\partial V}{\partial y} = \frac{V}{2EI} (2yx) + f_v'(y) = \frac{N}{EB} + \frac{V}{EI} xy$$

$$f_v'(y) = \frac{N}{EB} \Big|_{-h_i}^y ; f_v(y) = \frac{N}{EB} (y+h_i) + g_v(x)$$

Comme  $v(0, -h_i) \equiv 0$  alors  $g_v(x) \equiv 0$  et finalement :

(10-3)

$$v(x, y) = \frac{V}{2EI} \left[ (y^2 - h_i^2) x - \frac{1}{3} (2+\nu) x^3 + (1+\nu) l^2 x - K x \right] + \frac{N}{EB} (y+h_i)$$

Dans les formules (10),  $\nu$ ,  $I$ ,  $B$  sont respectivement le coefficient de poisson, l'inertie et la section horizontale du voile. Le coefficient  $K$  est une constante qui dépend des conditions d'encastrement au bord  $y = -h_i$ , pour une console chargée par une force  $V$  appliquée en  $y = 0$ .

Il faut noter que les formules (10) ne sont valables que pour  $-h_i \leq y \leq 0$ ,  $-l \leq x \leq +l$ .

## 7. Correction de la solution élémentaire

9.

### 7.1. Déplacement selon (y)

Du fait que les bordures du voile sont très rigides, on impose à la section  $y = -h_i$  de rester plane dans son déplacement, soit :

$$v(x, -h_i) = ax + b$$

Comme le déplacement  $v(x, y)$ , dans son expression finale, contient un terme de " $x^3$ ", il faut donc, pour réaliser cette condition, lui superposer le terme :

$$\Delta v_0 = \frac{(2+\nu)x^3 V}{6EI} \quad (11)$$

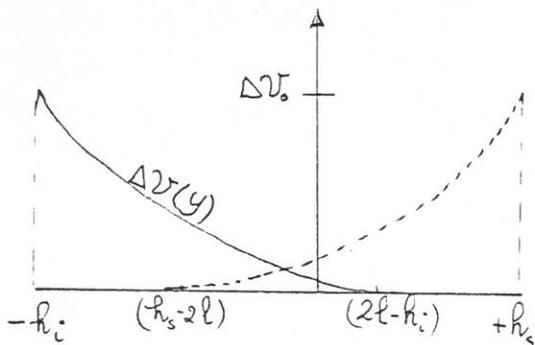
En admettant, d'après le principe de Saint Venant, qui a une distance  $(2l)$  du bord où la planéité est imposée<sup>(\*)</sup>, le déplacement retrouverait l'expression donnée par la théorie élémentaire (10-3), et que  $\Delta v(y)$  varie paraboliquement avec  $y$  ( $\Delta v(y) = \alpha (y + \beta)^2$ ), on a :

$$\Delta v(y) = \frac{\Delta v_0}{4l^2} [y - (2l - h_i)]^2 \quad -h_i \leq y \leq 2l - h_i$$

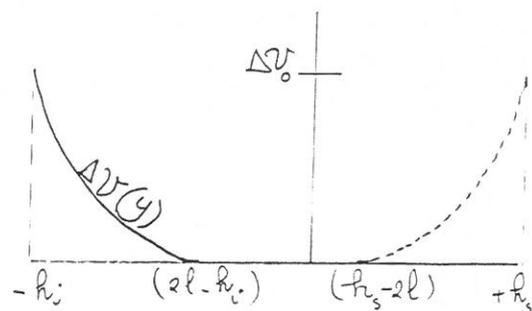
(\*) Principe de Saint Venant.

$$\Delta v(y) = \Delta v_0 \quad \text{à } y = -h_i$$

$$\Delta v(y) = 0 ; \quad \partial \Delta v(y) / \partial y = 0 \quad \text{à } y = 2l - h_i$$



Cas  $(h_i + h_s) < 2l$



Cas  $(h_i + h_s) > 2l$

A ce déplacement correspond la contrainte  $(\Delta\sigma_y = E \frac{\partial \Delta v(y)}{\partial y})$  : 10.

$$\Delta\sigma_y = E \frac{\Delta v_0}{2l^2} [y - (2l - h_i)]$$

La réalisation de la condition précédente pour la bordure supérieure donne :

$$\Delta v(y) = \frac{\Delta v_0}{4l^2} [y + (2l - h_s)]^2 ; h_s - 2l \leq y \leq +h_s$$

$$\Delta\sigma_y = E \frac{\Delta v_0}{2l^2} [y + (2l - h_s)]$$

Compte tenu du fait qu'on est dans le cas  $(h_i + h_s) < 2l$ , les deux effets de bord ( $y = +h_s$ ;  $y = -h_i$ ) se superposent dans la zone centrale ( $h_s - 2l \leq y \leq 2l - h_i$ ). En remplaçant  $\Delta v_0$  par son expression (11),  $\Delta\sigma_y$  s'exprime donc dans les différents intervalle par :

$$(12) \begin{cases} \Delta\sigma_y = \frac{(2+\nu)V}{8el^5} x^3 [y - (2l - h_i)] ; -h_i \leq y \leq h_s - 2l \\ \Delta\sigma_y = \frac{(2+\nu)V}{8el^5} x^3 [2y + h_i - h_s] ; h_s - 2l \leq y \leq 2l - h_i \\ \Delta\sigma_y = \frac{(2+\nu)V}{8el^5} x^3 [y + (2l - h_s)] ; 2l - h_i \leq y \leq h_s \end{cases}$$

Effort normal ( $\Delta N_y$ ) et moment fléchissant ( $\Delta M$ ) résultant de cette distribution  $\Delta\sigma_y$  s'écrivent :

$$\Delta N = e \int_{-l}^{+l} \Delta\sigma_y dx = \dots [x^4]_{-l}^{+l} = 0$$

$$\Delta M = e \int_{-l}^{+l} \Delta\sigma_y x dx = \dots [x^5]_{-l}^{+l} = \dots \frac{e}{5} [2l^5]$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta M = \frac{(2+\nu)V}{20} [y - (2l - h_i)] \quad ; \quad -h_i \leq y \leq h_s - 2l \\ \Delta M = \frac{(2+\nu)V}{20} [2y + h_i - h_s] \quad ; \quad h_s - 2l \leq y \leq 2l - h_i \\ \Delta M = \frac{(2+\nu)V}{20} [y + (2l - h_s)] \quad ; \quad 2l - h_i \leq y \leq +h_s \end{array} \right.$$

Dans une section d'ordonnée  $y$ , le moment extérieur ( $M = Vy$ ) est équilibré par la somme : du moment dû <sup>aux</sup> contraintes  $\sigma_y$  calculées en poutre, réparties linéairement selon (8), et du moment des contraintes de gauchissement généralisé ( $\Delta\sigma_y$ ) réparties selon (12) ( $\Delta M$ ).

on peut supposer (ce qui est une approximation, car  $\Delta M$  résulte de  $\Delta v$  calculé avec  $M$  "total") que :

ou bien

$$\begin{aligned} K_\sigma(y) \cdot M + \Delta M &= M \\ K_\sigma(y) \cdot Vy + \Delta M &= Vy \end{aligned}$$

Finalement, en tirant la valeur de  $K_\sigma(y)$  dans chacune des trois zones, l'expression de la contrainte  $\sigma_y$  sera :

$\sigma_y(x, y) = \frac{3V}{2el^3} K_\sigma(y) xy + \Delta\sigma_y(x, y)$	
$K_\sigma(y) = 1 - \frac{(2+\nu)}{20} \left(1 - \frac{2l - h_i}{y}\right)$	$; \quad -h_i \leq y \leq h_s - 2l$
$\Delta\sigma_y = \frac{(2+\nu)Vx^3}{8el^5} [y - (2l - h_i)]$	
$K_\sigma(y) = 1 - \frac{(2+\nu)}{20} \left(2 + \frac{h_i - h_s}{y}\right)$	$; \quad h_s - 2l \leq y \leq 2l - h_i$
$\Delta\sigma_y = \frac{(2+\nu)Vx^3}{8el^5} [2y + h_i - h_s]$	$(13)$
$K_\sigma(y) = 1 - \frac{(2+\nu)}{20} \left(1 + \frac{2l - h_s}{y}\right)$	$; \quad 2l - h_i \leq y \leq +h_s$
$\Delta\sigma_y = \frac{(2+\nu)Vx^3}{8el^5} [y + (2l - h_s)]$	

## 7.2- Déplacement selon (x)

12.

Du fait de la grande rigidité des bordures, le déplacement  $u$  doit être indépendant de "x" aux bords  $y = -h_i$  et  $y = +h_s$ . Autrement dit, la déformation  $\epsilon_x$  doit y être nulle. Pour satisfaire cette condition, il faut superposer à l'expression de  $u(x, y)$  (10-2), un terme  $\Delta u_0$  lui rendant indépendant de l'abscisse "x". Ce terme est :

$$\Delta u_0 = \frac{V}{2EI} (+\partial x^2 y) + \frac{\partial N}{EB} x \quad ; \quad \begin{cases} y = -h_i \\ y = +h_s \end{cases}$$

A ce déplacement correspond la contrainte ( $\Delta \sigma_x = E \frac{\partial \Delta u_0}{\partial x}$ ) :

$$\begin{cases} \Delta \sigma_x = -\frac{V}{I} (\partial h_i x) + \frac{\partial N}{B} & ; \quad y = -h_i \\ \Delta \sigma_x = \frac{V}{I} (\partial h_s x) + \frac{\partial N}{B} & ; \quad y = +h_s \end{cases}$$

En admettant que  $\Delta \sigma_x(y)$  soit fonction linéaire de "y" ( $\Delta \sigma_x(y) = \alpha(y + \beta)$ ), et qu'elle s'annule à  $y = (2l - h_i)$  (effet du bord inférieur) et à  $y = (h_s - 2l)$  (effet du bord supérieur), on aura donc respectivement :

$$\Delta \sigma_x(y) = \left[ \frac{3V}{4el^4} (\partial h_i x) - \frac{\partial N}{2lB} \right] [y - (2l - h_i)]$$
$$\Delta \sigma_x(y) = \left[ \frac{3V}{4el^4} (\partial h_s x) + \frac{\partial N}{2lB} \right] [y + (2l - h_s)]$$

Dans chacune des trois zones :

(14)

$$\Delta\sigma_x(y) = \left[ \frac{3V}{4el^4} x h_i - \frac{\partial N}{2lB} \right] [y - (2l - h_i)] \quad -h_i \leq y \leq h_3 - 2l$$

$$\Delta\sigma_x(y) = \left[ \frac{3V}{4el^4} x (h_i + h_3) \right] y + \left[ \frac{3V}{2el^3} x (h_3 - h_i) + \frac{2\partial N}{B} \right] + \left[ \frac{3V}{4el^4} x (h_i - h_3) - \frac{\partial N}{2lB} \right] (h_i + h_3) \quad h_3 - 2l \leq y \leq 2l - h_i$$

$$\Delta\sigma_x(y) = \left[ \frac{3V}{4el^4} (\partial h_3 x) + \frac{\partial N}{2lB} \right] [y + (2l - h_3)] \quad 2l - h_i \leq y \leq +h_3$$

Comme 1<sup>o</sup> approximation, on ne respecte pas la condition limite  $\Delta\sigma_x = 0$  en  $x = \pm l$ . Effort tangent et moment fléchissant résultant de cette distribution

$\Delta\sigma_x(y)$ , s'écrivent :

$$\Delta V = e \int_{-l}^{+l} \Delta\sigma_x(y) dx = \dots [x^2]_{-l}^{+l} + \dots [x]_{-l}^{+l} = \dots [2l]$$

d'où

$$\Delta V = -\frac{\partial Ne}{B} [y - (2l - h_i)] \quad -h_i \leq y \leq h_3 - 2l$$

$$\Delta V = \frac{\partial Ne}{B} [4l - (h_i + h_3)] \quad h_3 - 2l \leq y \leq 2l - h_i$$

$$\Delta V = \frac{\partial Ne}{B} [y + (2l - h_3)] \quad 2l - h_i \leq y \leq +h_3$$

et, bien sur, un moment résultant nul. Finalement  $\sigma_x(y)$  vaut :

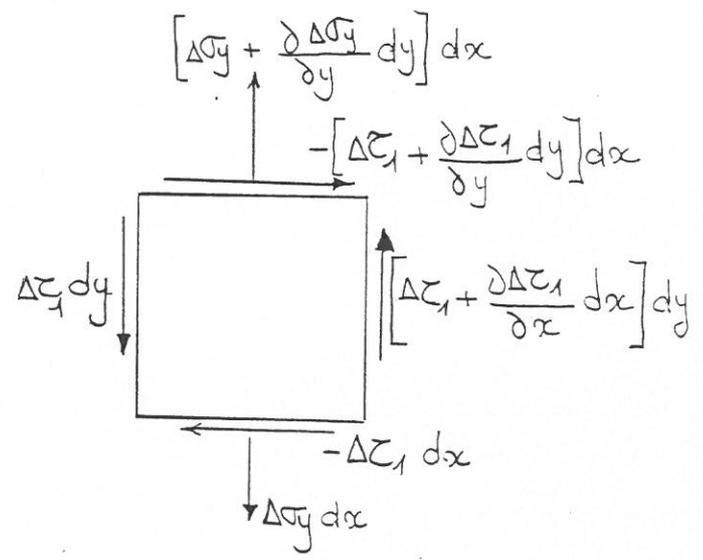
$$\sigma_x(y) = \Delta\sigma_x(y)$$

### 7.3 - Correction de la distribution des Cisaillement :

Les contraintes normales  $\Delta\sigma_y(y)$  et  $\Delta\sigma_x(y)$  dû au gauchissement gêné des deux bordures supérieure et inférieure, résultent des contraintes de cisaillement  $\Delta\tau_1$  et  $\Delta\tau_2$  respectivement.

$\Delta\tau_1(x)$  se calcule à partir de l'équilibre des forces dans un point du voile :

$$\begin{cases} \frac{\partial \Delta\tau_1}{\partial y} dy dx = 0 & (I) \\ \left[ \frac{\partial \Delta\sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \Delta\tau_1}{\partial x} \right] dx dy = 0 & (II) \end{cases}$$



D'après (II) et (13) et pour la zone  $-h_i \leq y \leq h_s - 2l$  on a :

$$\frac{\partial \Delta\tau_1}{\partial x} = - \frac{\partial \Delta\sigma_y}{\partial y} = - \frac{(2+\nu) V}{8el^5} x^3 \quad ; \quad \Delta\tau_1 = - \frac{(2+\nu) V}{32el^5} x^4 + C_1$$

D'après (I),  $C_1$  est indépendante de "y". Par ailleurs, les conditions aux limites (bords libres  $\Delta\tau_1(\pm l, y) = 0$ ) exigent :

$$C_1 = \frac{(2+\nu) V}{32el}$$

$$\text{et } \Delta\tau_1(x) = \frac{(2+\nu) V}{32el} \left[ 1 - \left( \frac{x}{l} \right)^4 \right] \quad ; \quad -h_i \leq y \leq h_s - 2l$$

Même raisonnement dans les autres zones, donne :

$$\Delta\tau_1(x) = \frac{(2+\nu) V}{16el} \left[ 1 - \left( \frac{x}{l} \right)^4 \right] \quad ; \quad h_s - 2l \leq y \leq 2l - h_i$$

$$\Delta\tau_1(x) = \frac{(2+\nu) V}{32el} \left[ 1 - \left( \frac{x}{l} \right)^4 \right] \quad ; \quad 2l - h_i \leq y \leq +h_s$$

} (15)

Effort tangent résultant de cette distribution de contrainte est :

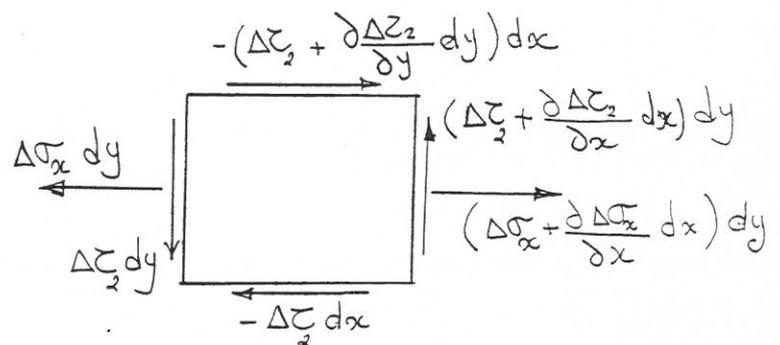
$$\Delta V_1 = e \int_{-l}^{+l} \Delta \tau_1(x) dx$$

et dans chacune des zones :

$$\begin{cases} \Delta V_1 = \frac{(2+\nu)}{20} V & ; \quad -h_i \leq y \leq h_s - 2l \\ \Delta V_1 = \frac{(2+\nu)}{10} V & ; \quad h_s - 2l \leq y \leq 2l - h_i \\ \Delta V_1 = \frac{(2+\nu)}{20} V & ; \quad 2l - h_i \leq y \leq +h_s \end{cases}$$

L'équilibre des contraintes  $\Delta \sigma_x(y)$  et  $\Delta \tau_2(y)$  donne :

$$\begin{cases} \left[ -\frac{\partial \Delta \tau_2}{\partial y} + \frac{\partial \Delta \sigma_x}{\partial x} \right] dx dy = 0 & \text{(III)} \\ \left[ \frac{\partial \Delta \tau_2}{\partial x} \right] dx dy = 0 & \text{(IV)} \end{cases}$$



D'après (III) et (14) et pour la zone  $-h_i \leq y \leq h_s - 2l$  on a :

$$\frac{\partial \Delta \tau_2}{\partial y} = \frac{\partial \Delta \sigma_x}{\partial x} = \frac{3V\nu}{4el^4} h_i [y - (2l - h_i)]$$

$$\Delta \tau_2 = \frac{3V\nu}{4el^4} h_i \left[ \frac{1}{2} y^2 - (2l - h_i) y \right] + C_2$$

D'après IV,  $C_2$  est indépendante de "x". Comme à  $y = 2l - h_i$ ,  $\Delta \tau_2 = 0$ , on aura :

$$C_2 = \frac{3V\nu h_i}{8el^4} (2l - h_i)^2$$

et l'expression de  $\Delta \tau_2$  :

$$\Delta \tau_2(y) = \frac{3V\gamma h_i}{8el^4} [y - (2l - h_i)]^2 \quad -h_i \leq y \leq h_s - 2l$$

Même raisonnement dans les autres zones donne :

$$\Delta \tau_2(y) = \frac{3V\gamma}{8el^4} \left\{ h_i [y - (2l - h_i)]^2 + h_s [y + (2l - h_s)]^2 \right\} \quad h_s - 2l \leq y \leq 2l - h_i \quad (16)$$

$$\Delta \tau_2(y) = \frac{3V\gamma h_s}{8el^4} [y + (2l - h_s)]^2 \quad 2l - h_s \leq y \leq +h_s$$

Comme 2<sup>e</sup> approximation, on ne respecte pas la condition limite  $\Delta \tau_2 = 0$  en  $x = \pm l$ .  
Effort tangent résultant de cette distribution de contrainte  $\Delta \tau_2$

est :

$$\Delta V_2 = e \int_{-l}^{+l} \Delta \tau_2 dx$$

ou bien :

$$\begin{cases} \Delta V_2 = \frac{3V\gamma h_i}{4l^3} [y - (2l - h_i)]^2 & ; \quad -h_i \leq y \leq h_s - 2l \\ \Delta V_2 = \frac{3V\gamma}{4l^3} \left\{ h_i [y - (2l - h_i)]^2 + h_s [y + (2l - h_s)]^2 \right\} & ; \quad h_s - 2l \leq y \leq 2l - h_i \\ \Delta V_2 = \frac{3V\gamma h_s}{4l^3} [y + (2l - h_s)]^2 & ; \quad 2l - h_s \leq y \leq +h_s \end{cases}$$

En corrigeant la distribution des contraintes " $\tau$ " calculées en théorie des poutres (8) par un coefficient  $K_\tau(y)$ , on obtient :

$$K_\tau(y) V + \Delta V_1 + \Delta V_2 = V$$

$$\text{ou bien } K_\tau(y) = 1 - \frac{\Delta V_1}{V} + \frac{\Delta V_2}{V}$$

Finalement, en tirant la valeur de  $K_\tau(y)$  dans chacune des

des trois zones, l'expression de la contrainte  $\tau(x, y)$  sera :

17.

$$\tau(x, y) = K_{\tau}(y) \left[ \frac{3V}{4el^3} (l^2 - x^2) \right] + \Delta\tau_1 + \Delta\tau_2$$

$$\begin{cases} K_{\tau}(y) = 1 - \frac{(2+\nu)}{20} - \frac{3\nu h_i}{4l^3} [y - (2l - h_i)]^2 \\ \Delta\tau_1(x) = \frac{(2+\nu)V}{32el} \left[ 1 - \left(\frac{x}{l}\right)^4 \right] \\ \Delta\tau_2(y) = \frac{3\nu h_i}{8el^4} [y - (2l - h_i)]^2 \end{cases} ; -h_i \leq y \leq h_s - 2l$$

$$\begin{cases} K_{\tau}(y) = 1 - \frac{(2+\nu)}{10} - \frac{3\nu}{4l^3} \left\{ h_i [y - (2l - h_i)]^2 + h_s [y + (2l - h_s)]^2 \right\} \\ \Delta\tau_1(x) = \frac{(2+\nu)V}{16el} \left[ 1 - \left(\frac{x}{l}\right)^4 \right] \\ \Delta\tau_2(y) = \frac{3\nu}{8el^4} \left\{ h_i [y - (2l - h_i)]^2 + h_s [y + (2l - h_s)]^2 \right\} \end{cases} ; h_s - 2l \leq y \leq 2l - h_i$$

$$\begin{cases} K_{\tau}(y) = 1 - \frac{(2+\nu)}{20} - \frac{3\nu h_s}{4l^3} [y + (2l - h_s)]^2 \\ \Delta\tau_1(x) = \frac{(2+\nu)V}{32el} \left[ 1 - \left(\frac{x}{l}\right)^4 \right] \\ \Delta\tau_2(y) = \frac{3\nu h_s}{8el^4} [y + (2l - h_s)]^2 \end{cases} ; 2l - h_i \leq y \leq +h_s$$

#### 7.4 - Calcul de la Constante $K$

Cette constante est déterminée en écrivant la condition limite à la section d'encastrement inférieure : elle ne subit aucune rotation en son milieu ( $x=0, y=-h_i$ ), alors :

$$\frac{\delta v(x, y)}{\delta x} = 0 \quad \text{d'où : } \boxed{K = (1+\nu) l^2}$$

## 8- Directions et Contraintes principales

18.

En se rappelant que les contraintes normales positives sont les tractions, les directions principales  $\vec{\sigma}_1$  et  $\vec{\sigma}_2$  correspondant aux contraintes principales  $\sigma_T$  (traction) et  $\sigma_C$  (Compression) s'écrivent :

$$\theta = (\vec{\sigma}_2, \vec{\sigma}) = \frac{1}{2} \text{Arc tg } \frac{2\tau}{\sigma_y - \sigma_x}$$

et

$$\begin{cases} \sigma_C \\ \sigma_T \end{cases} = \frac{1}{2} (\sigma_x + \sigma_y) \pm \frac{1}{2} \frac{(\sigma_x - \sigma_y)}{\cos(2\theta)}$$

Les expressions des contraintes  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  et  $\tau$ , dans un calcul en "poutre" ou "poutre" corrigé, s'écrivent ( $\frac{l}{h} = 2$ ,  $\nu = 0,17$ ,  $\tau_0 = \frac{V_p}{2el}$ ) :

$$\begin{aligned} \text{calcul "Poutre"} & \left\{ \begin{aligned} \sigma_x &= 0,2550 \left[ \frac{x}{l} \right] \left[ \frac{y}{l} \right] \tau_0 + 0,2270 \sigma_n \\ \sigma_y &= \left\{ 2,3490 + 1,0850 \left[ \frac{x}{l} \right]^2 \right\} \left[ \frac{x}{l} \right] \left[ \frac{y}{l} \right] \tau_0 + \dots N \\ \tau &= \left\{ \left[ 1 - \left( \frac{x}{l} \right)^2 \right] \left\{ 1,1745 - 0,1913 \left[ \left( \frac{y}{l} \right)^2 + 2,25 \right] \right\} + 0,2713 \left[ 1 - \left( \frac{x}{l} \right)^4 \right] + 0,1275 \left[ \left( \frac{y}{l} \right)^2 + 2,25 \right] \right\} \tau_0 \end{aligned} \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{calcul "Poutre"} & \left\{ \begin{aligned} \sigma_x &\equiv 0 \\ \sigma_y &= 3 \left[ \frac{x}{l} \right] \left[ \frac{y}{l} \right] \tau_0 + \frac{N}{el} \\ \tau &= 1,50 \left[ 1 - \left( \frac{x}{l} \right)^2 \right] \tau_0 \end{aligned} \right. \end{aligned}$$

## 9- Prévision de la charge de fissuration "Vp"

Pour prévoir la charge correspondant à la première

fissuration, l'utilisation du critère basé sur l'égalité de la contrainte principale de traction et de la résistance à la traction simple du béton n'est pas toujours suffisant. Alors on peut utiliser un autre critère plus satisfaisant, par exemple, celui de KUPFER [1]. Ce dernier, obtenu à partir des résultats d'essais de chargement biaxial sur des éprouvettes de béton, s'écrit :

$$\frac{\sigma_T}{f_{tj}} = 1 - 0,8 \frac{\sigma_C}{(-f_{cj})}$$

avec :

$\sigma_T$  : Contrainte principale de traction ( $\sigma_T \geq 0$ );

$\sigma_C$  : Contrainte principale de Compression ( $\sigma_C \leq 0$ );

$f_{tj}$  : Résistance à la traction simple du béton;

$f_{cj}$  : Résistance à la Compression simple du béton.

La condition à respecter, à comparer avec celle du critère habituel ( $\sigma_T \leq f_{tj}$ ), peut s'écrire :

$$\varphi = \sigma_T + 0,8 \lambda \sigma_C \leq f_{tj} \quad ; \quad \lambda = \frac{f_{tj}}{f_{cj}} < 0$$

---

[1] - H.B. Kupfer, K.H. Gestle : "Behavior of Concrete Under Biaxial Stresses",  
Journal of The Engineering Mechanics Division (ASCE), EM4, August 1973  
PP 9917 à 9928.

ANNEXE 2

Calcul de la charge maximale ( $V_u$ )

CALCUL AU CISAILLEMENT DE LA CHARGE MAXIMALE ( $V_u$ )

D'après la figure A2-1 l'équilibre des forces sur un plan de cisaillement quelconque d'un voile en béton armé, chargé par une force horizontale  $v$  et une force normale  $N$ , s'écrit :

$$v = v_{agi.} - v_{rés.} = C + \operatorname{tg} \phi \sigma_{nt} \quad (1)$$

avec :

$v$  : contrainte du cisaillement dans le béton ;

$v_{agi.}$  : contrainte du cisaillement due aux forces agissantes ;

$v_{rés.}$  : contrainte du cisaillement due aux forces résistantes ;

$\sigma_{nt}$  : contrainte normale totale au plan du cisaillement ;

$C$  : contrainte de la cohésion du béton ;

$\operatorname{tg} \phi$  : tangente de l'angle de frottement interne du matériau (béton).

D'après le schéma d'équilibre de la figure A2-1, les différents termes de cette équation s'expriment.

$$v_{agi.} = \frac{V}{B'} \operatorname{Sin} \theta + \frac{N}{B'} \operatorname{Cos} \theta$$

$$v_{rés.} = \left( \frac{l_d}{S_v \cdot B'} \operatorname{Sin} \theta \right) A_{av} \sigma_{av} \operatorname{Cos} \theta - \left( \frac{l_d}{S_h \cdot B'} \operatorname{Cos} \theta \right) A_{ah} \sigma_{ah} \operatorname{Sin} \theta$$



$$\sigma_{nt} = \left( \frac{l_d}{S_v \cdot B'} \sin \theta \right) A_{av} \sigma_{av} \sin \theta + \left( \frac{l_d}{S_h \cdot B'} \cos \theta \right) A_{ah} \sigma_{ah} \cos \theta + \frac{N}{B'} \sin \theta - \frac{V}{B'} \cos \theta$$

En posant :

$$B = e \cdot l \quad ; \quad B' = e \cdot l_d \quad ; \quad l = l_d \sin \theta$$

$$\tau = \frac{V}{B} \quad ; \quad \sigma_n = \frac{N}{B}$$

$$w_{av} = \frac{A_{av}}{S_v \cdot e} \quad ; \quad w_{ah} = \frac{A_{ah}}{S_h \cdot e}$$

$$\sigma_{av} = \beta_v \cdot f_{ev} \quad ; \quad \sigma_{ah} = \beta_h \cdot f_{eh} \quad ; \quad K = \operatorname{tg} \phi$$

l'expression (1) s'écrit sous sa forme finale :

$$\tau = \frac{C}{(\sin \theta + K \cdot \cos \theta)} + \left[ \frac{(K \cdot \sin \theta - \cos \theta)}{(\sin \theta + K \cdot \cos \theta)} \right] (\beta_v \cdot w_{av} \cdot f_{ev} + \sigma_n) + \left[ \frac{1}{\operatorname{Tg} \theta} \right] \times (\beta_h \cdot w_{ah} \cdot f_{eh}) \quad (1-1)$$

$\sigma_n > 0$  compression ;  $\sigma_n < 0$  traction

Dans cette formule,  $\theta$  est l'angle qui font les armatures verticales avec le plan de cisaillement. Les termes  $w_{av}$  et  $w_{ah}$  sont respectivement les pourcentages d'armatures verticales et horizontales. Le rapport de la contrainte réelle ( $\sigma_a$ ) à la limite d'élasticité des armatures ( $f_e$ ) est donné par le coefficient  $\beta$  ( $\beta_v$  pour les armatures verticales et  $\beta_h$  pour les armatures horizontales).

Valeurs de  $\sigma_{av}$  et  $\sigma_{ah}$

La valeur de contrainte ( $\sigma_a$ ) dans les armatures traversant le plan de cisaillement dépend directement de la direction du déplacement relatif, de part et d'autre de ce plan (d'où la nature et l'inclinaison de ce dernier).

Le plan du cisaillement se trouve dans un béton monolithe

Dans ce cas et, au cours du chargement, les fissures diagonales de traction (d'un angle  $\alpha$ ) apparaissent le long du plan du cisaillement, là où la contrainte principale de traction atteint la limite de traction du béton (figure A2-2a). Une fois que la fissuration est complète et que la charge appliquée n'augmente plus, l'équilibre sur ce plan est obtenu par un système de treillis composé de bielles de béton et d'armatures les traversant. Par suite de la rotation de bielles de béton sous la charge appliquée, un déplacement relatif, de part et d'autre de ce plan, se produit. Pour pouvoir calculer les contraintes induites dans les armatures par ce déplacement, on fait les hypothèses simplificatrices (H) et les constatations expérimentales (C) suivantes :

C1 : d'après les résultats d'essais de cisaillement pur obtenus par M. MATTOCK ([42], volume I, chapitre II) dans le cas où les armatures sont perpendiculaires au plan de cisaillement ( $\theta = 90^\circ$ ), la plastification de celles-ci, sous la charge maximale, précède la rupture du béton. Bien que conservatrice, cette hypothèse suppose que sous la charge maximale les déformations de ces armatures sont égales à celles correspondant à leurs limites d'élasticité,  $\varepsilon_e$  ;

H1 : la contrainte dans une barre d'acier est proportionnelle à la composante, dans la même direction du déplacement relatif  $\delta$  ;

H2 : sous la charge maximale, le déplacement relatif,  $\delta_u$  est constant et égal à celui qui peut produire les déformations  $\varepsilon_e$  dans les armatures ;

C2 : produit par la rotation de bielles de béton, la direction du déplacement relatif est à  $90^\circ$  par rapport à la direction de fissures, ou bien à  $(90 + \alpha)^\circ$  par rapport au plan de cisaillement.

D'après la figure A2-2b la déformation d'une barre d'acier traversant un plan du cisaillement s'écrit :

$$\varepsilon_a = A \delta_u \cos(90 + \alpha - \theta) \quad A = \text{Constante}$$

Après application de C1 ( $\theta = 90^\circ$  ;  $\varepsilon_a = \varepsilon_e$ ), elle s'exprime par :

$$\varepsilon_a = \frac{\cos(90 + \alpha - \theta)^\circ}{\cos(\alpha)} \cdot \varepsilon_e \quad \left\{ \begin{array}{l} + \text{Allongement} \\ - \text{Raccourcissement} \end{array} \right.$$

La contrainte correspondante s'exprime ( $\sigma_a = \beta f_e$ ) :

$0 \leq \theta \leq (2\alpha - 90)^\circ, \quad \sigma_a = - f_e$	
$(2\alpha - 90)^\circ \leq \theta \leq 90^\circ, \quad \sigma_a = \frac{\cos(90 + \alpha - \theta)}{\cos(\alpha)} \cdot f_e$	(2)
$90^\circ \leq \theta \leq 180^\circ, \quad \sigma_a = + f_e$	

Le plan de cisaillement se confond avec une fissure ou une section de reprise du bétonnage

Dans ce cas et sous l'action de la charge les deux parties disjointes du béton glissent l'une sur l'autre. Lors de ce glissement, ces deux parties de béton ayant des surfaces de contact irrégulières ont tendance à se séparer. Suite à ce mouvement entraînant un déplacement relatif ( $\delta$ ) entre les deux parties du béton (figure A2-3a), les armatures

vont subir des déformations et en conséquence des contraintes. Pour pouvoir calculer ces contraintes, on fait, comme dans le cas précédent, les hypothèses et les constatations expérimentales suivantes :

C'1 : constaté encore par MATTOCK, la séparation de deux faces d'une fissure, sous l'action d'un effort tangent maximal, est suffisante pour pouvoir plastifier les armatures, disposées perpendiculairement au plan de cisaillement, dans une pièce de béton peu armé. Bien que conservatrice, on suppose qu'au moment de la charge maximale, les déformations de ces armatures sont égales à celles de leurs limites d'élasticité,  $\varepsilon_e$  ;

H'1, H'2 : elles sont identiques aux H1 et H2 du cas précédent ;

C'2 : la direction du déplacement maximal  $\delta_u$  fait un angle  $(180-\phi)^\circ$  avec la fissure,  $\phi$  étant l'angle de frottement interne des deux faces de la fissure.

D'après la figure A2-3b, la déformation, sous la charge maximale, d'une barre d'acier faisant un angle de  $\theta$  avec la fissure, s'écrit :

$$\varepsilon_a = A' \delta_u \cos(\theta + \phi) \quad A' = \text{Constante}$$

Après application de C'1 ( $\theta = 90^\circ$  ;  $\varepsilon_a = \varepsilon_e$ ), elle se réécrit :

$$\varepsilon_a = \frac{-\cos(\theta + \phi)}{\sin(\phi)} \cdot \varepsilon_e \quad \left\{ \begin{array}{l} + \text{Allongement} \\ - \text{Raccourcissement} \end{array} \right.$$

La contrainte correspondante s'exprime ( $\sigma_a = \beta f_e$ ) :

$\begin{array}{ll} 0 \leq \theta \leq (90^\circ - 2\phi) , & \sigma_a = - f_e \\ (90^\circ - 2\phi) \leq \theta \leq 90^\circ & , \quad \sigma_a = \frac{-\cos(\theta + \phi)}{\sin \phi} \cdot f_e \\ 90^\circ \leq \theta \leq 180^\circ & , \quad \sigma_a = + f_e \end{array}$	(3)
--	-----

Dans le cas particulier et courant d'un plan de cisaillement horizontal ( $\theta = 90^\circ$ ) la formule (1-1) quelle que soit la nature de celui-ci, se réduit à :

$$\tau_u = C + K \cdot (\omega_{av} f_{ev} + \sigma_n) \quad (1-1-1)$$

Pour un plan de cisaillement diagonal ( $\theta = 63^\circ 43'$  ; pour  $H = 0,75$  m et  $L = 1,50$  m), elle se réduit à :

$$\tau_u = \frac{C}{0.894 + 0.447K} + \left[ \frac{0.894.K - 0.447}{0.894 + 0.447 K} \right] (\beta_v \cdot \omega_v \cdot f_{ev} + \sigma_n) + 0,011$$

$$\times (\beta_h \cdot \omega_{ah} \cdot f_{eh}) \quad (1-1-2)$$

$$(K = \text{tg}\phi)$$

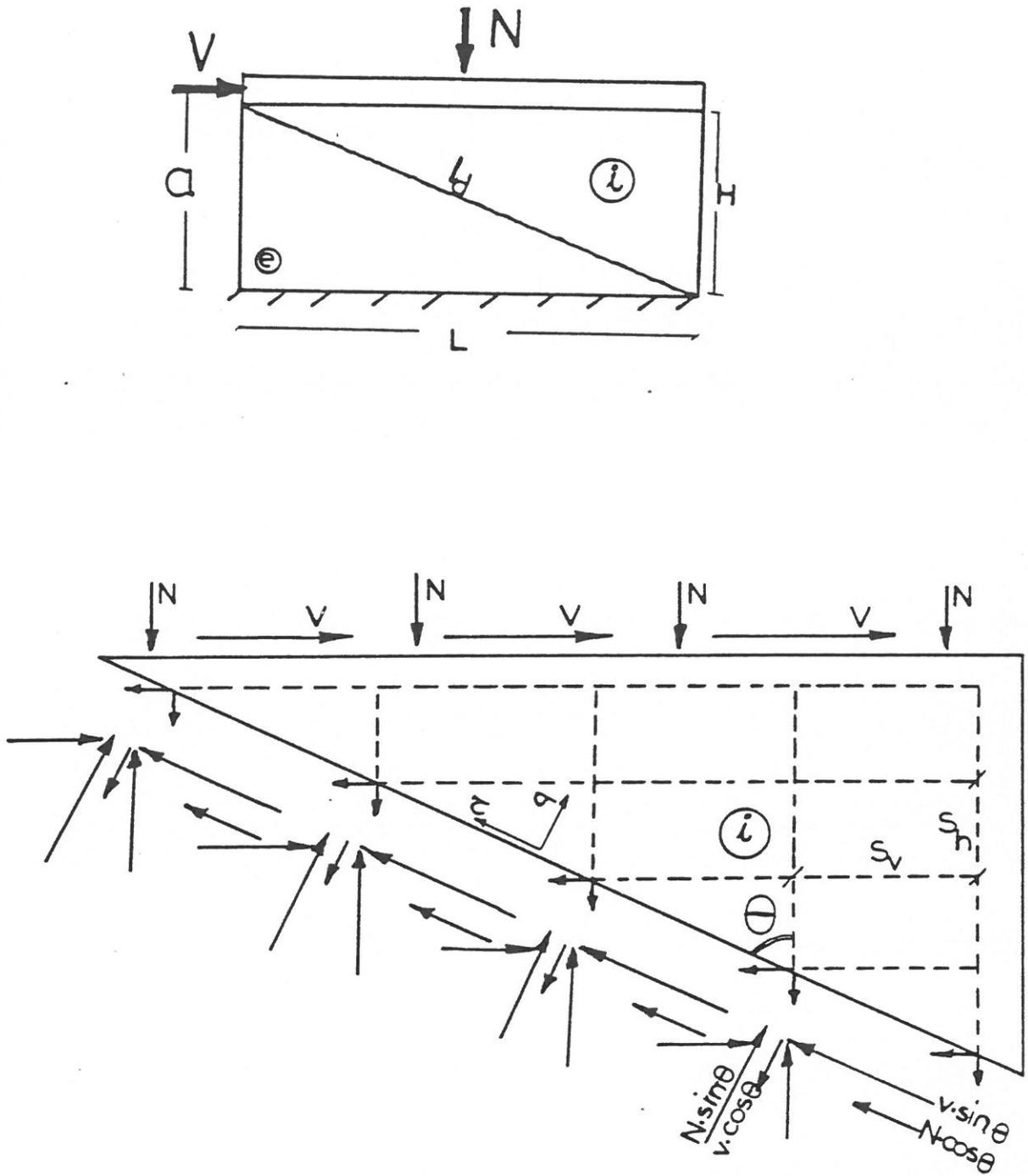
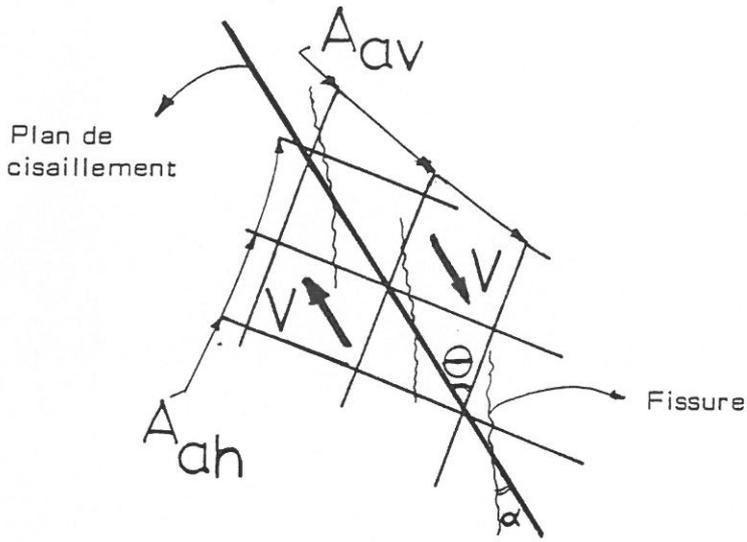
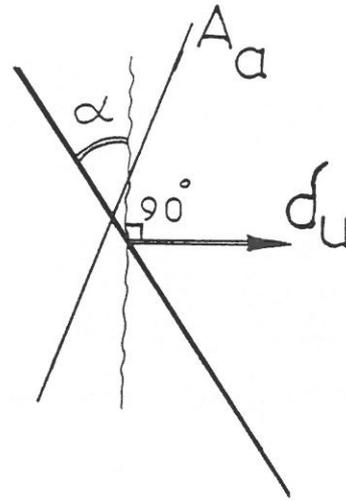


FIGURE A2.1. - EQUILIBRE DU VOILE SUR UN PLAN DIAGONAL

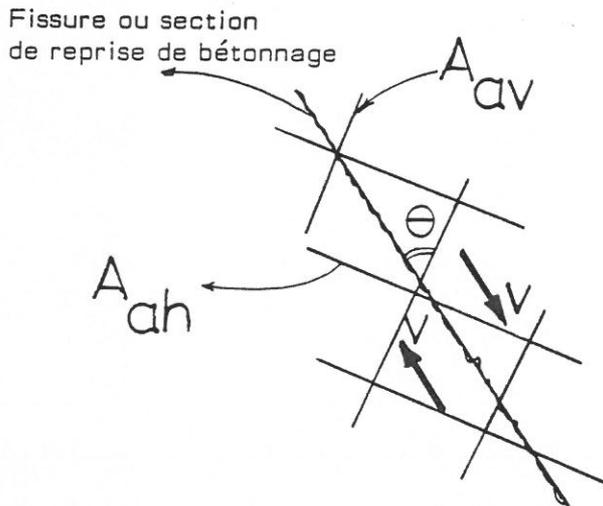


a) Plan de cisaillement

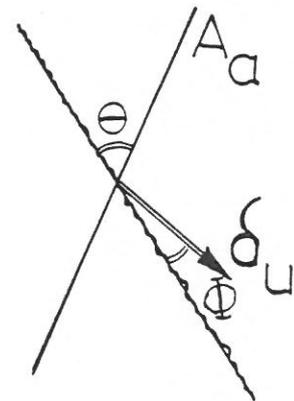


b) Direction du déplacement relatif  $\delta_u$

FIGURE A2.2. - CISAILLEMENT DANS UN BETON MONOLITHE



a) Plan de cisaillement



b) Direction du déplacement relatif  $\delta_u$

FIGURE A2.3. - CISAILLEMENT SUR UN PLAN DE FISSURATION

ANNEXE 3

Calcul de la charge  
de plastification des armatures ( $V_p$ )

CALCUL DE LA CHARGE DE PLASTIFICATION DES ARMATURES ( $V_p$ )

On suppose que la plastification des armatures commence quand la fissuration devient complète et que, de façon idéalisée, elle constitue un réseau régulier de fissures (mêmes espacements et même inclinaison) que l'on a représenté sur la figure A3.1.

Dans un fonctionnement en treillis, on considère qu'une bielle de béton (figure A3-1) s'appuie sur une section horizontale de largeur  $dx$  et d'épaisseur  $e$  qui est traversée par des armatures verticales de section  $A_a$  et d'espacement  $S_v$  (armatures horizontales deviennent inertes). Les équations d'équilibre dans les deux directions verticale et horizontale s'écrivent :

$$\text{en } x : \tau \cdot dB = N_b \cdot \sin \theta \quad (1)$$

$$\text{en } y : N + N_a = N_b \cdot \cos \theta \quad (2)$$

Les forces relatives au béton ( $N_b$ ) et aux armatures ( $N_a$ ) se calculent par :

$$N_b = (d_B \cdot \cos \theta) \cdot f'_b$$

$$N_a = \frac{dx}{S_v} A_a \sigma_a = \left( \frac{A_a}{S_v \cdot e} \right) d_B \cdot \sigma_a = w_v \sigma_a d_B$$

en remplaçant les termes  $N_b$  et  $N_a$  par leurs expressions ci-dessus, on obtient :

$$\tau_p = \text{tg} \theta (w_v \sigma_a + \sigma_n)$$

Dans cette expression :

$\theta$  : Angle entre la direction des fissures et des armatures verticales ;

$w_v$  : Pourcentage et contrainte des armatures verticales ;

$\sigma_a$

$\sigma_n$  : Contrainte normale appliquée ( $\sigma_n > 0$  compression) ;

$\tau_p$  : Contrainte du cisaillement.

Comme  $f_a = f_{ev}$  lors de la plastification des armatures, l'expression de la charge de plastification des armatures s'écrit :

$$V_p = \tau_p \cdot B = \operatorname{tg}\theta (w_v f_{ev} + \sigma_n) \cdot B$$

$$(B = e.L)$$

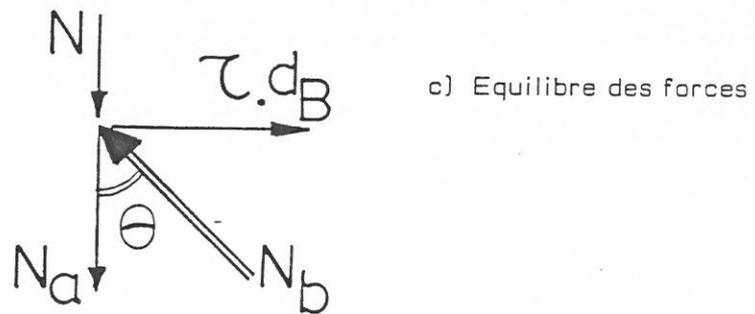
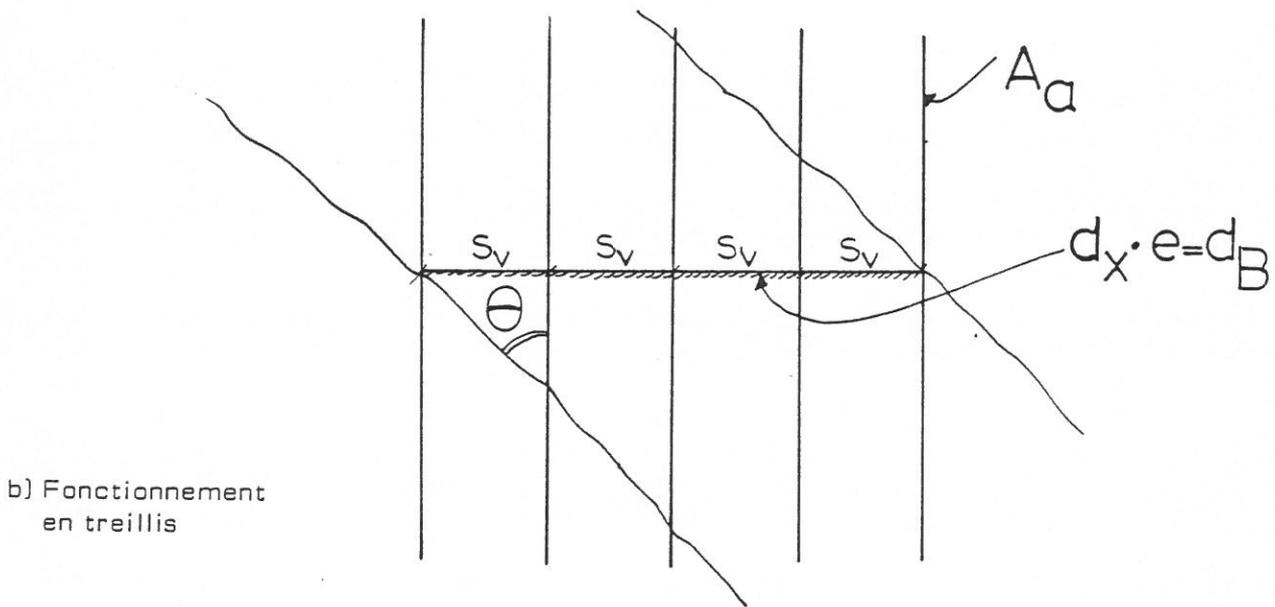
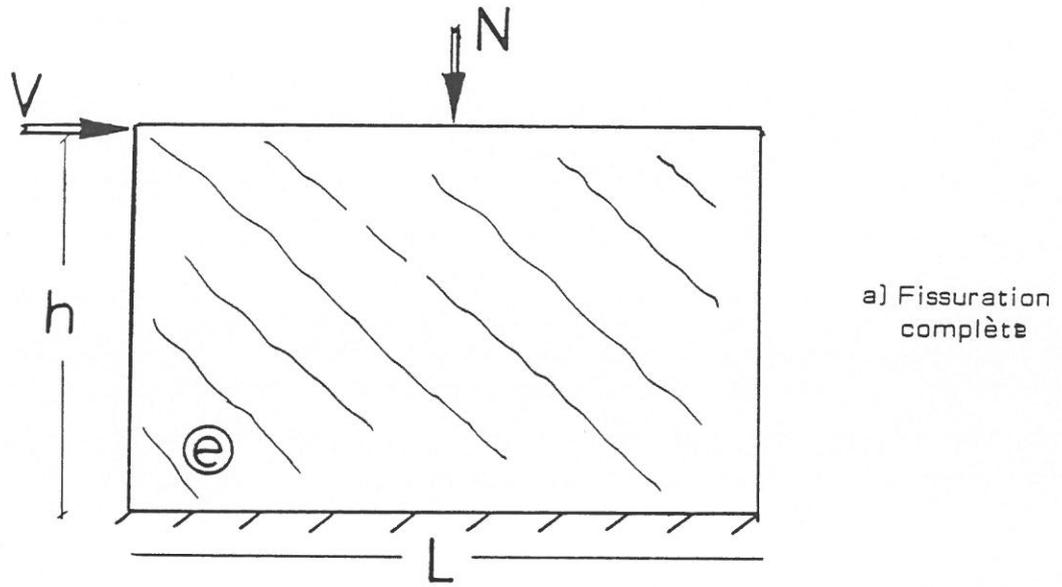


FIGURE A3.1. - PLASTIFICATION DES ARMATURES

ANNEXE 4

(figures A4-1 à A4-21)

Enregistrements graphiques des courbes  
"force-déplacement horizontal"

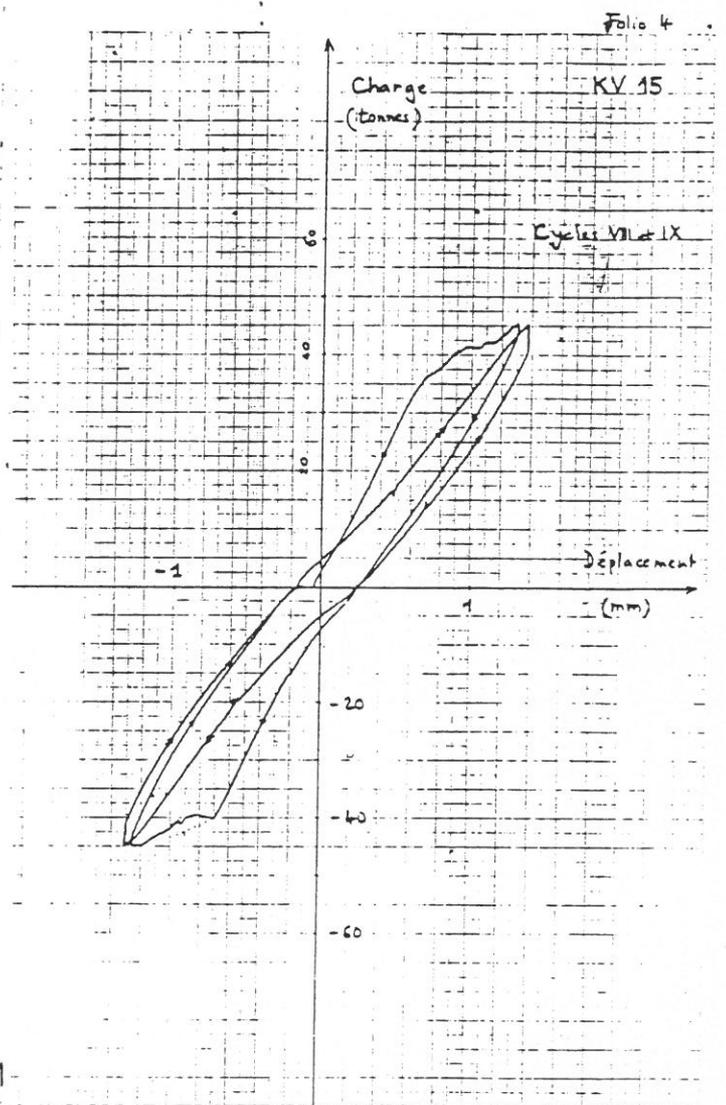
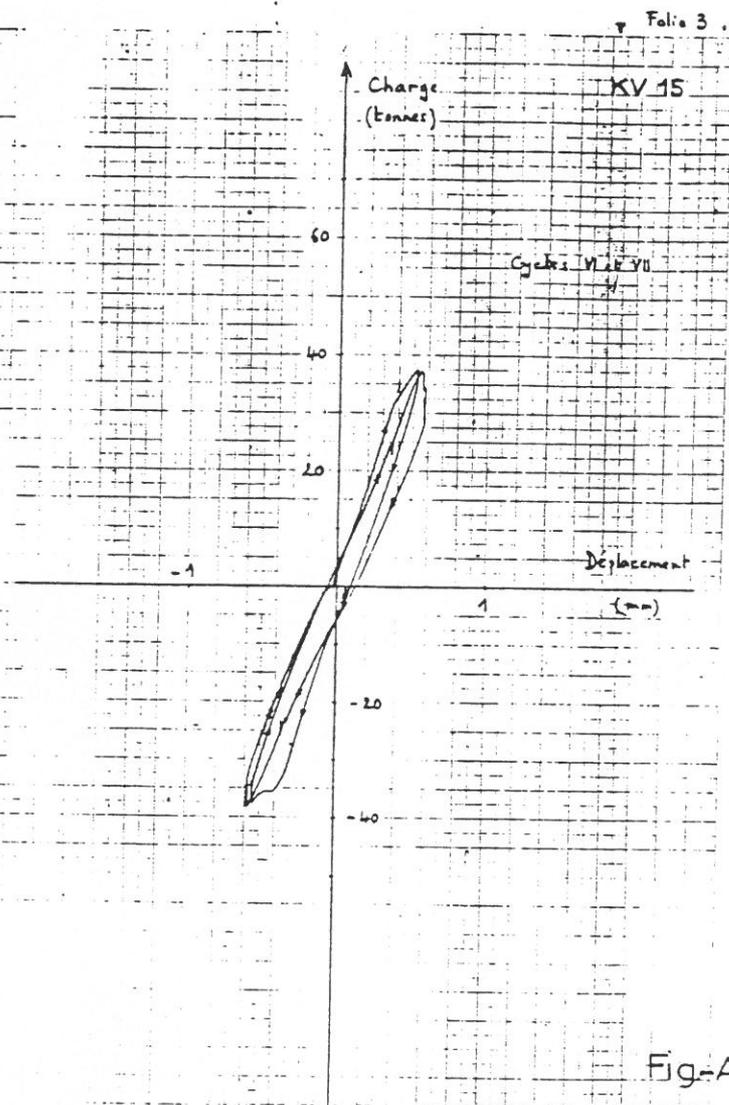
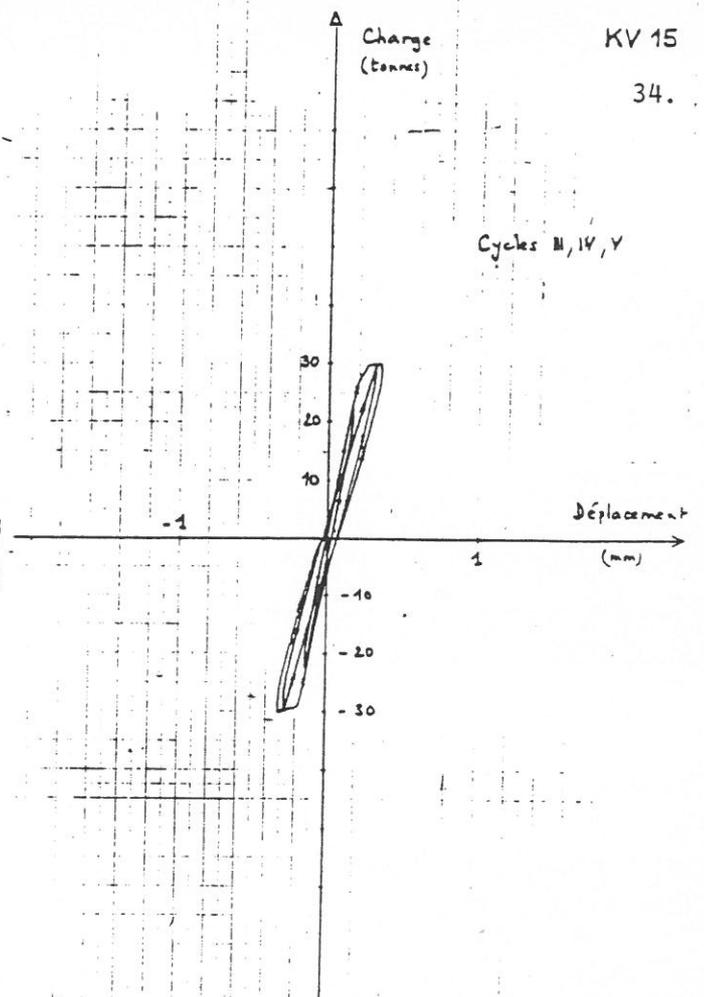
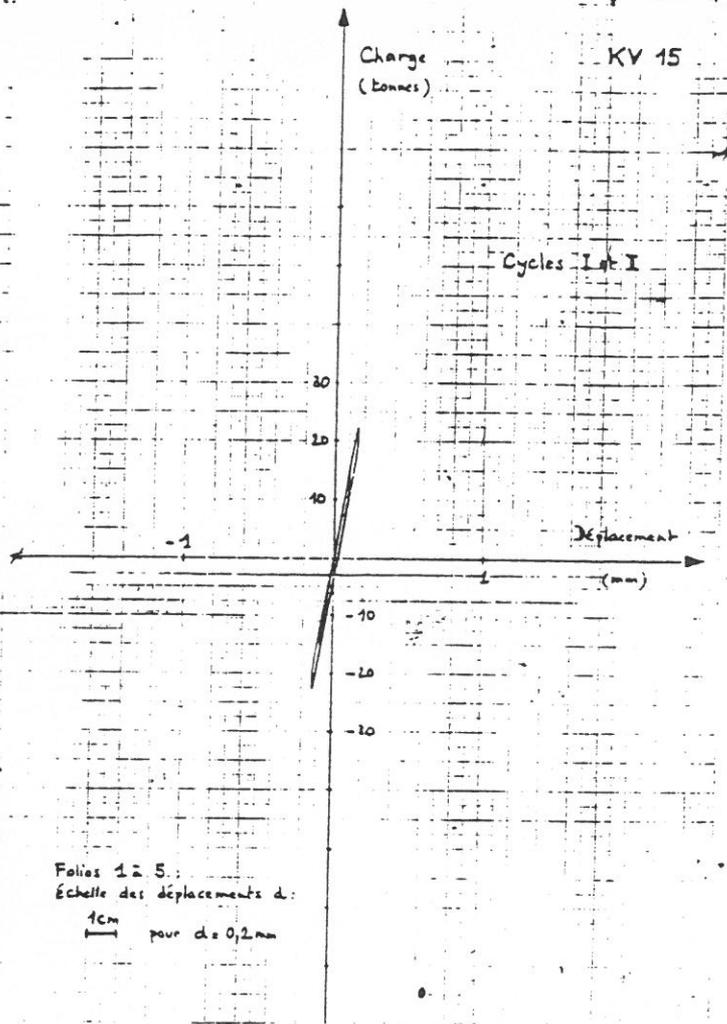
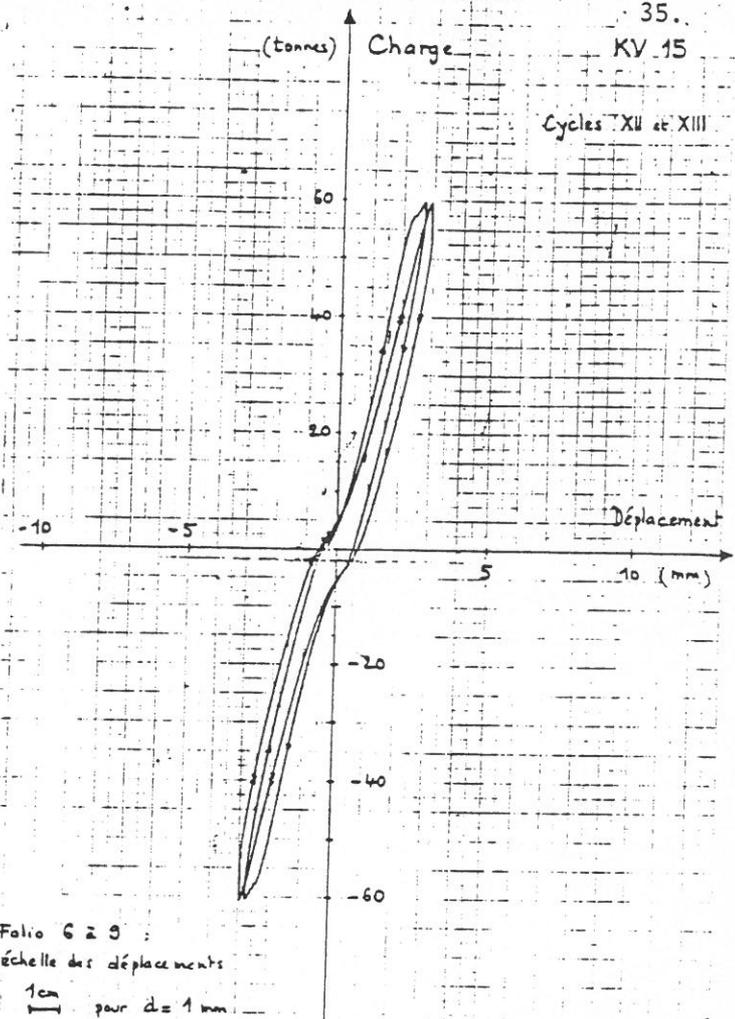
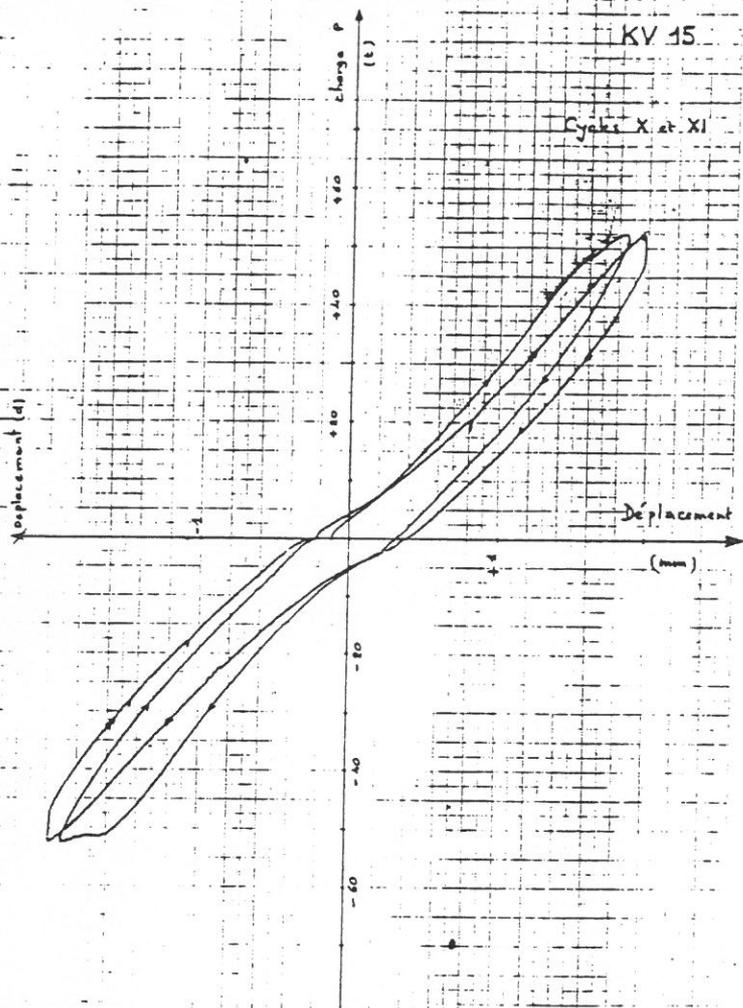


Fig-A41



Folio 6 2 9 :  
échelle des déplacements  
1cm pour d = 1 mm

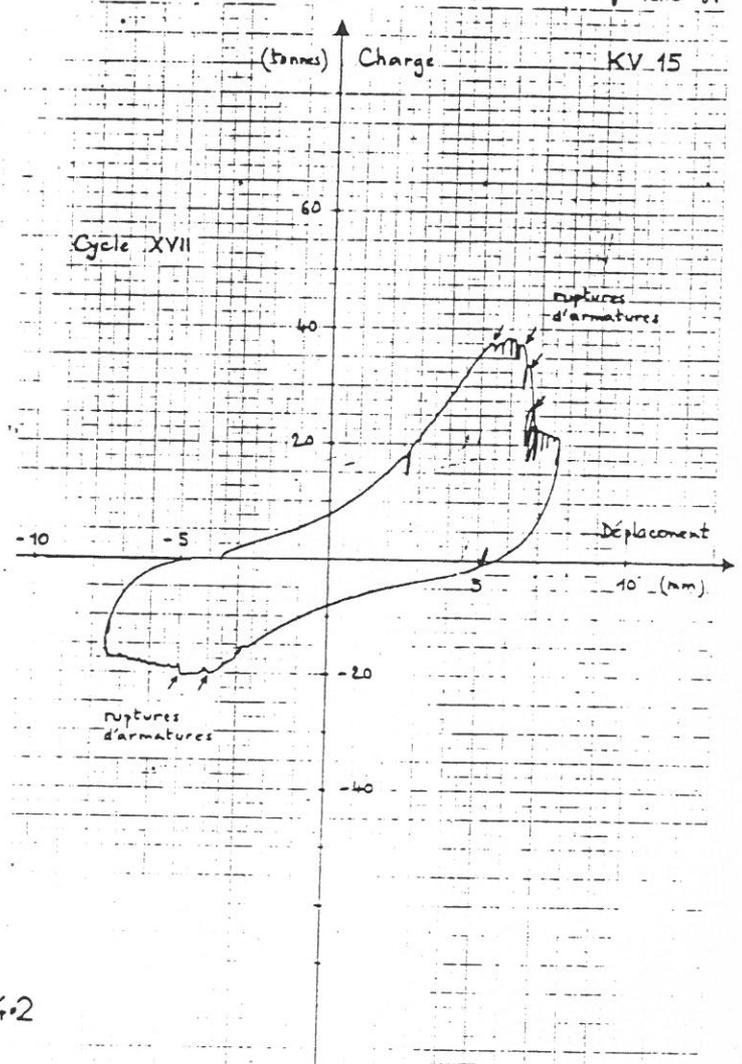
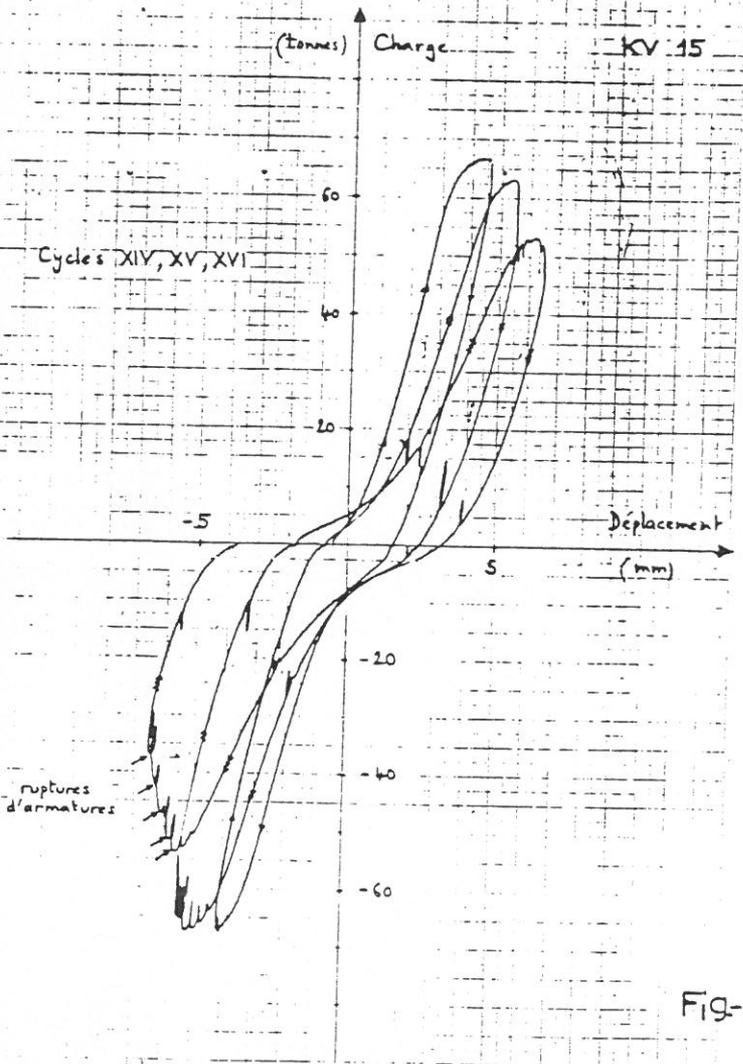


Fig-A4.2

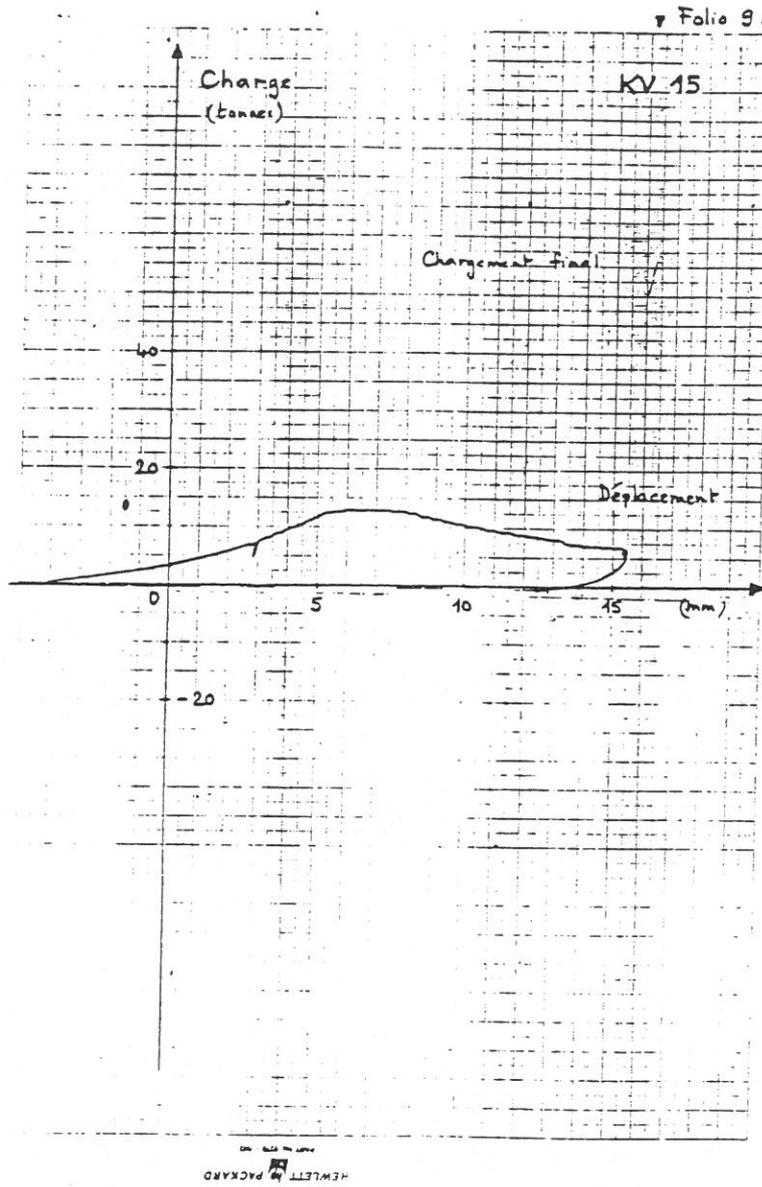
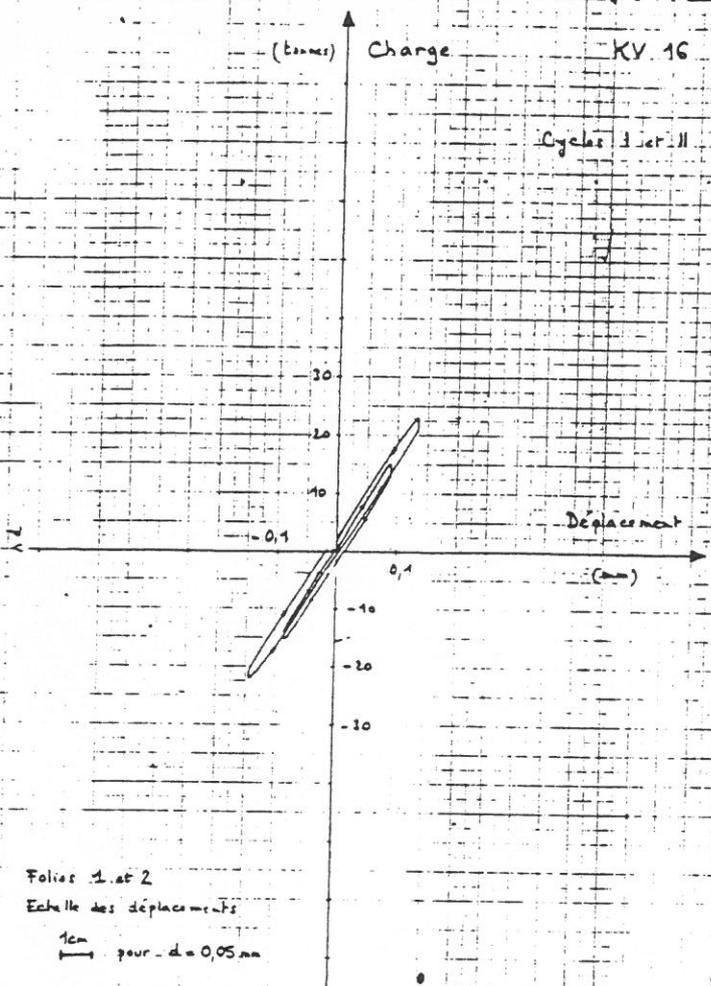


Fig.-A4.3

(tonnes) Charge KV 16

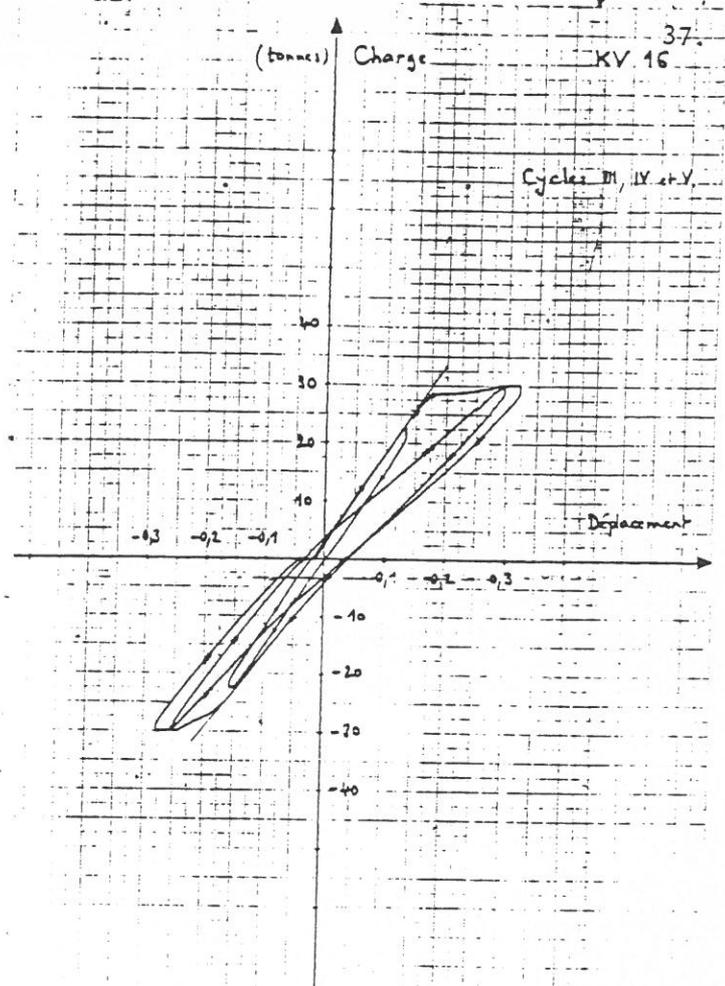
Cycles I et II



Folios 1 et 2  
 Echelle des déplacements  
 1cm pour d = 0,05 mm

(tonnes) Charge KV 16 37

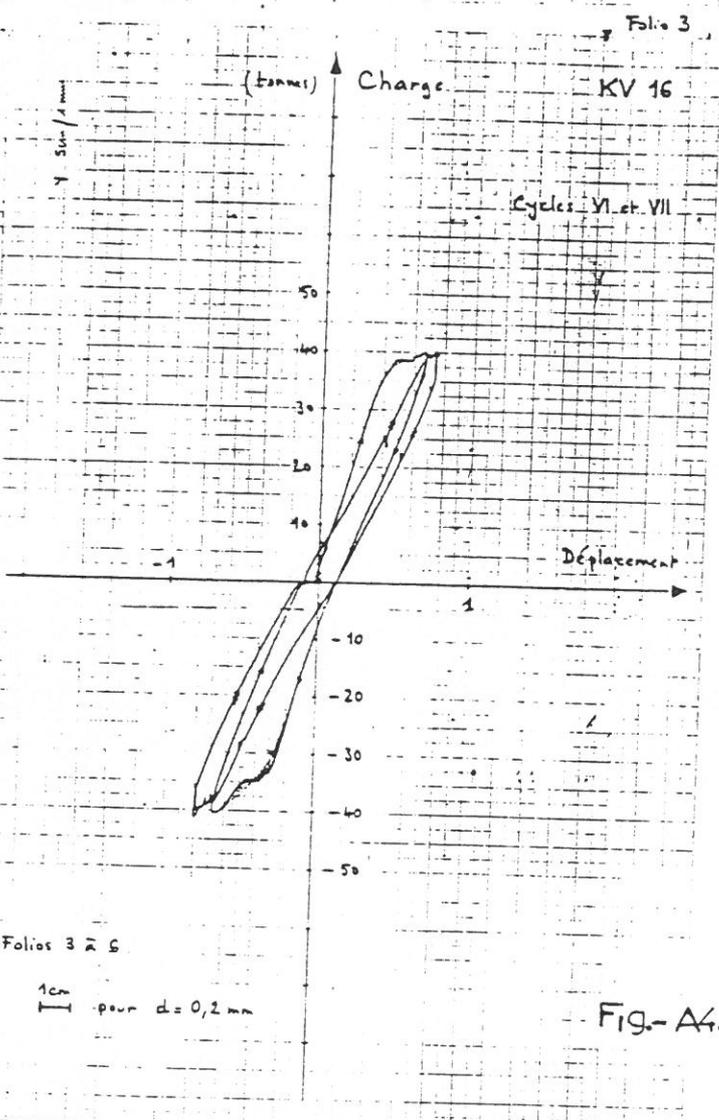
Cycles III, IV et V



Folio 3

(tonnes) Charge KV 16

Cycles VI et VII



Folios 3 à 5

1cm pour d = 0,2 mm

Folio 4

(tonnes) Charge KV 16

Cycles VIII et IX

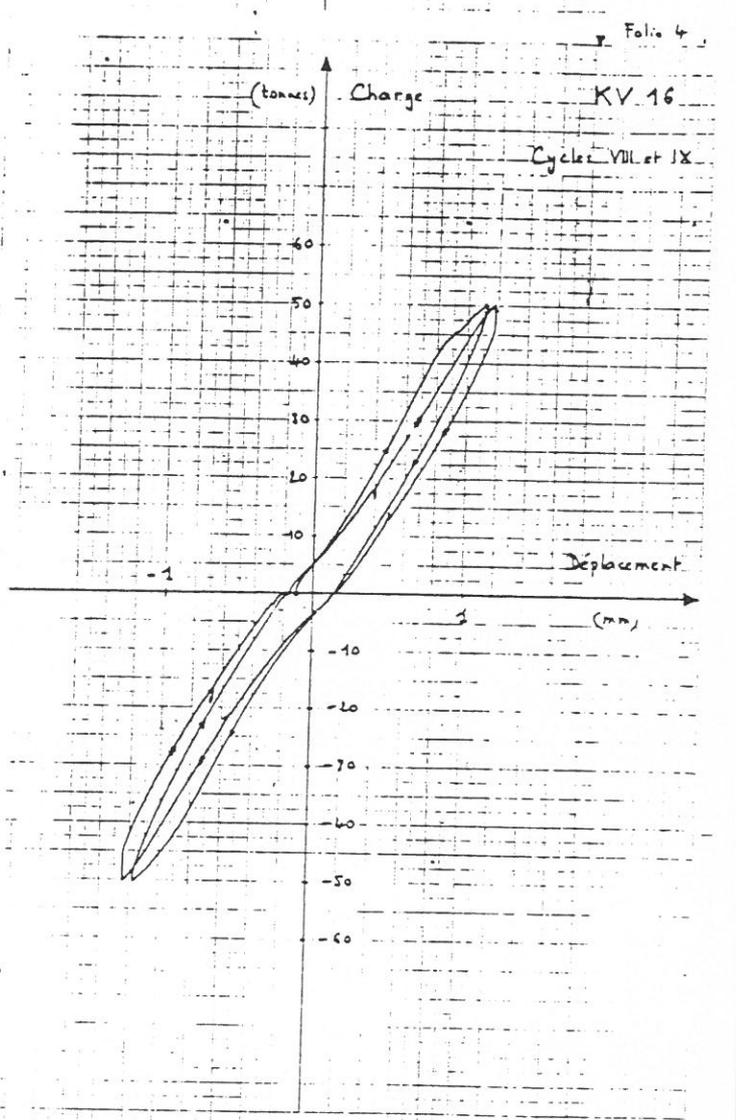


Fig.-A4.4

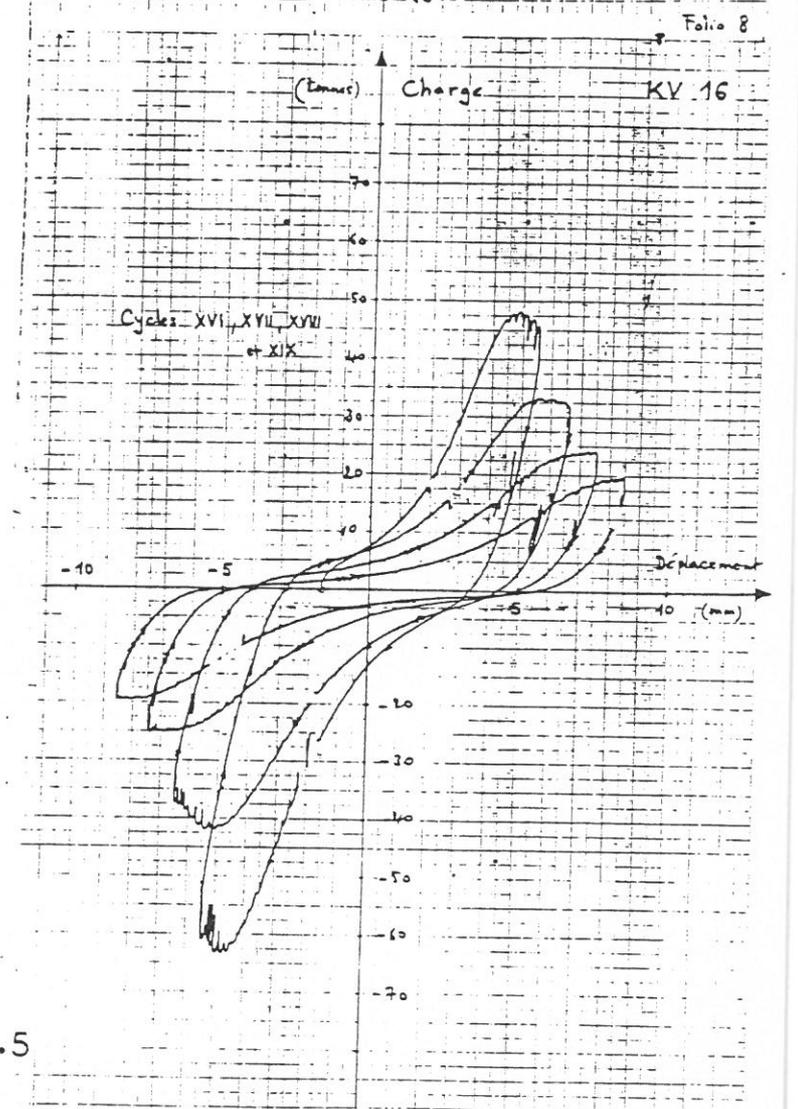
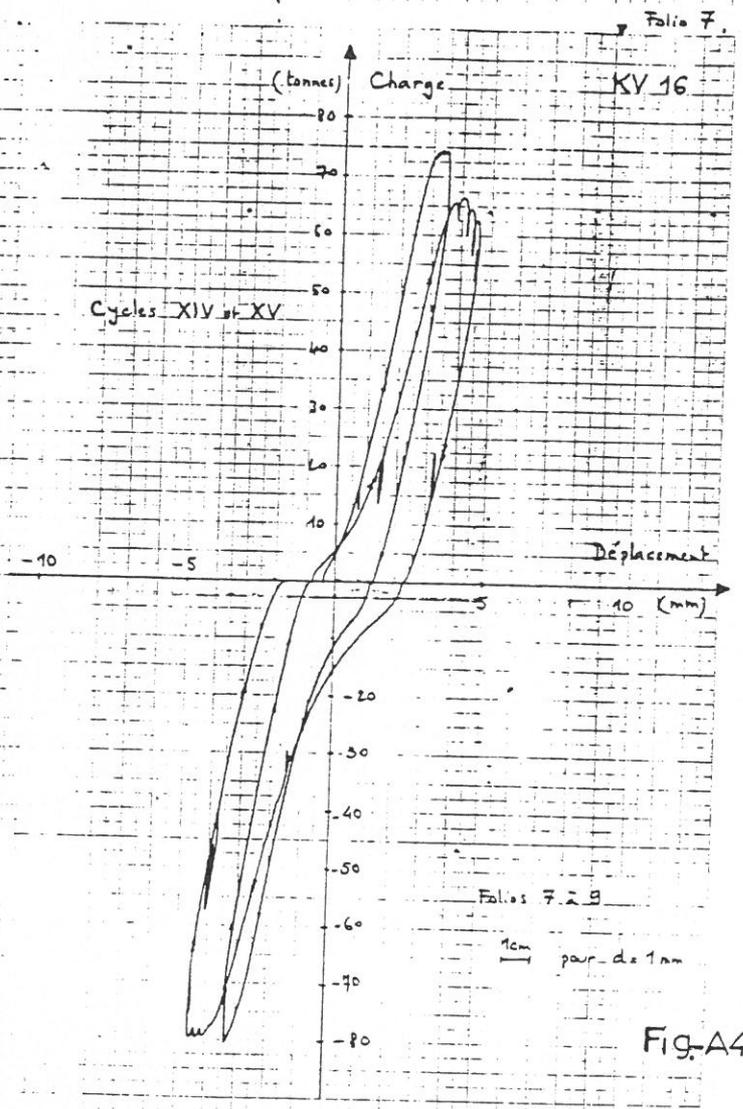
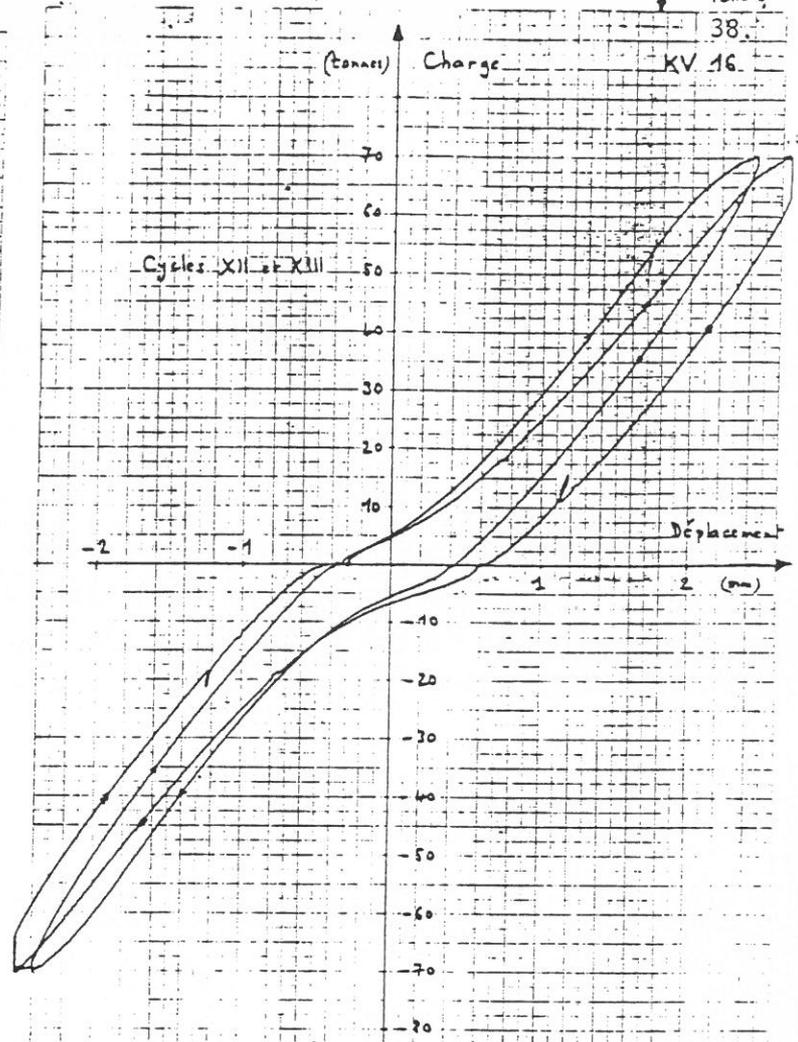
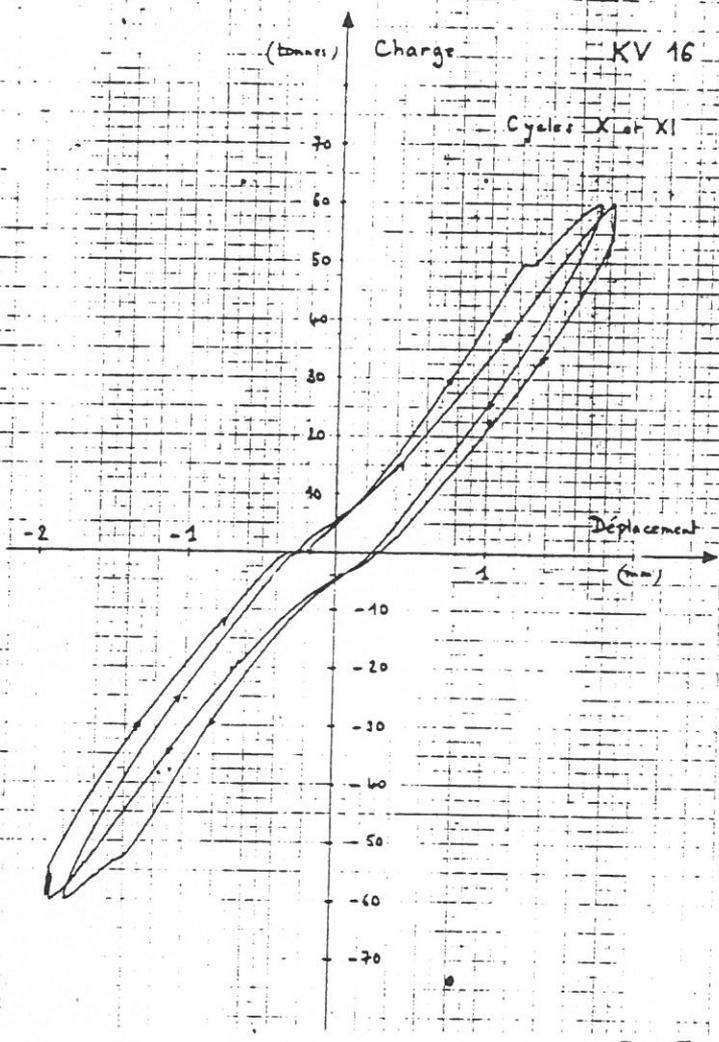


Fig-A4.5

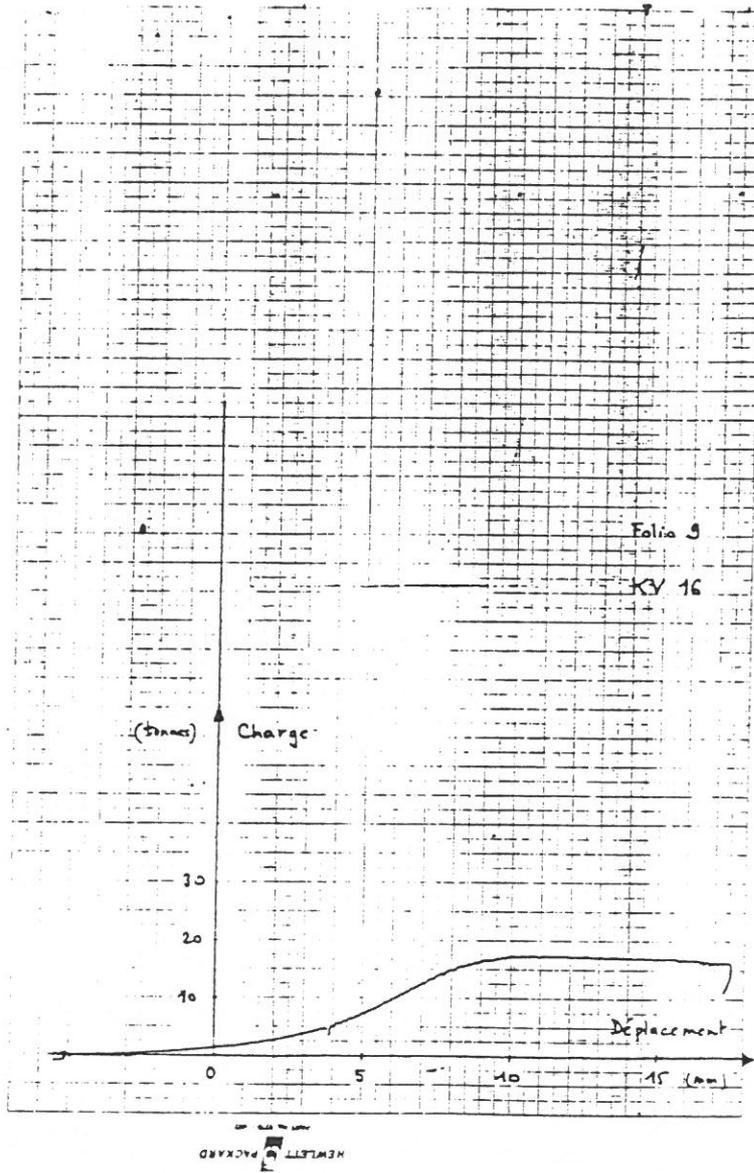
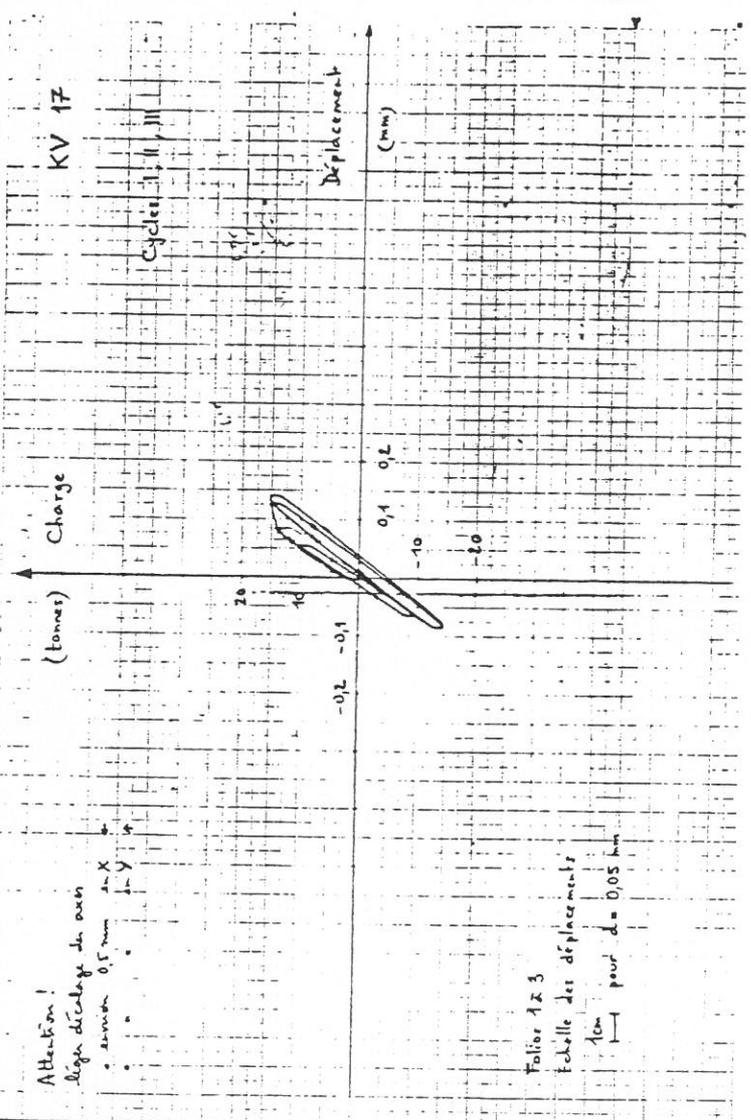
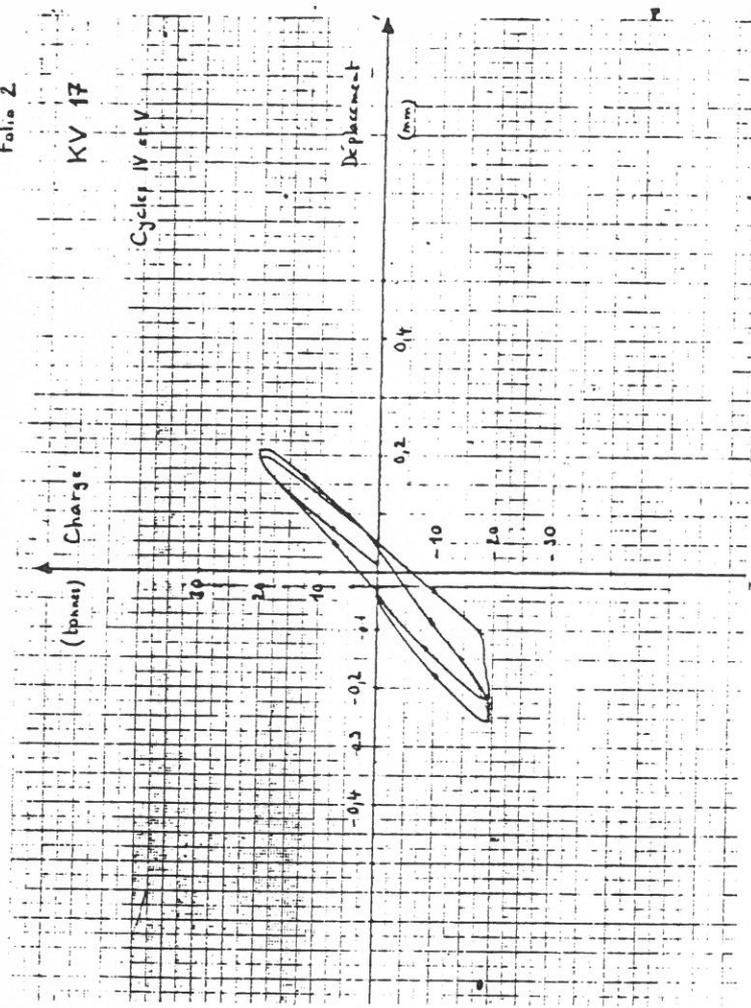
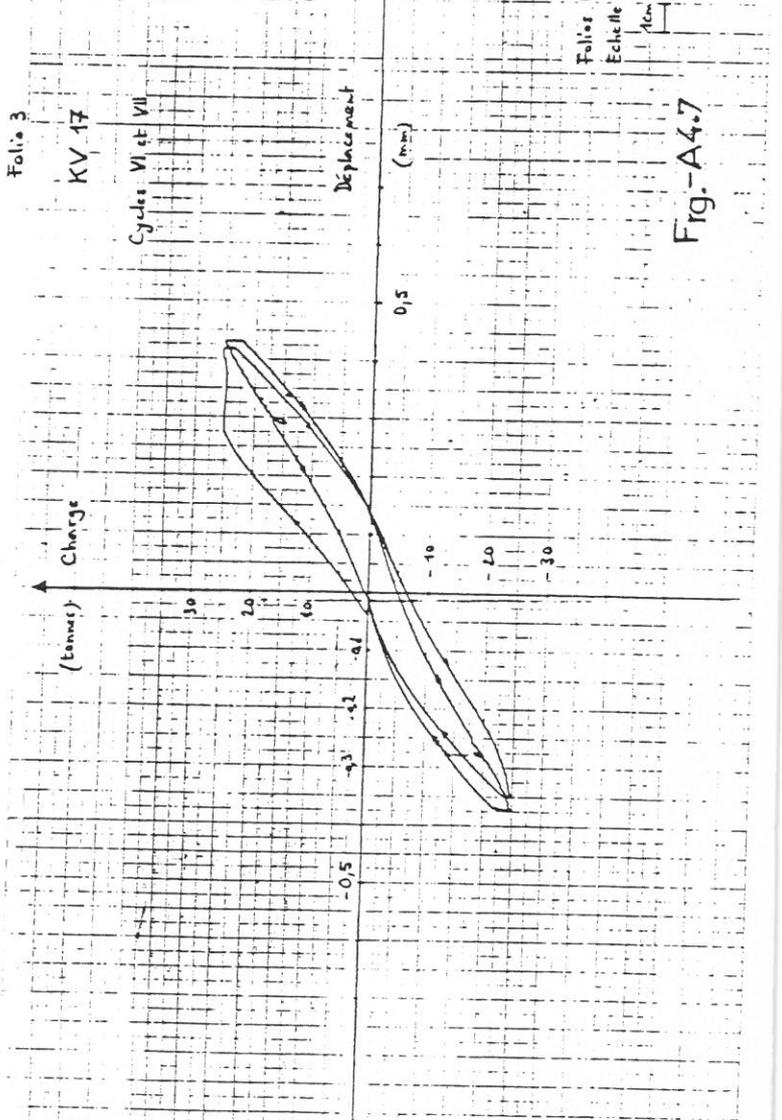
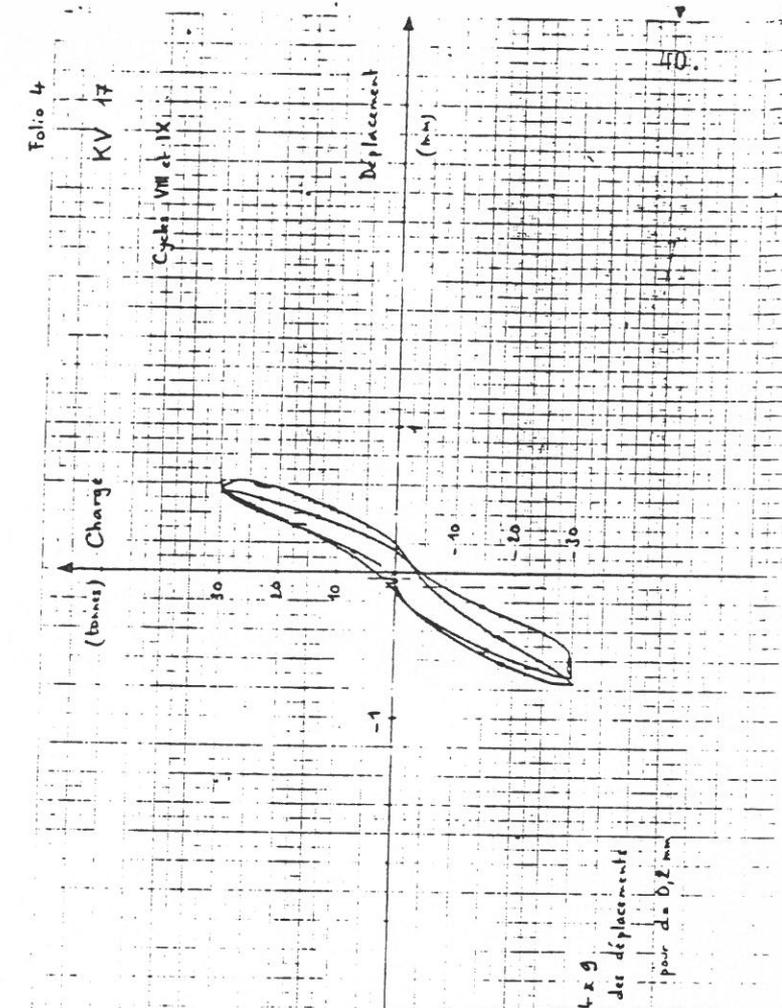


Fig-A4.6



Attention!  
alignement des axes  
à l'échelle 0,5 mm sur X  
à l'échelle 1 mm sur Y

Folio 1 & 3  
Echelle des déplacements  
1cm pour d = 0,05 mm



Folios 4 & 9  
Echelle des déplacements  
1cm pour d = 0,2 mm

Fig.-A4.7

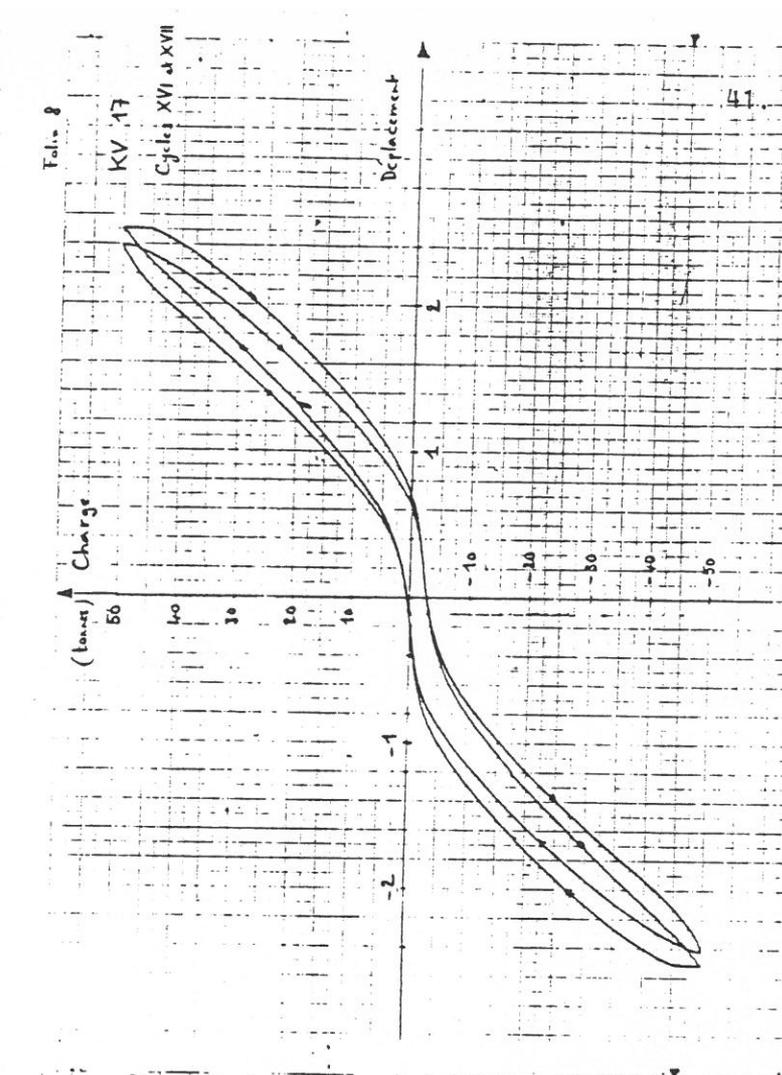
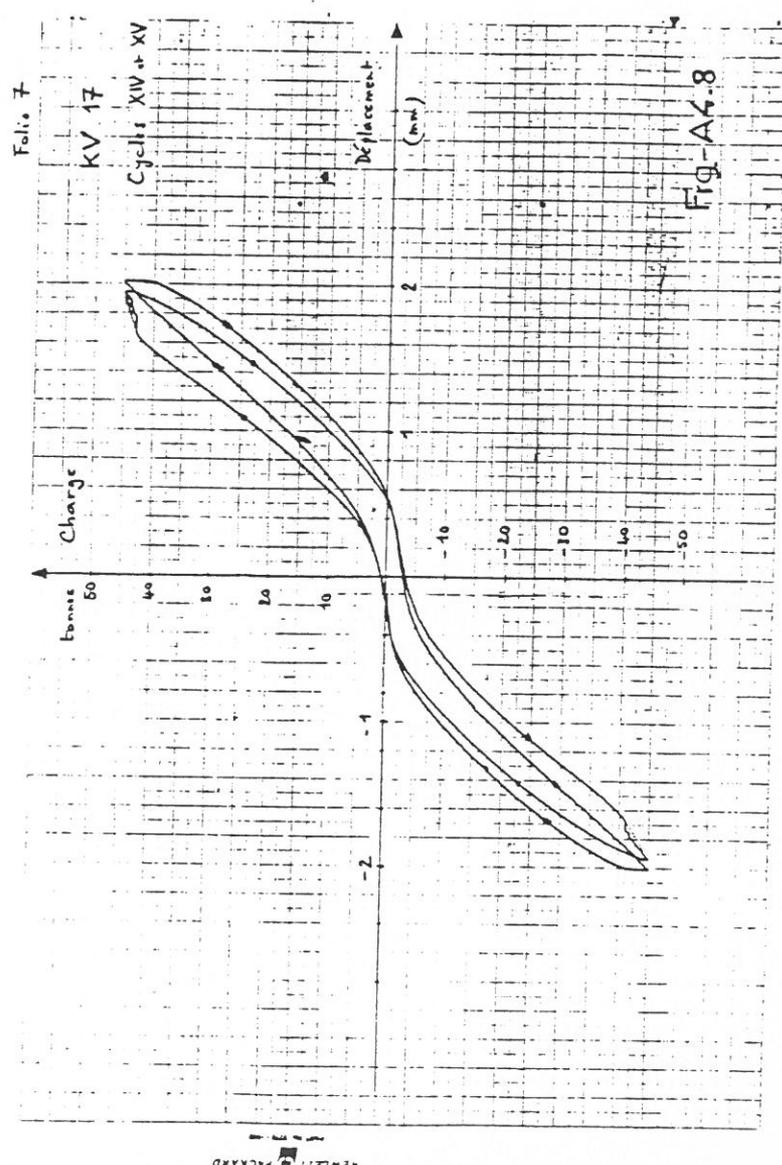
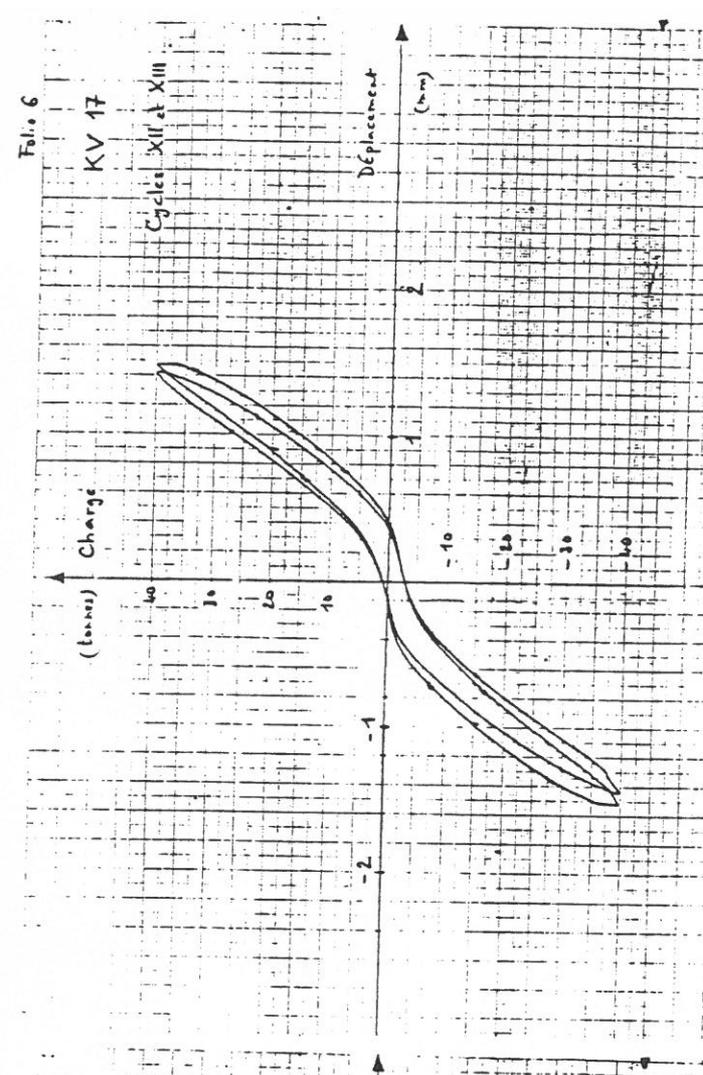
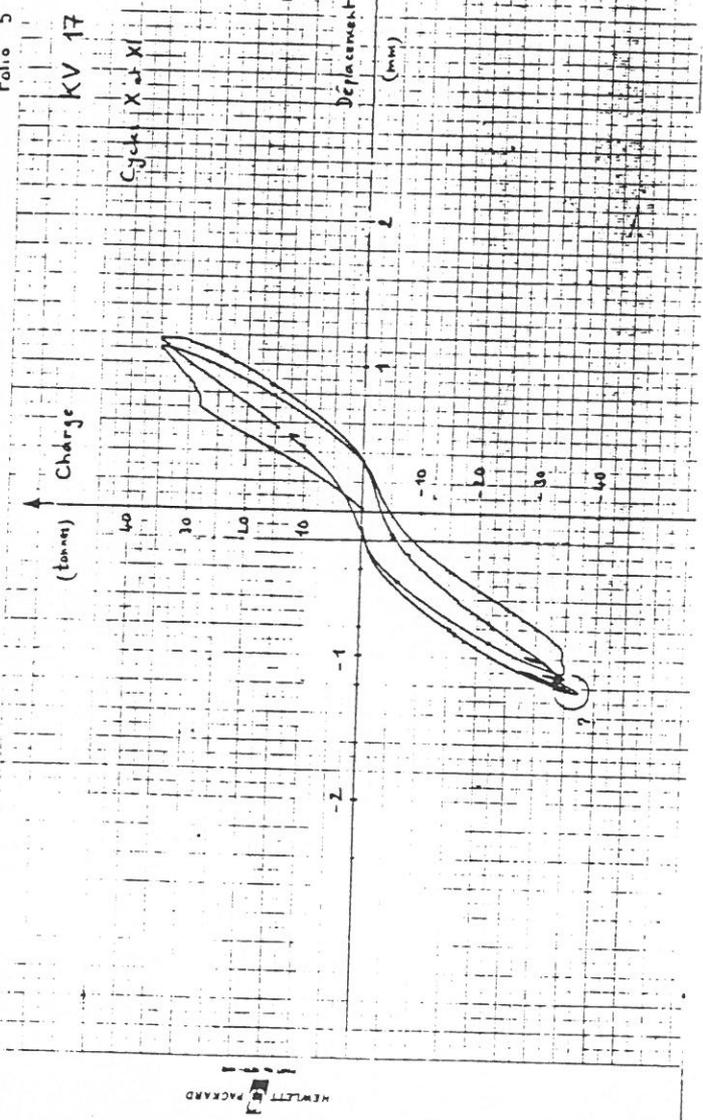
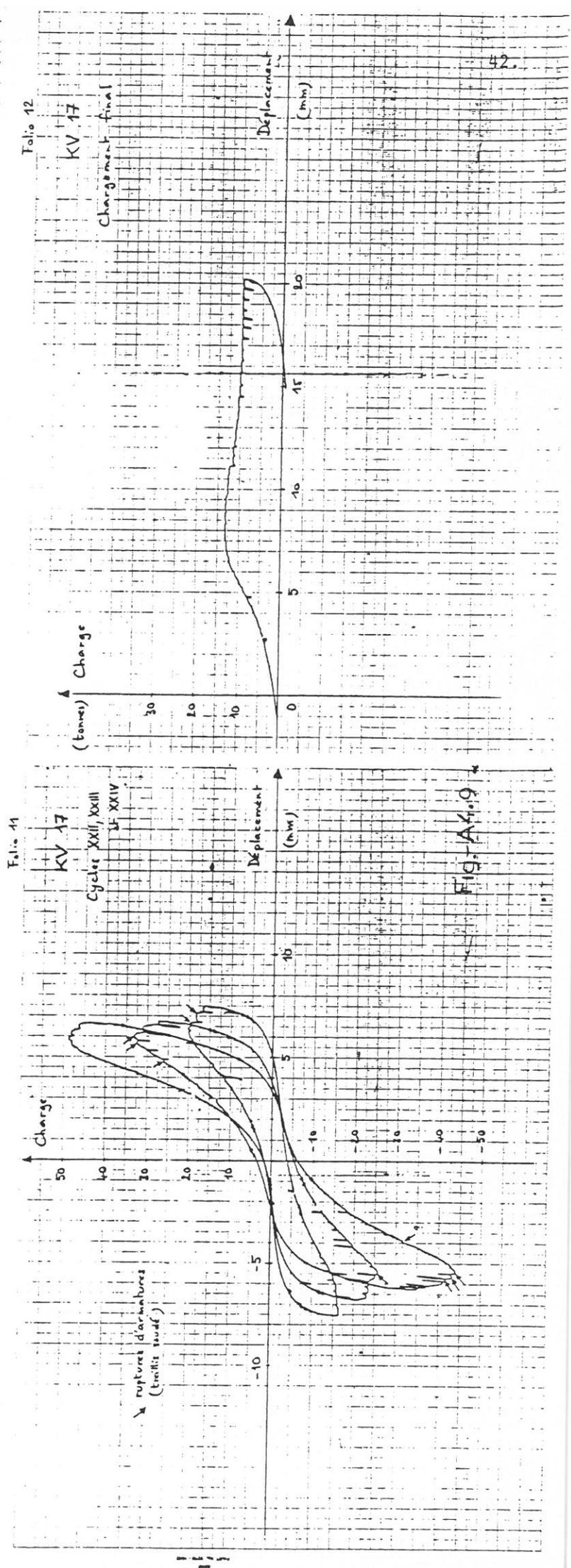
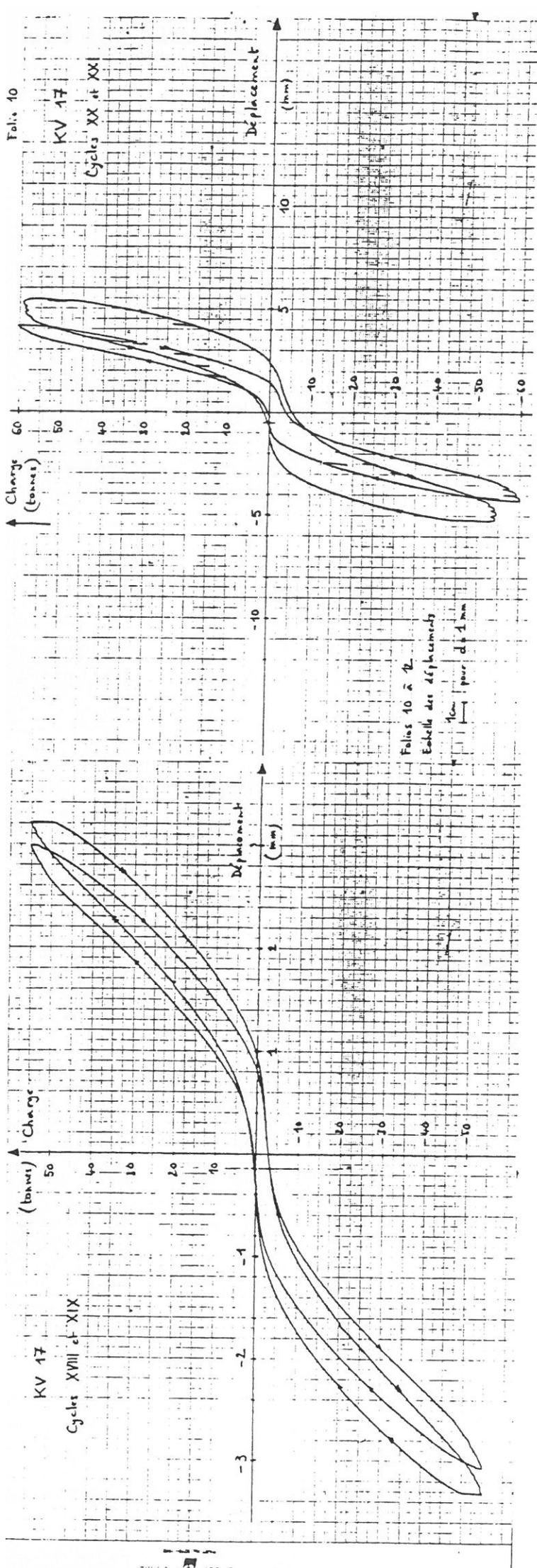
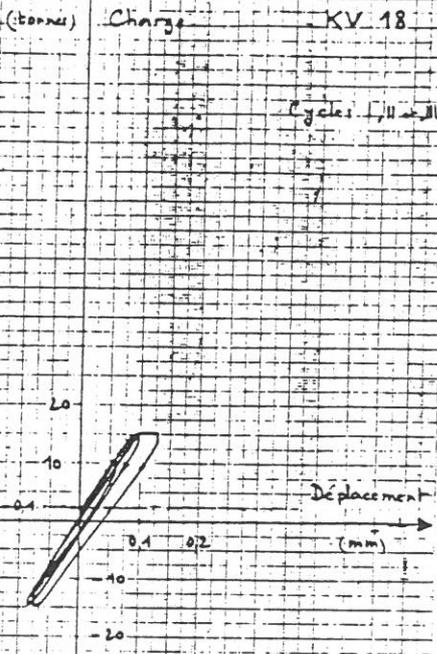
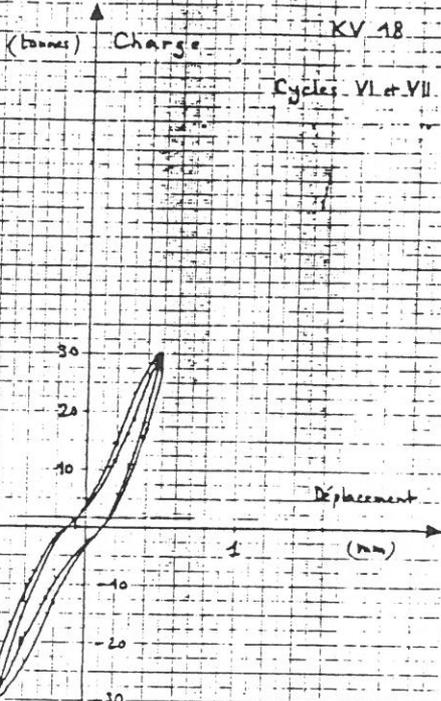
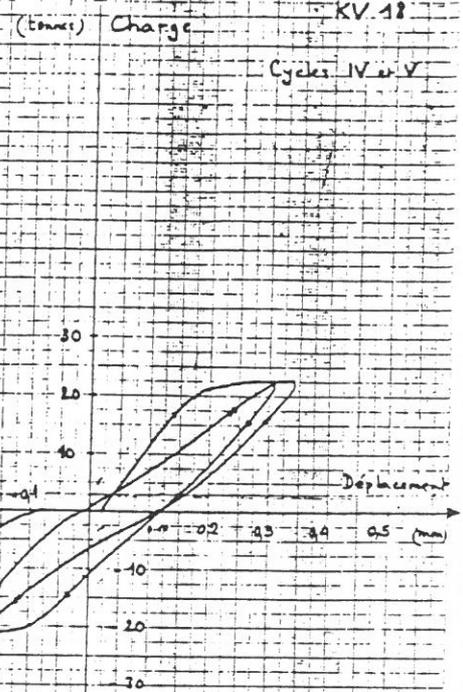


Fig. A-6.8



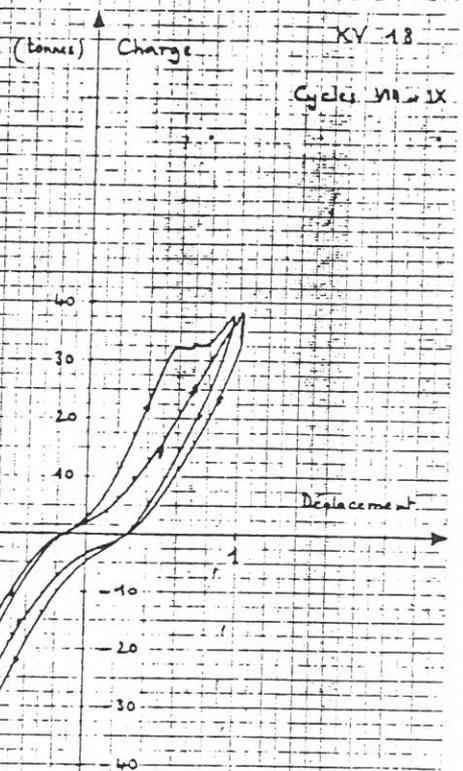


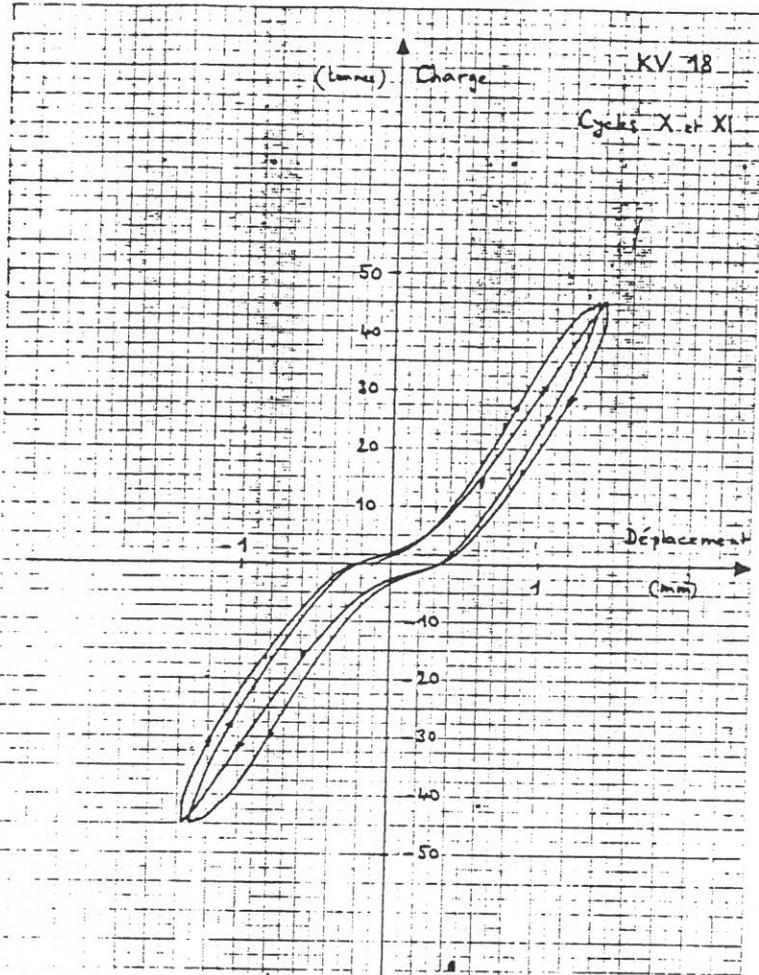
Folios 1 et 2  
Echelle des déplacements



Folios 3 et 7  
Echelle des déplacements  
1cm pour  $\Delta = 0,2$  mm

Fig-A4.10





HEWLETT PACKARD

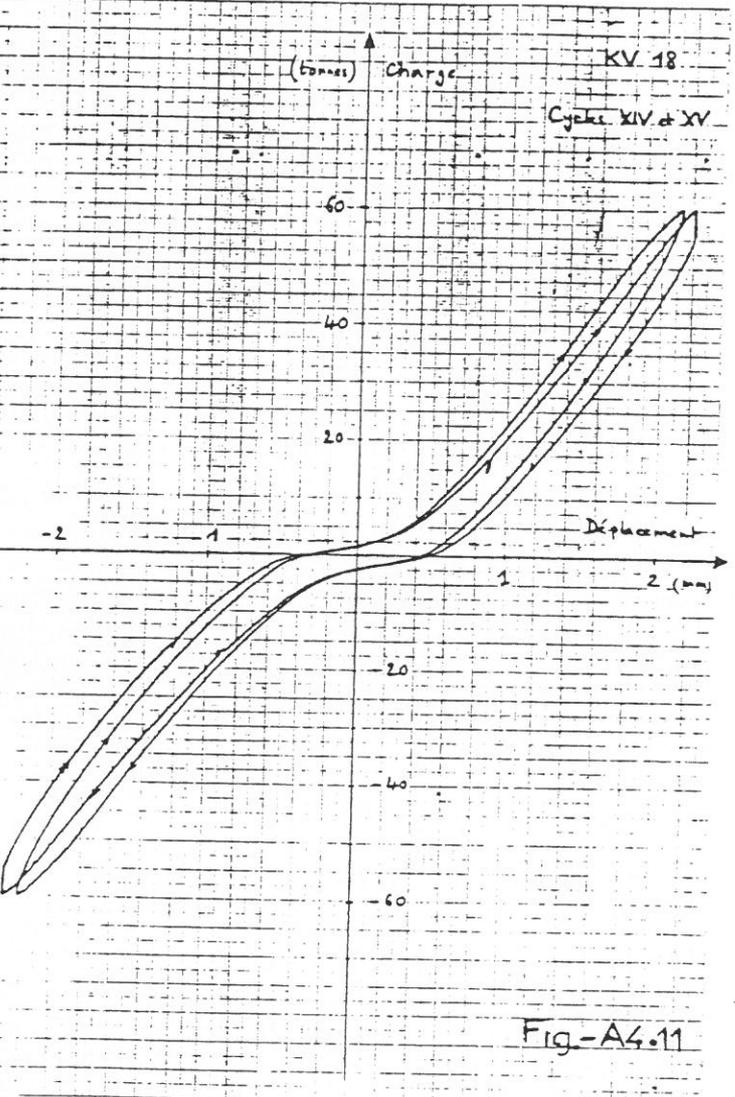
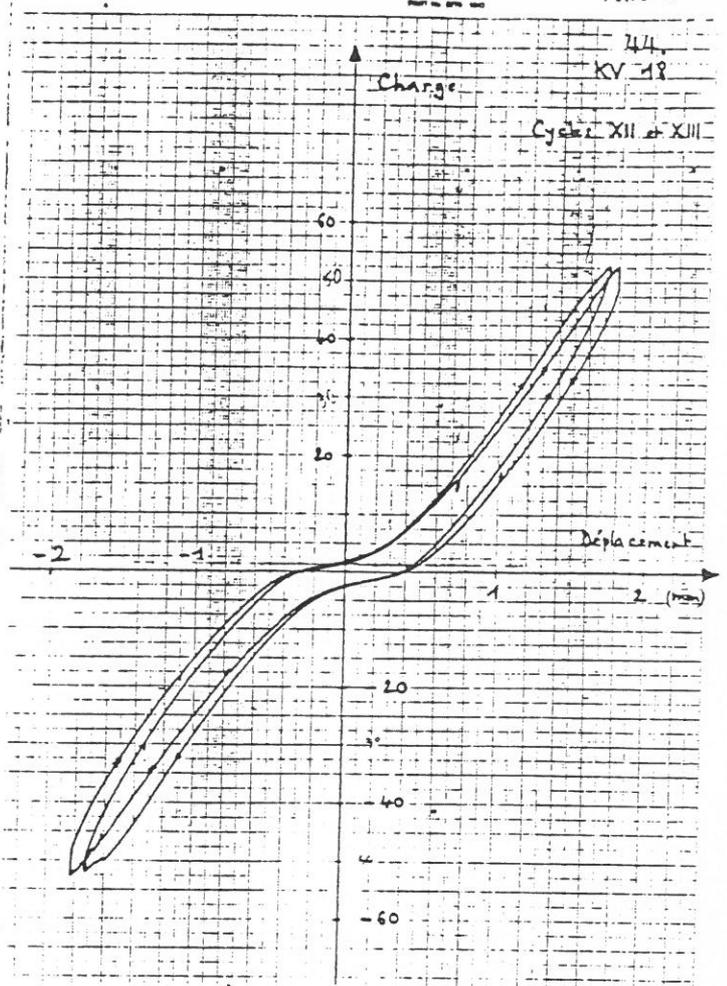
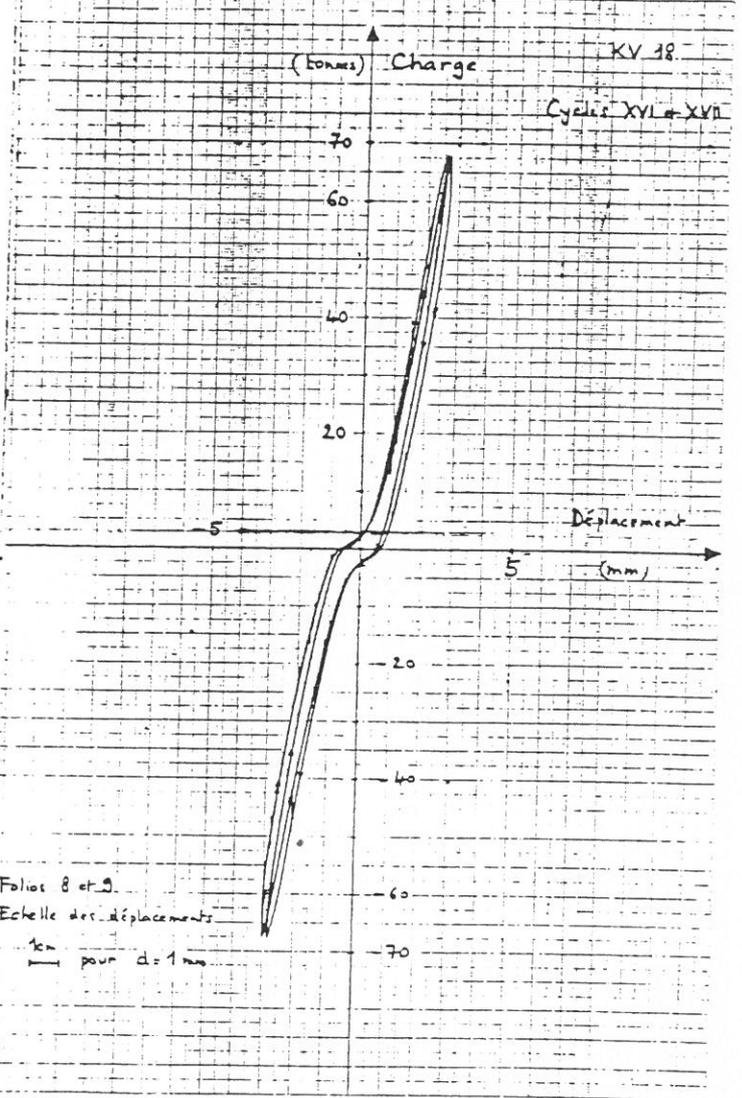


Fig-A4.11



HEWLETT PACKARD



Folios 8 et 9.  
 Echelle des déplacements  
 1cm pour d=1mm

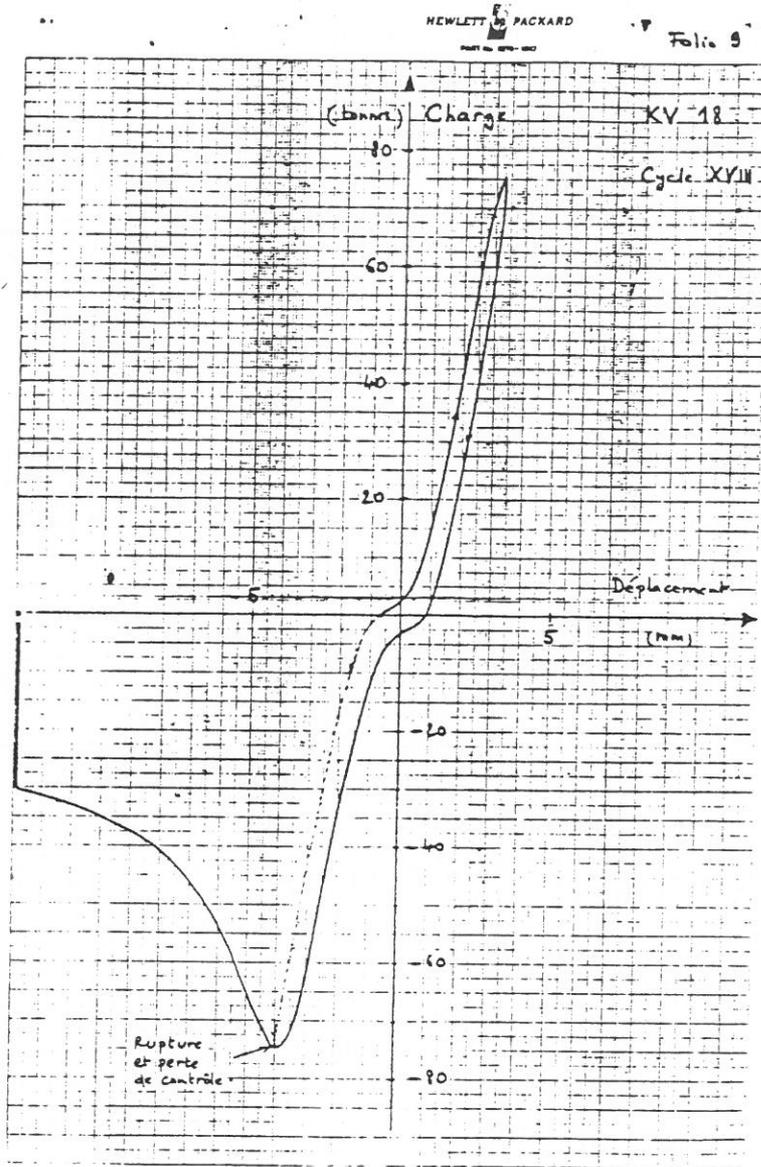


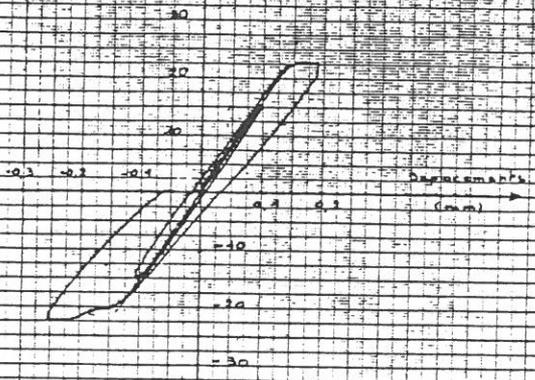
Fig.-A4.12

(kmas) Charge

KV 39

(kmas) - 20 d pour 1 cm  
(kmas) - 20 pour 2 cm

Cycles I et II



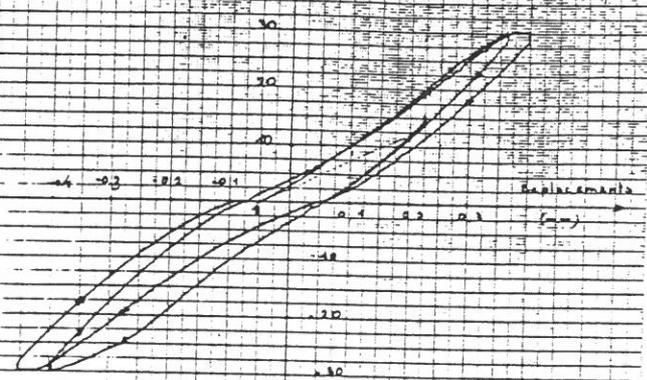
NEWLETT PACKARD  
PART NO. 8774-1002

46

KV 49

(kmas) Charge

Cycles III et IV

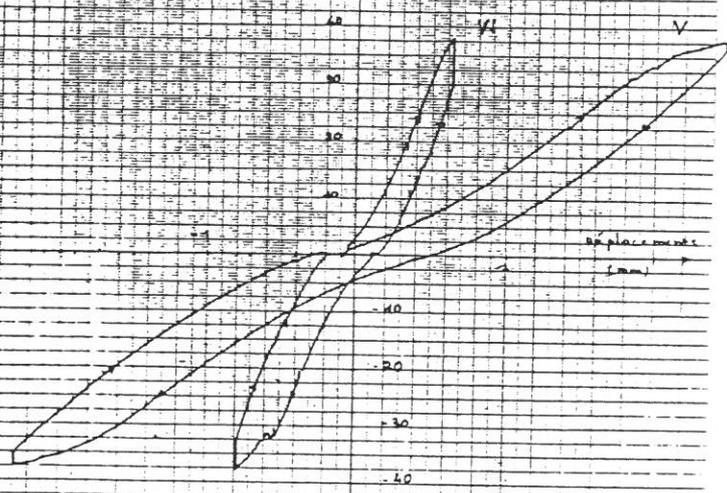


NEWLETT PACKARD  
PART NO. 8774-1002

(kmas) Charge

KV 49

Cycles V et VI



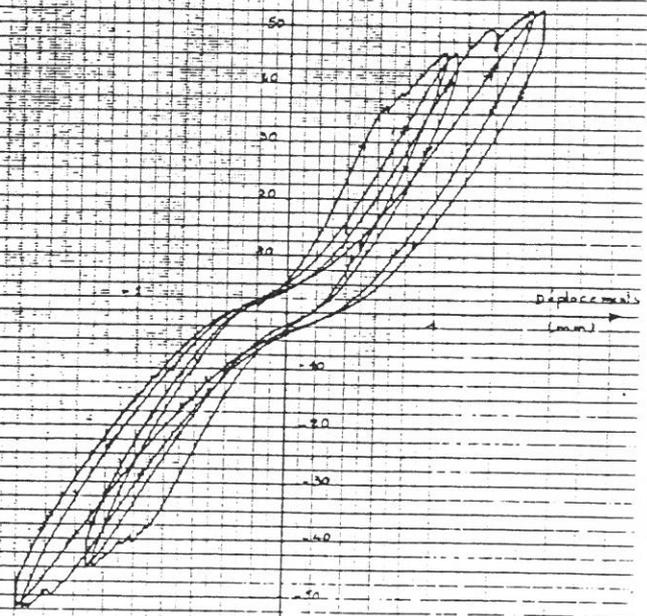
0,1 mm cycle V

Fig-A4.13

(kmas) Charge

KV 49

Cycles VII, VIII, IX et X



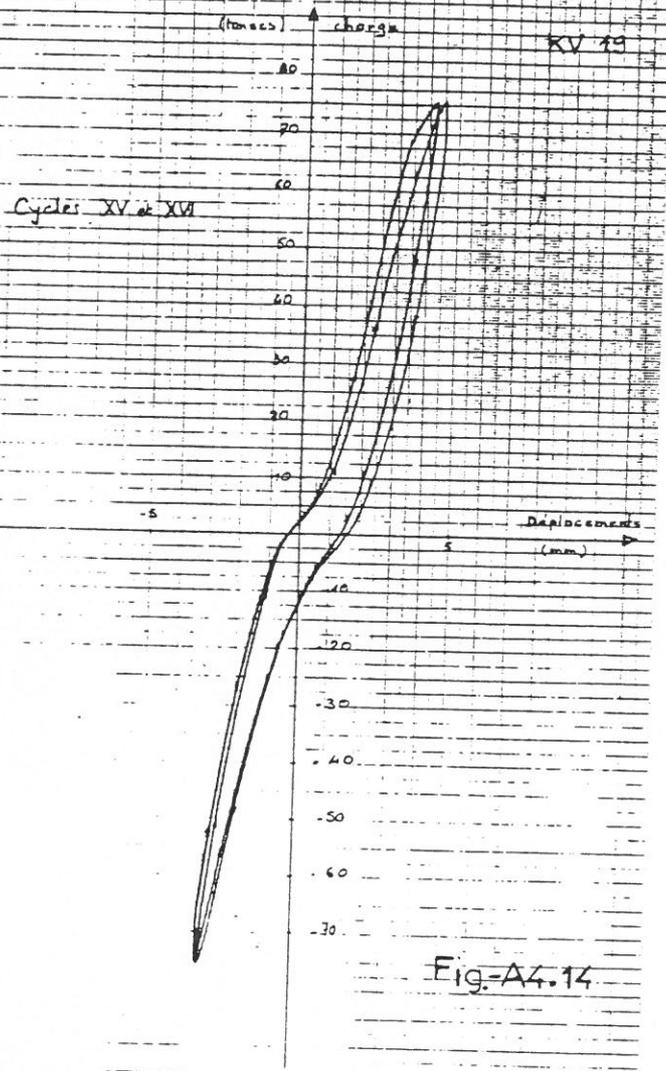
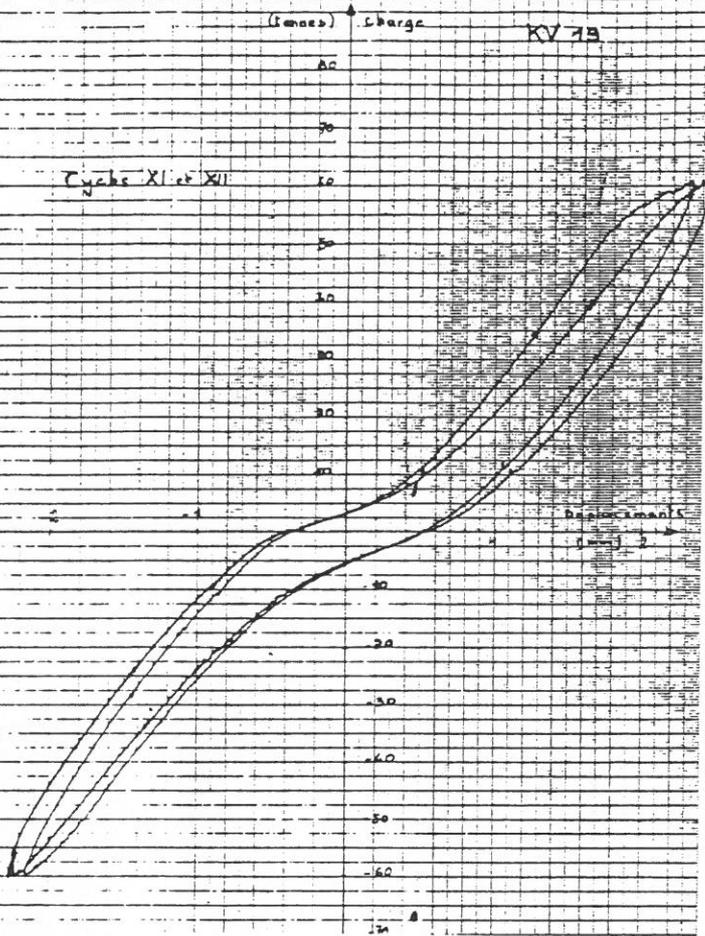
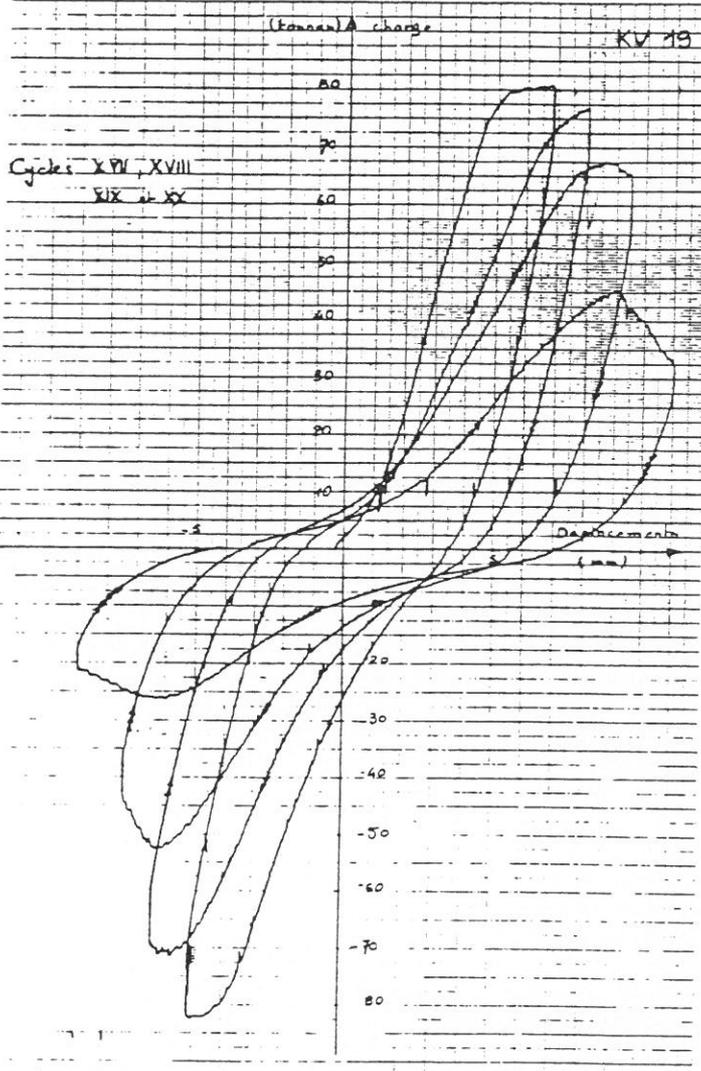
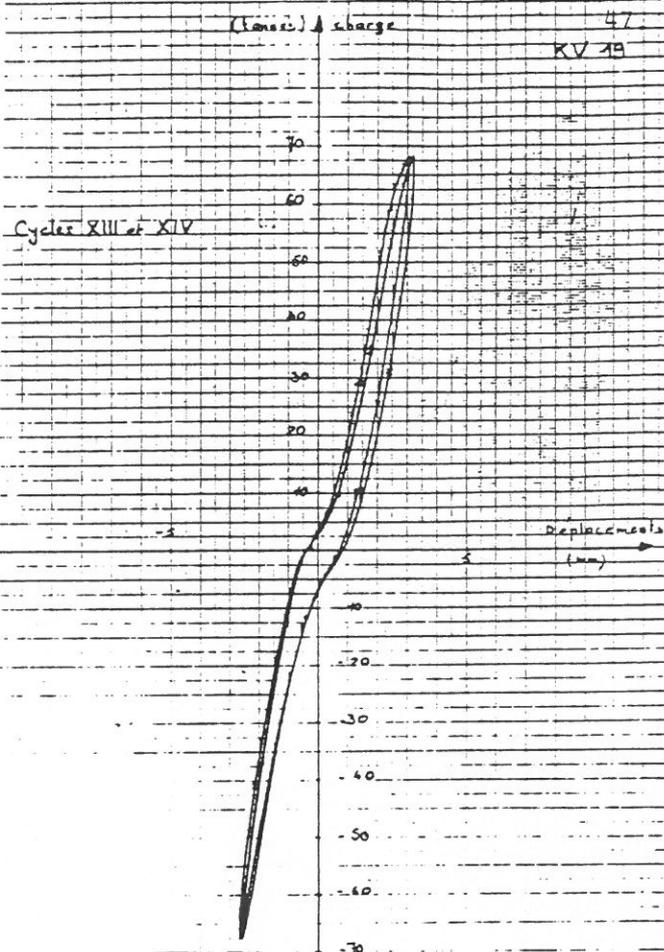


Fig-A4.14



HEWLETT PACKARD  
PART NO. 8771-100

Folio 9

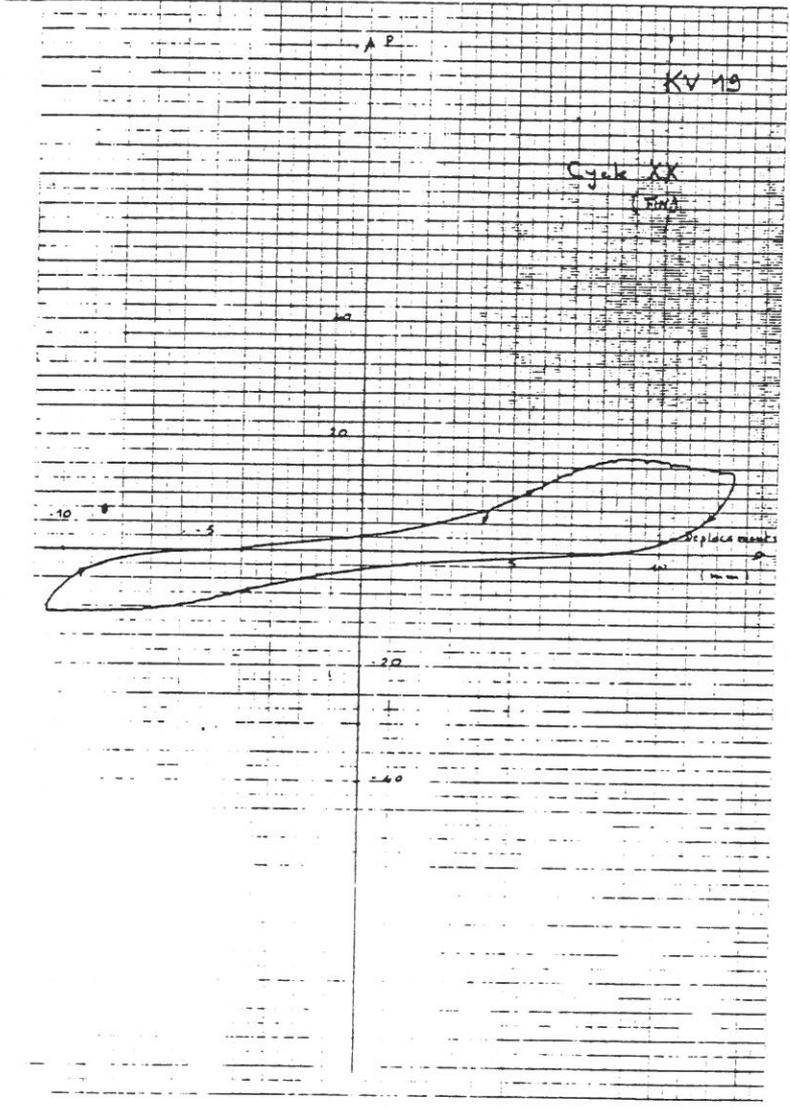
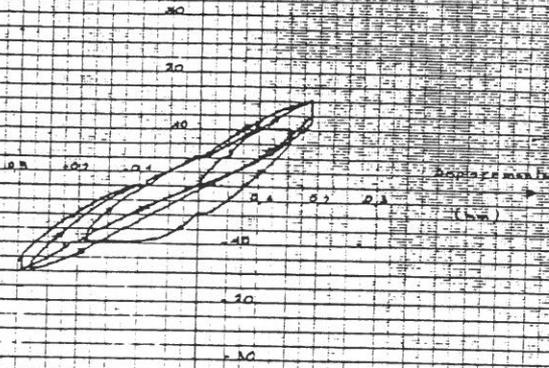


Fig.-A4.15

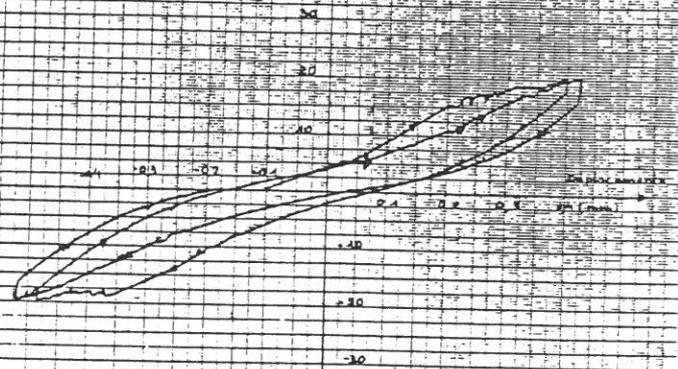
(tonnes) charge KV 20

Cycles I et II



(tonnes) charge KV 20

Cycles III et IV



(tonnes) charges KV 20

Cycles VI et VII

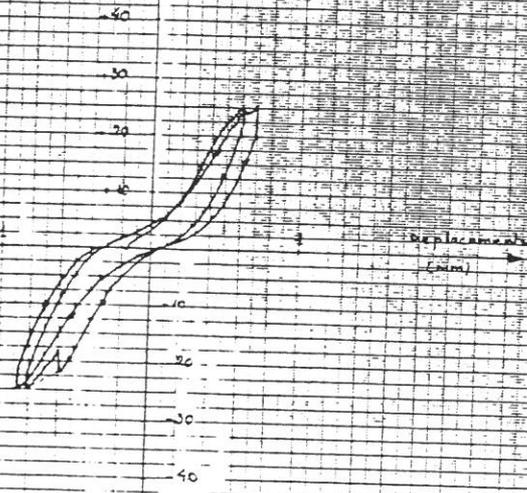
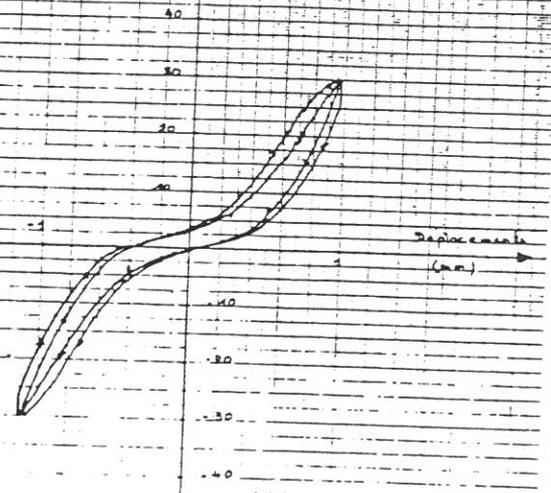


Fig.-A4.16

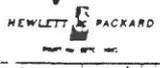
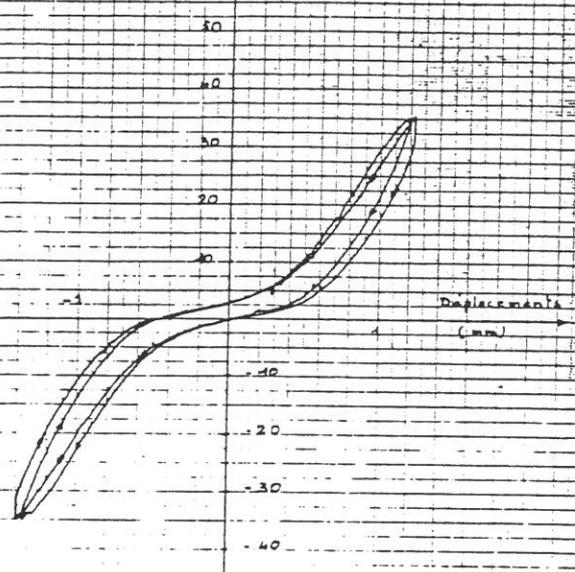
(tonnes) charge KV 20

Cycles VIII et IX



(tonnes) Charge KV 20

Cycles X et XI



(tonnes) Charge KV 20

Cycles XIV et XV

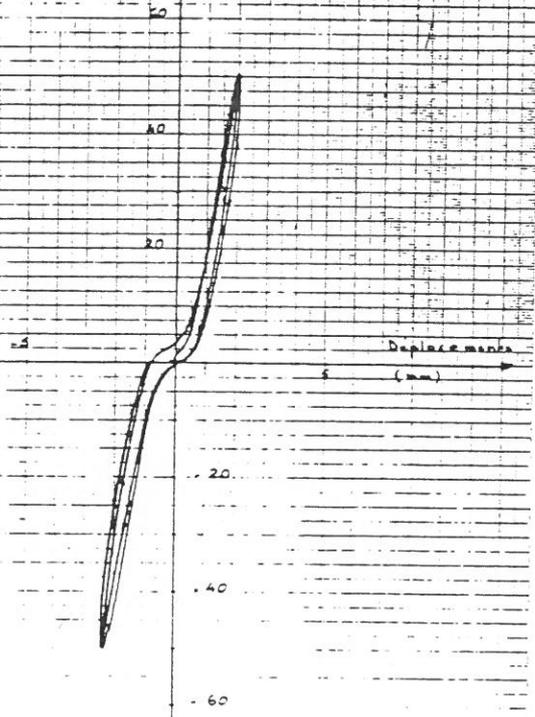
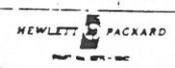
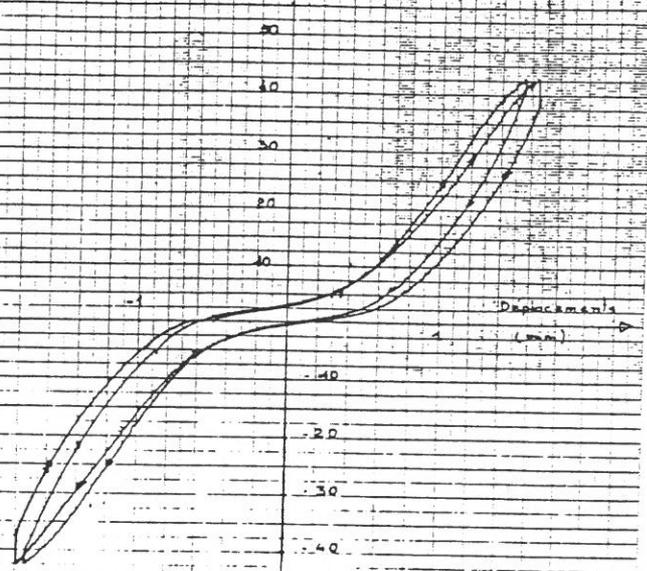


Fig.-A4.17

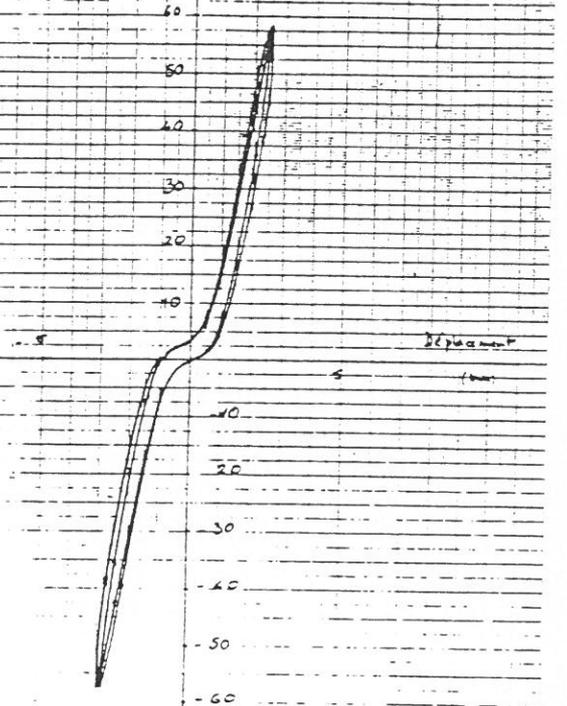
(tonnes) Charge KV 20

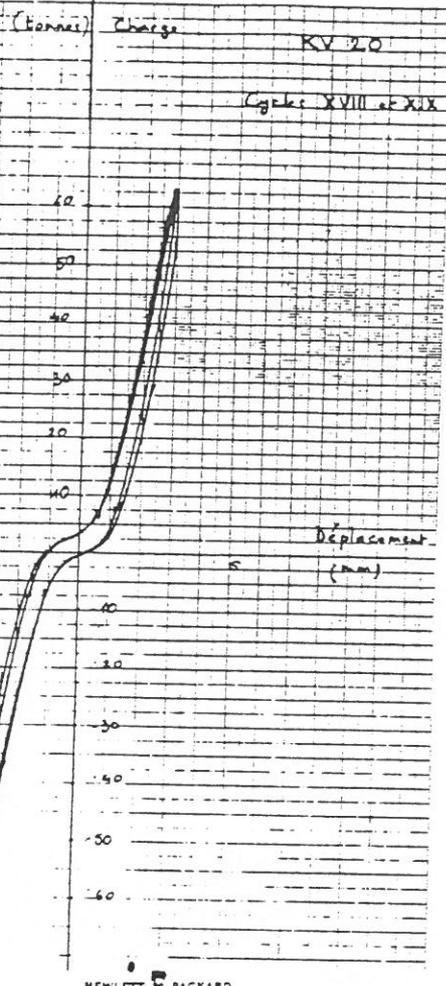
Cycles XII et XIII



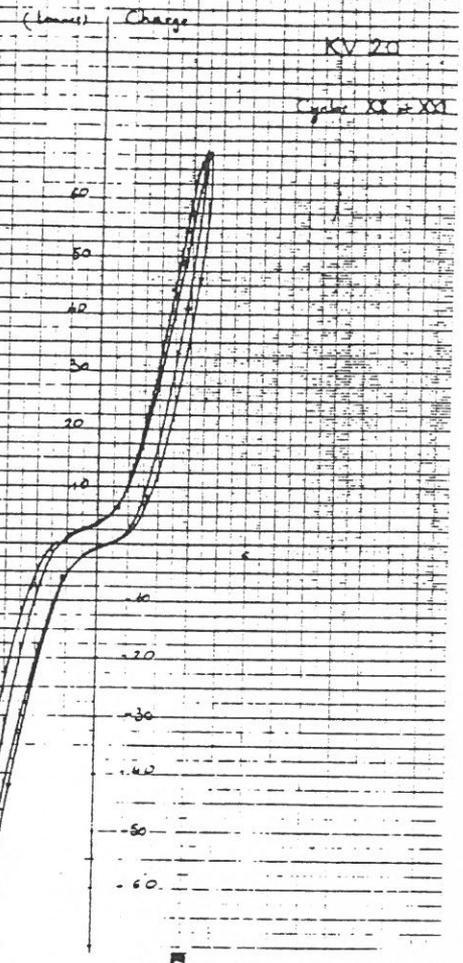
(tonnes) Charge KV 20

Cycles XVI et XVII





Folio 11



Folio 12

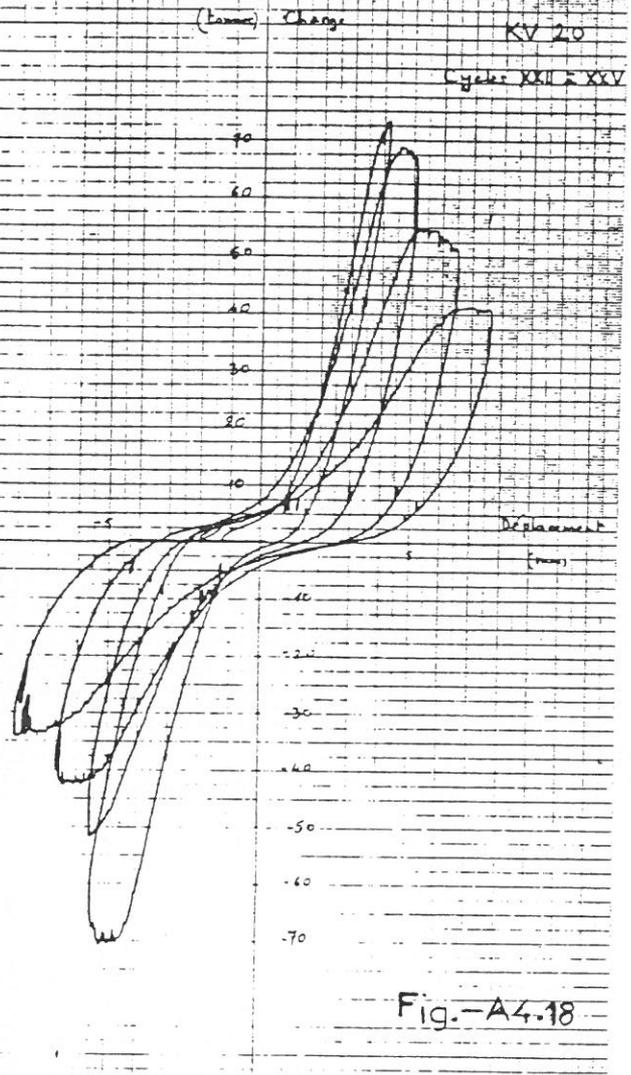
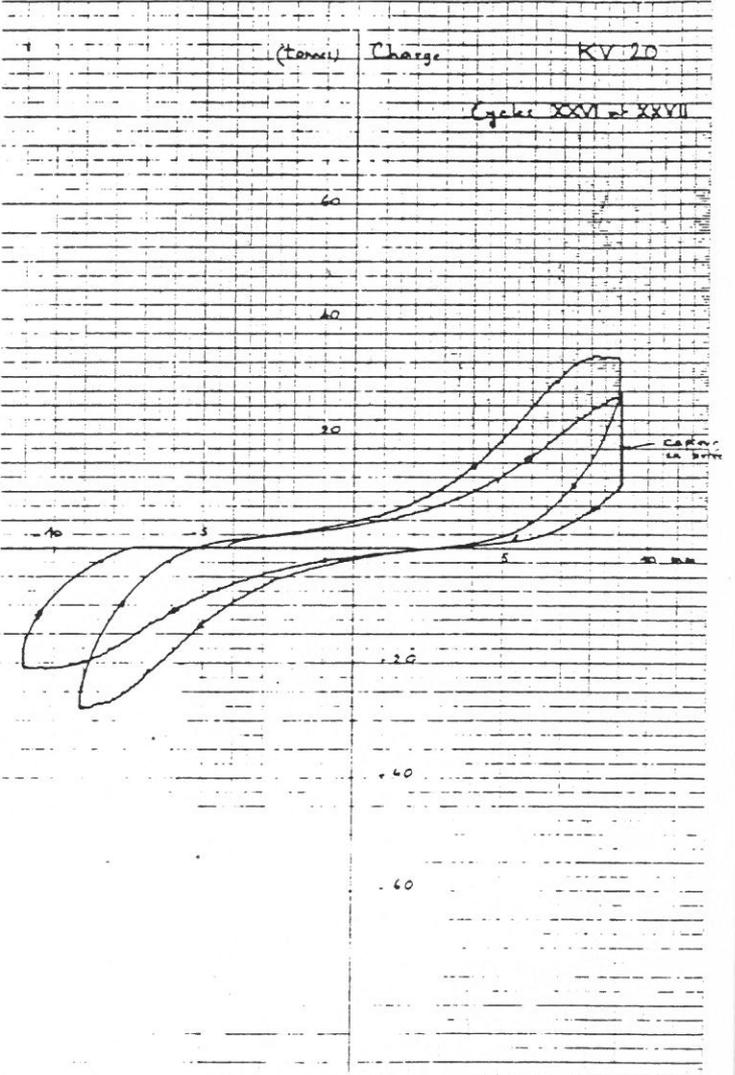
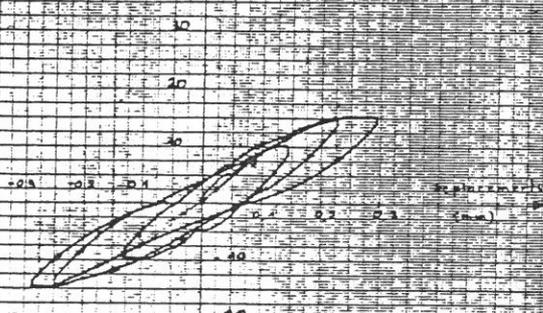


Fig.-A4.18



(tonnes) charge KV 21

Cycles I et II



NEWLETT PACKARD

(tonnes) charge KV 21

Cycles VI et VII

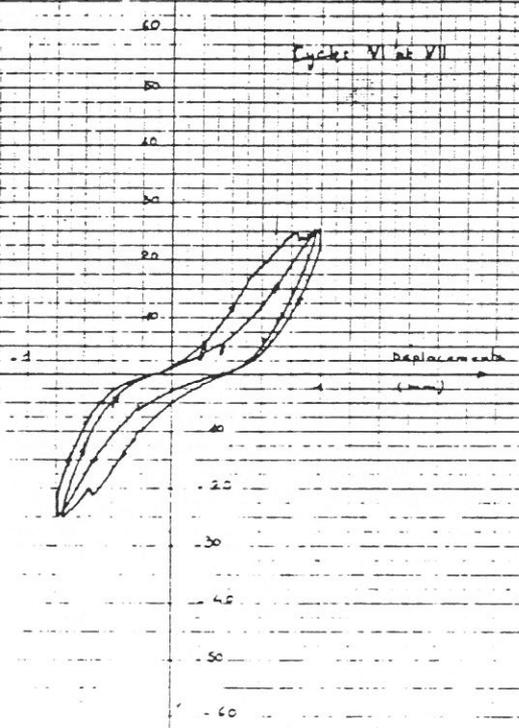
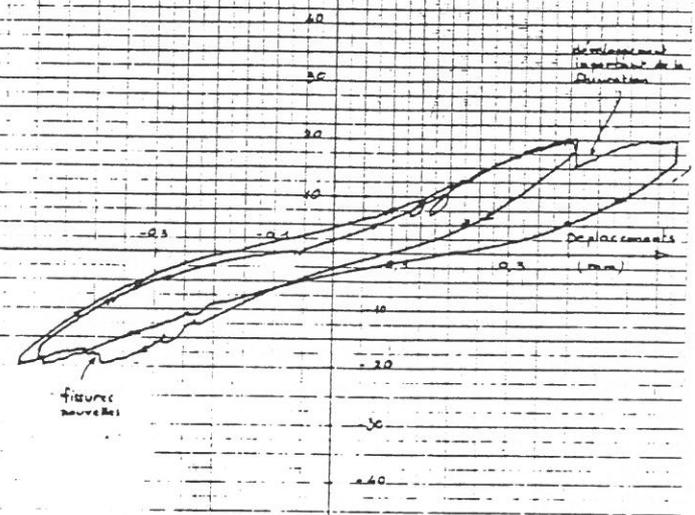


Fig.-A4.19

KV 21

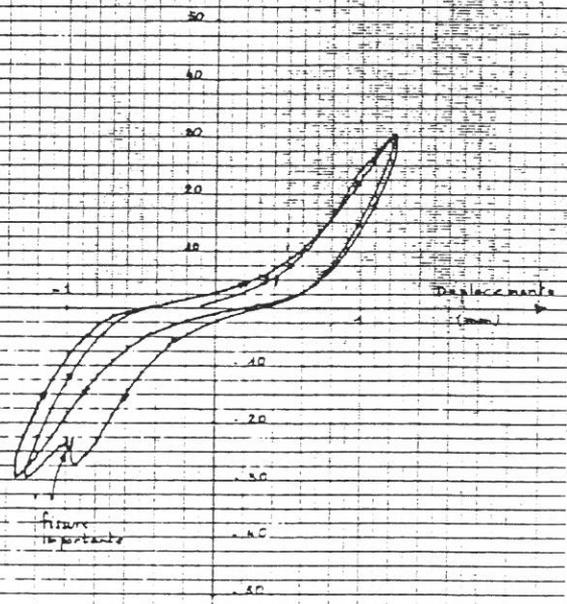
Cycles IV et V

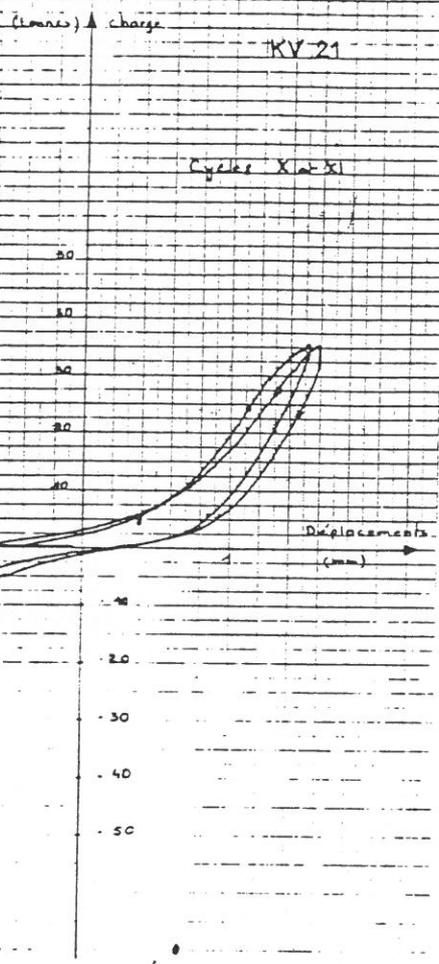


NEWLETT PACKARD

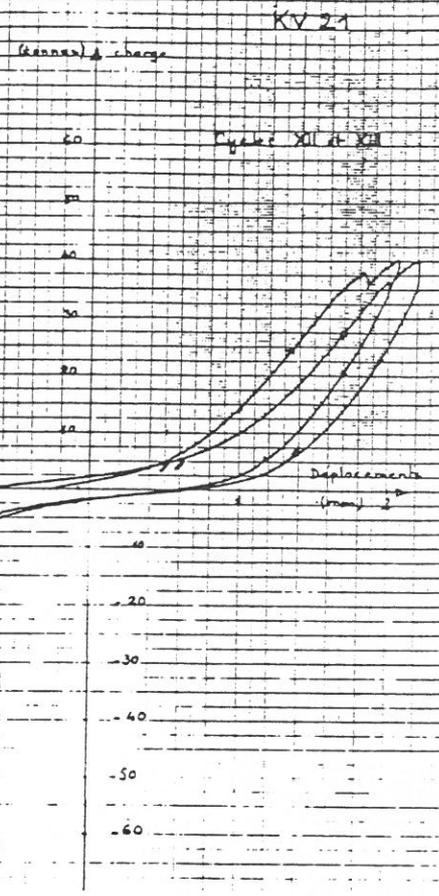
(tonnes) charge KV 21

Cycles VIII et IX





HEWLETT PACKARD



HEWLETT PACKARD

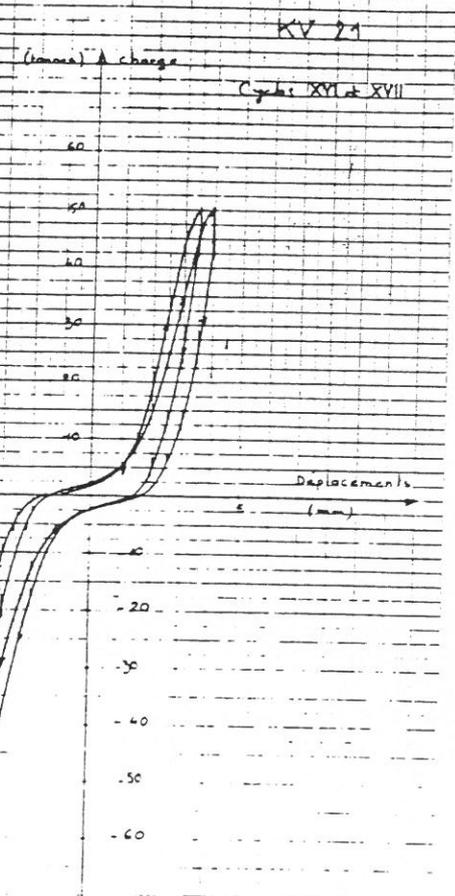
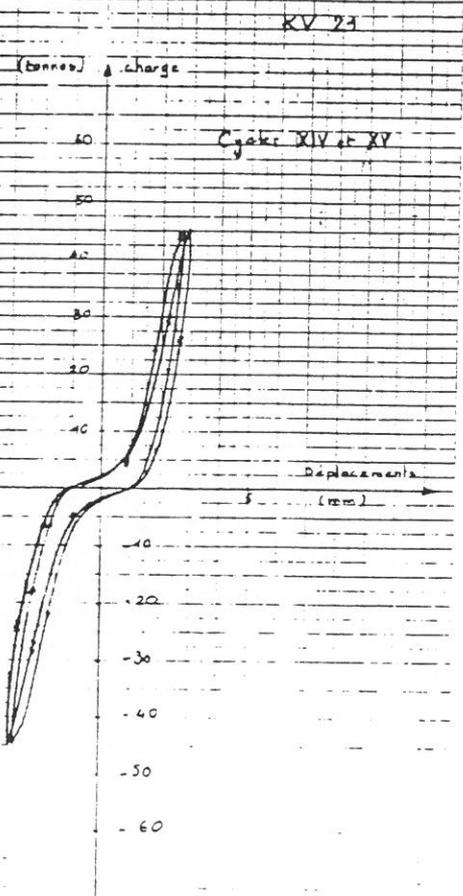


Fig.-A4.20

HEWLETT  PACKARD  
MODEL 877A 1962

Folio 3

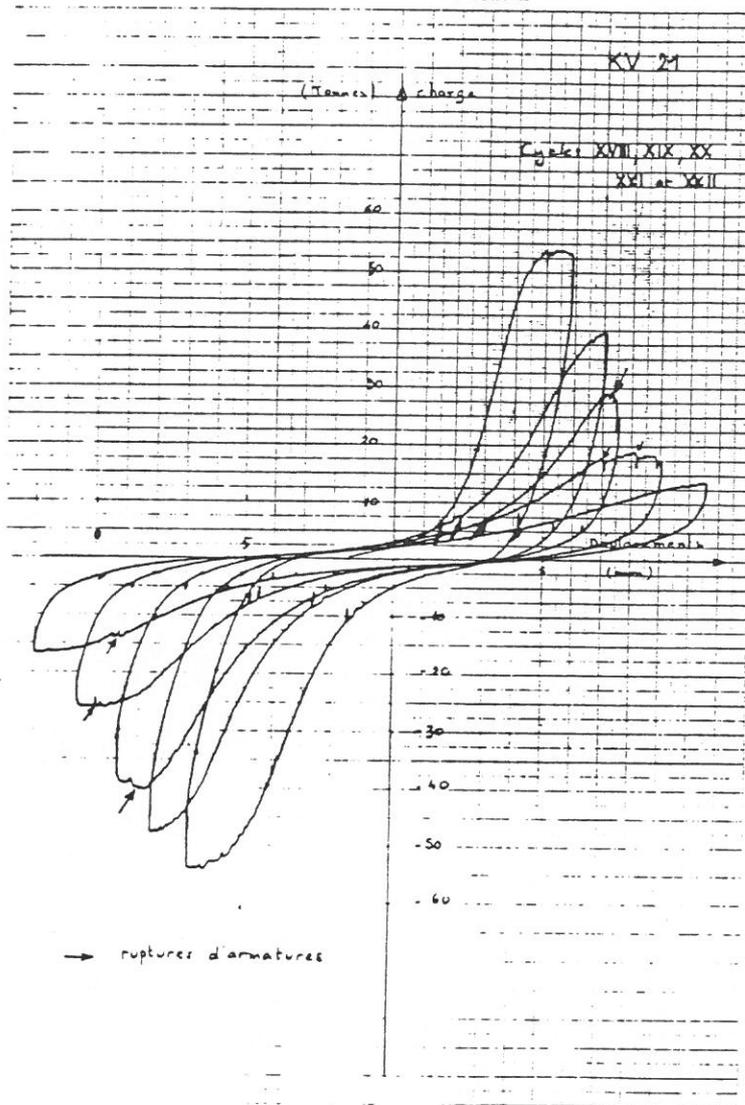


Fig.-A4.21

ANNEXE 5

(figures A5-1 à A5-13)

Sommets des cycles de chargement expérimentaux  
(représentation à deux échelles différentes du déplacement)

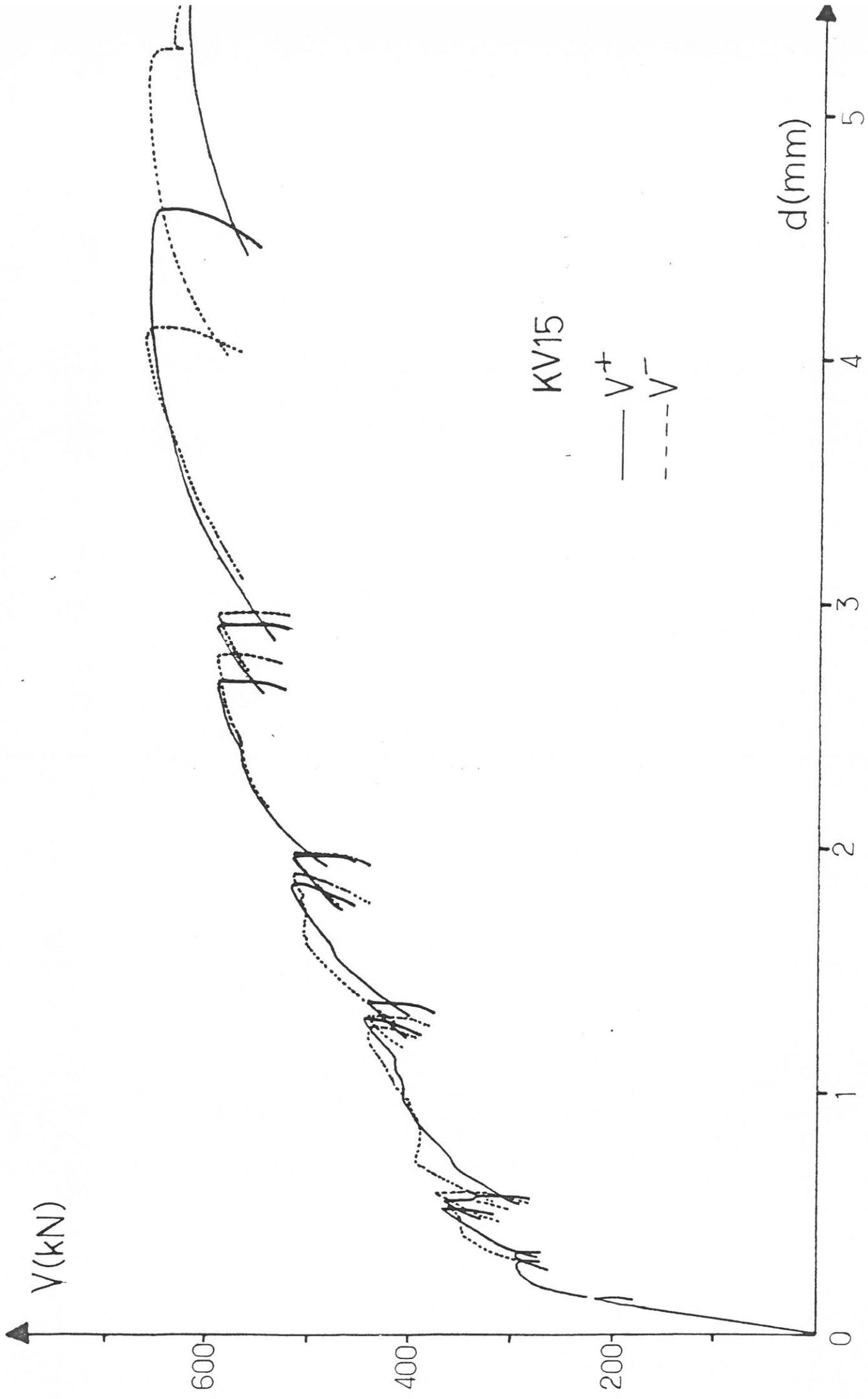


Fig.-A5.1

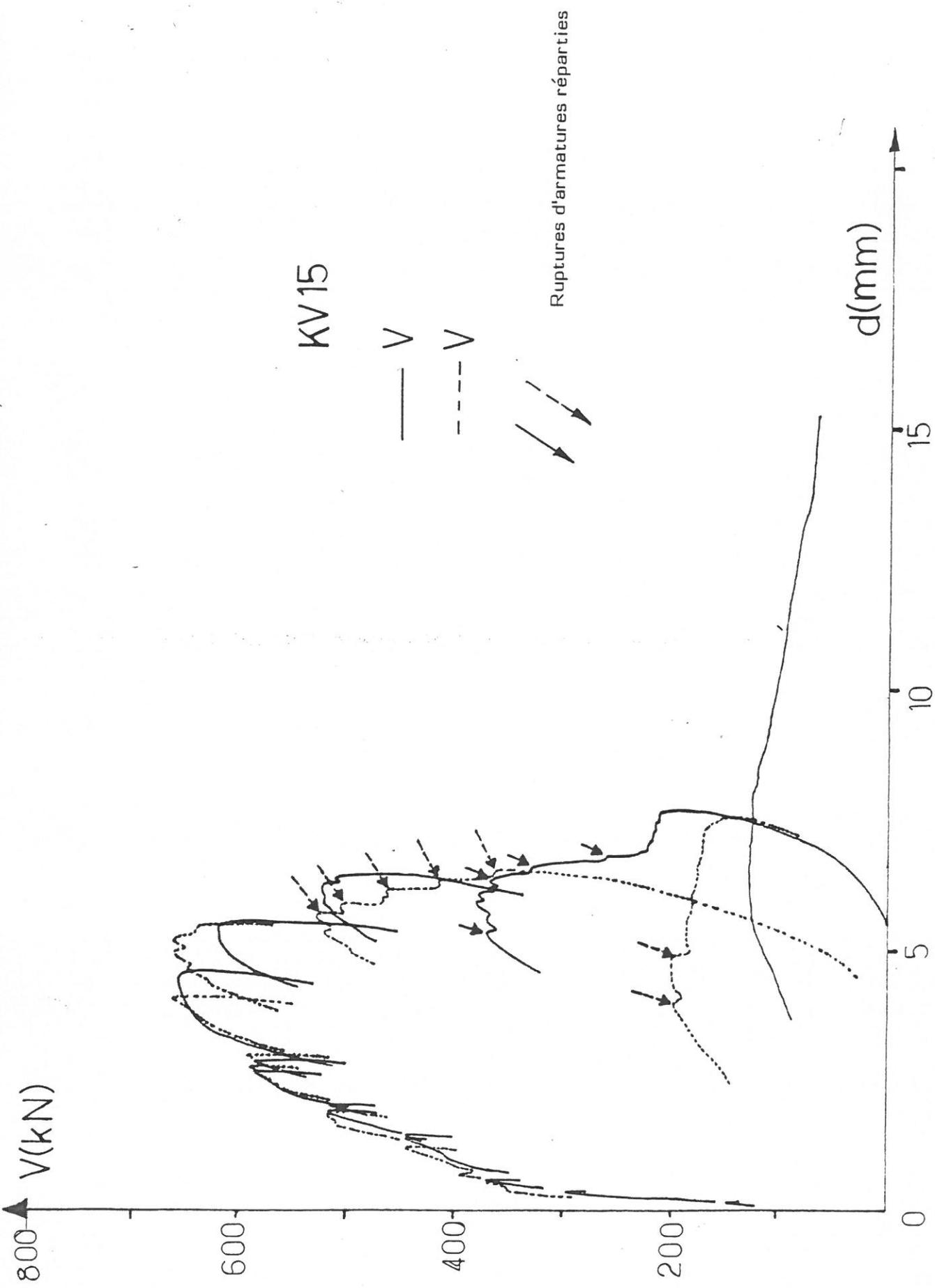


Fig.-A5.2

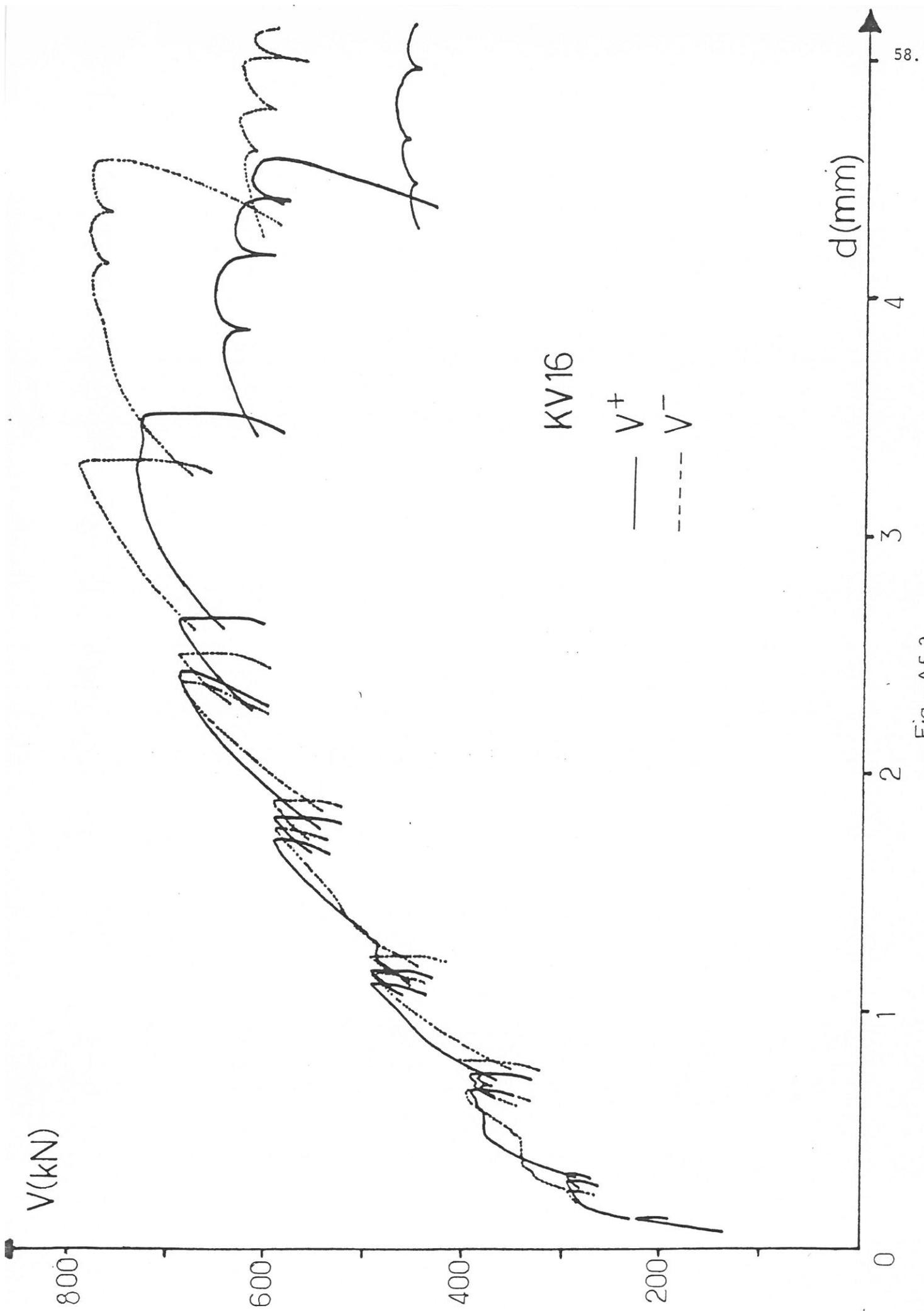


Fig.-A5.3

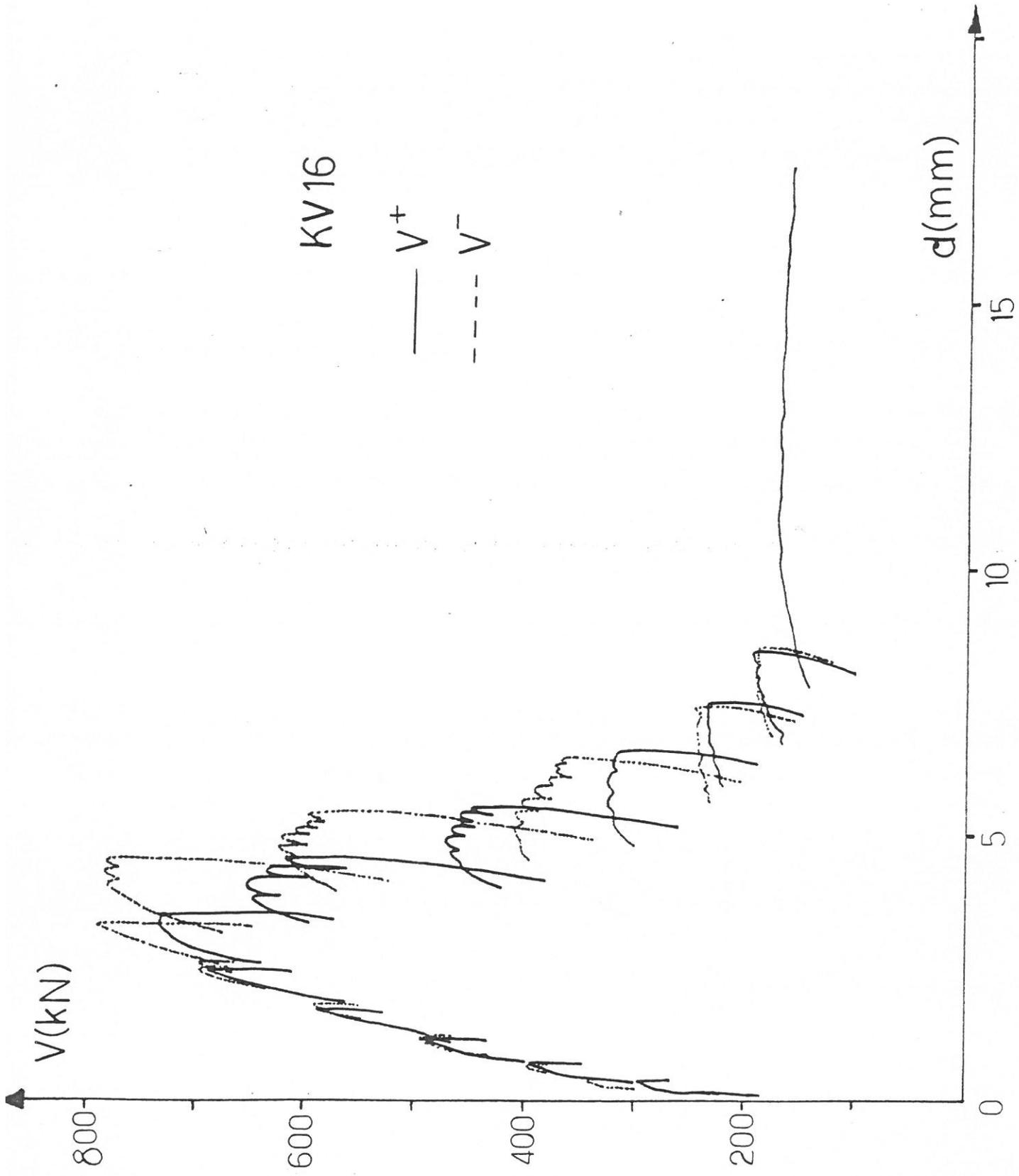


Fig.-A5.4

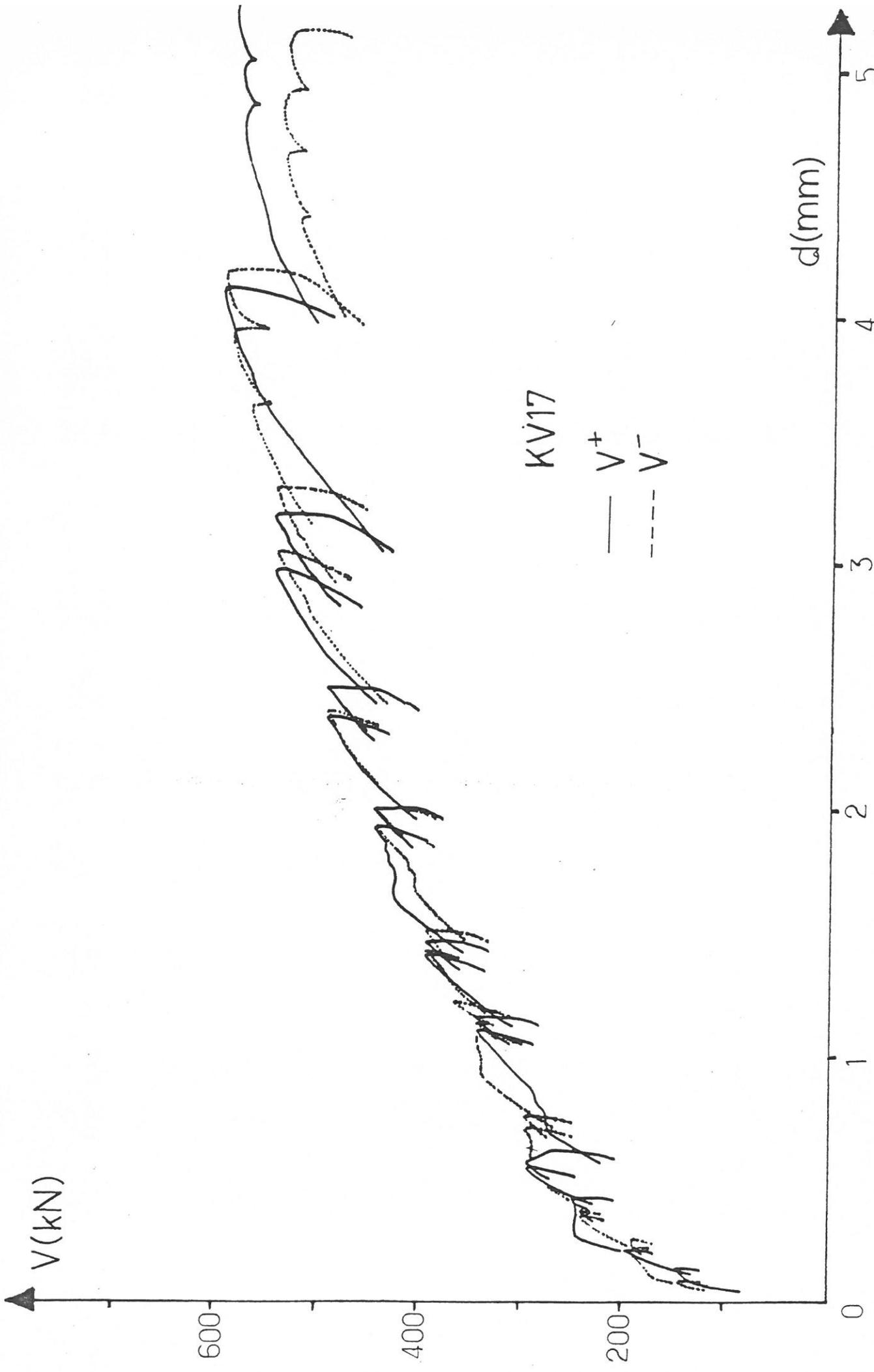


Fig. -A5.5

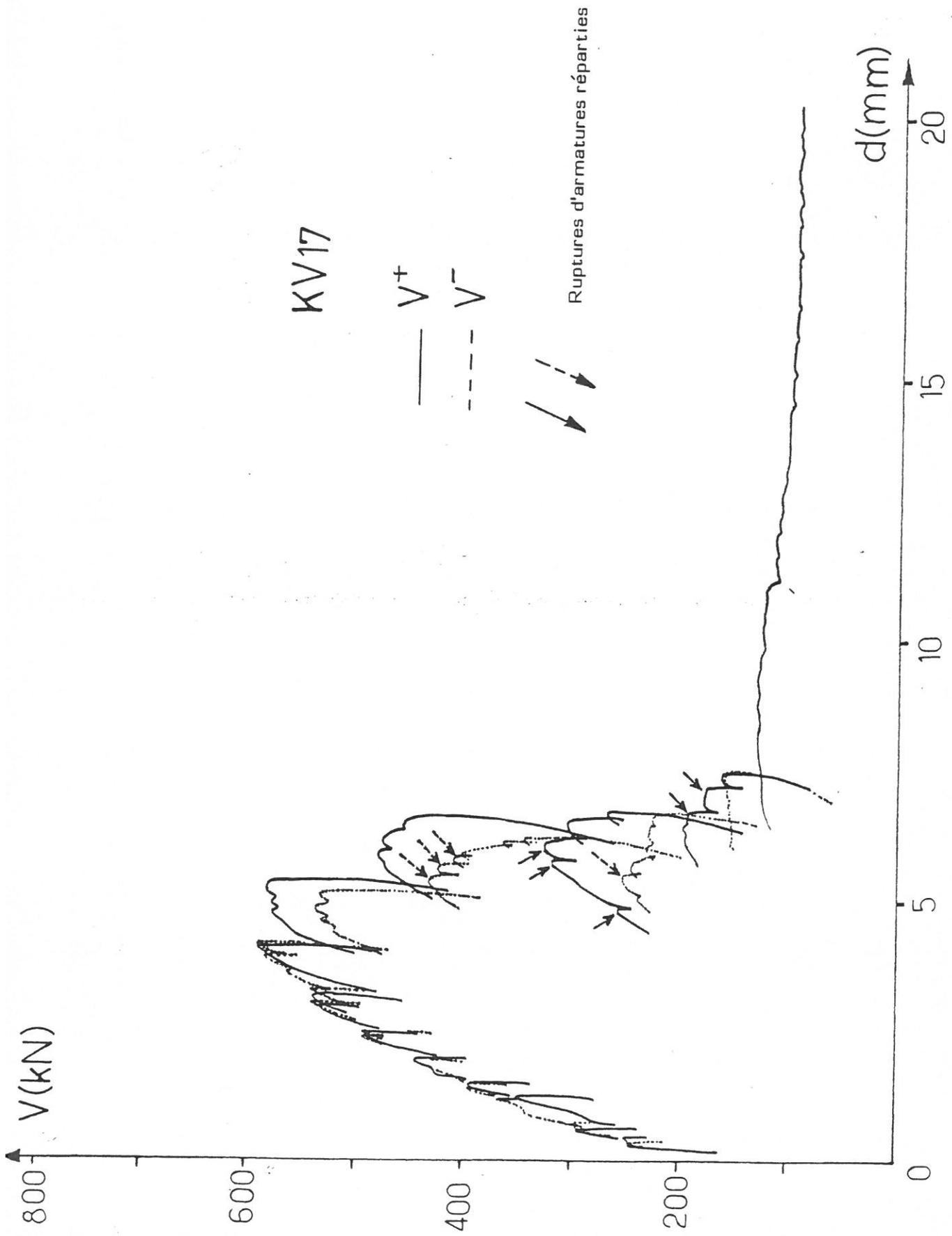


Fig. - A5.6

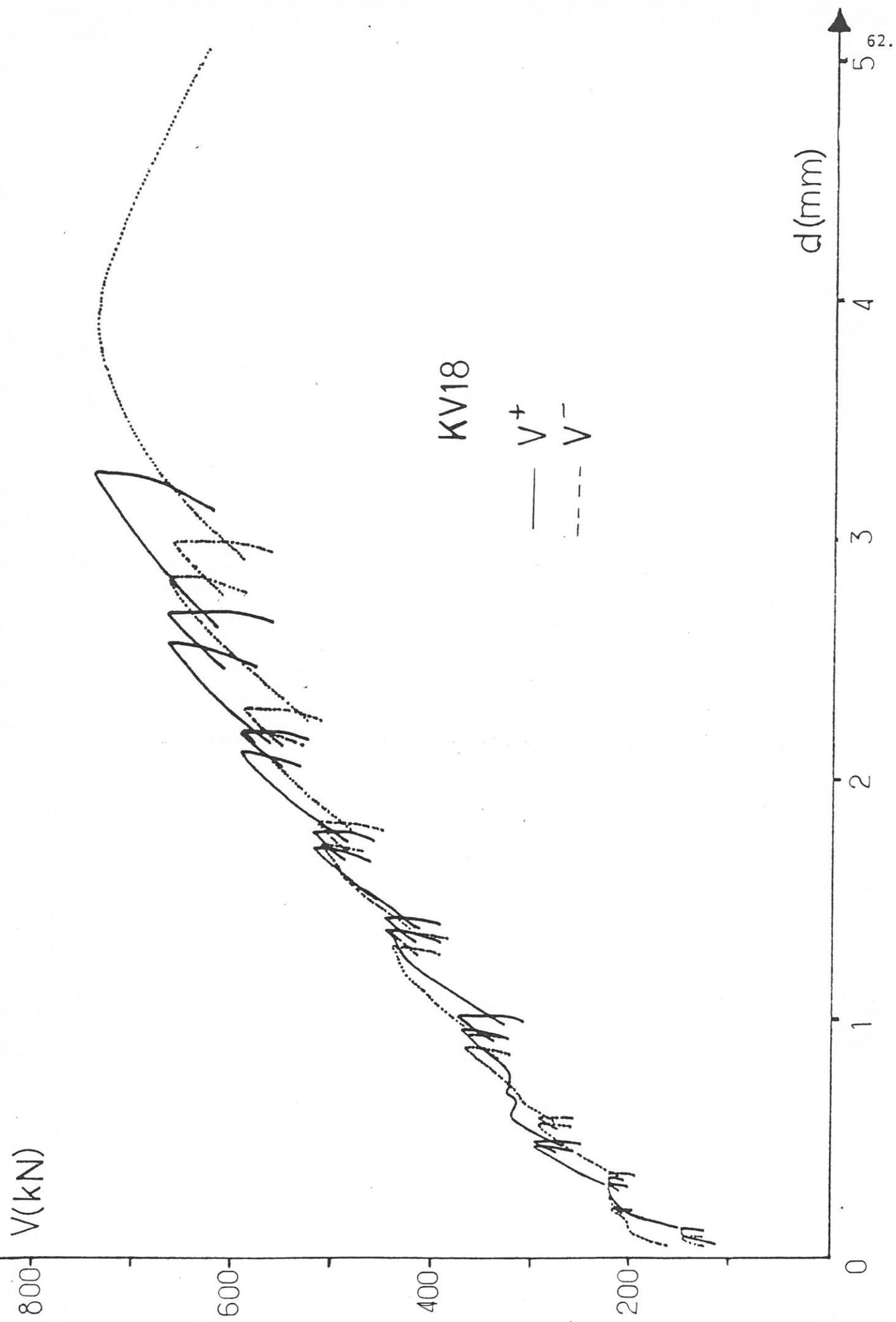


Fig. -A5.7

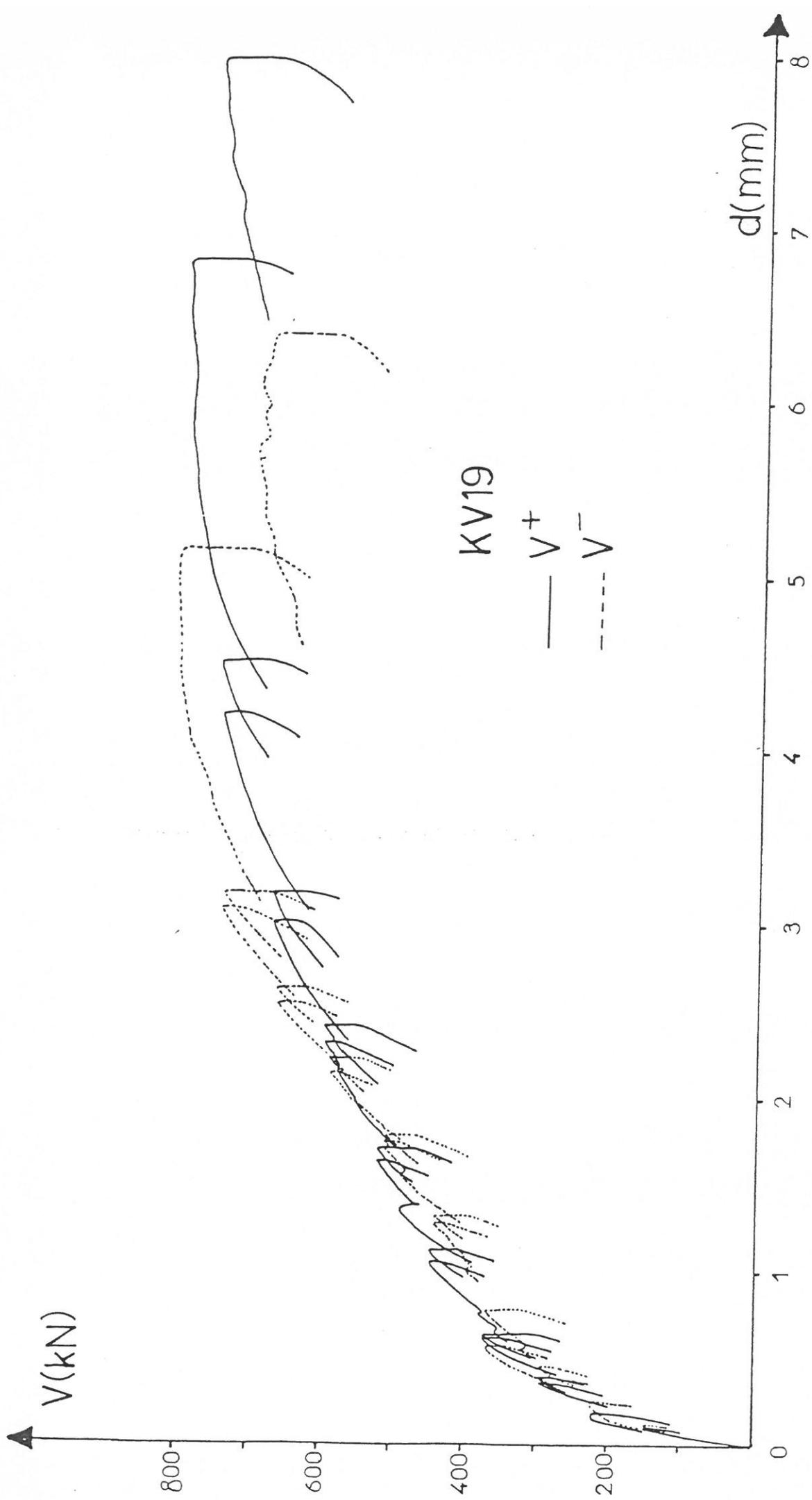


Fig. - A5.8

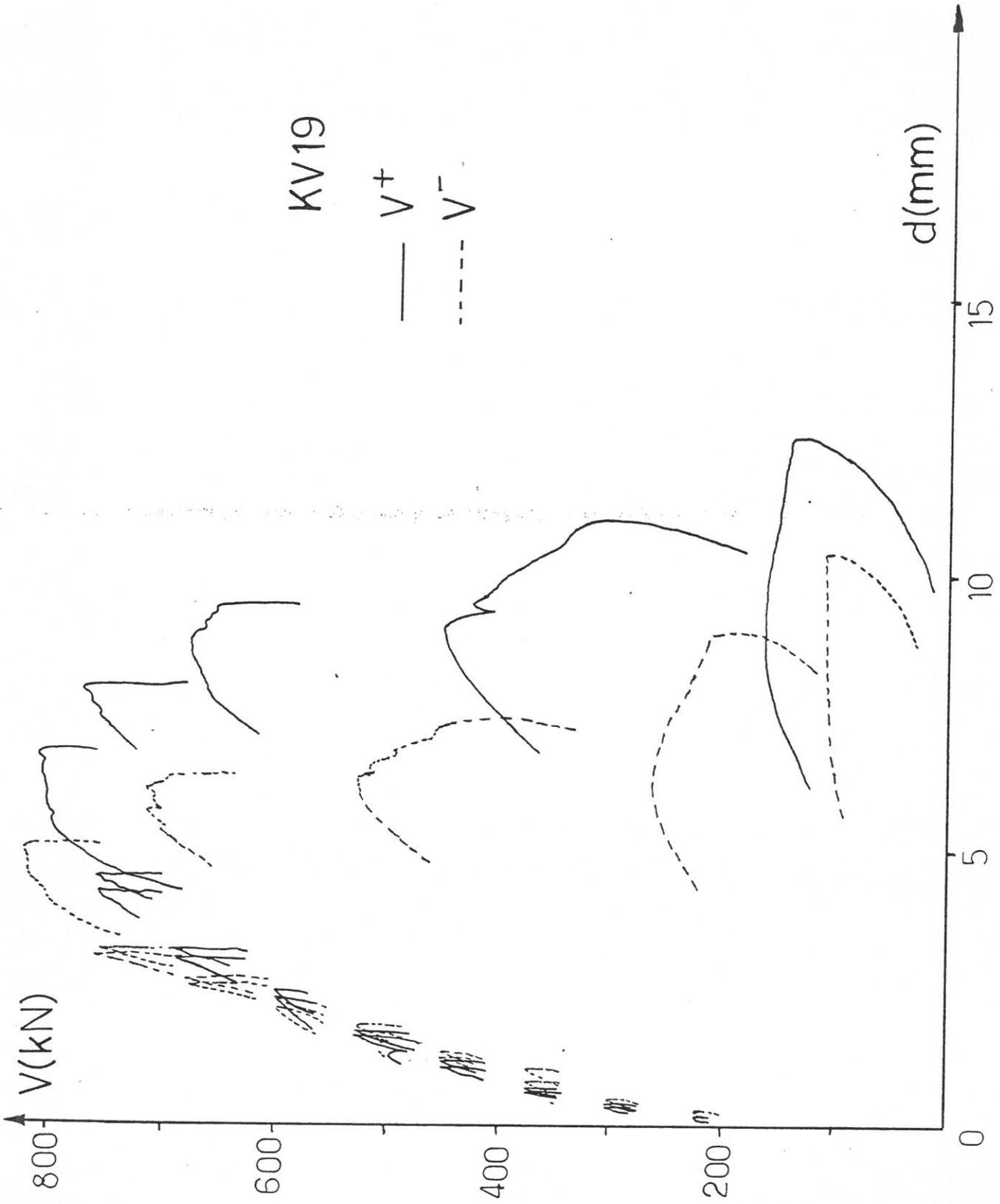


Fig. - A5.9

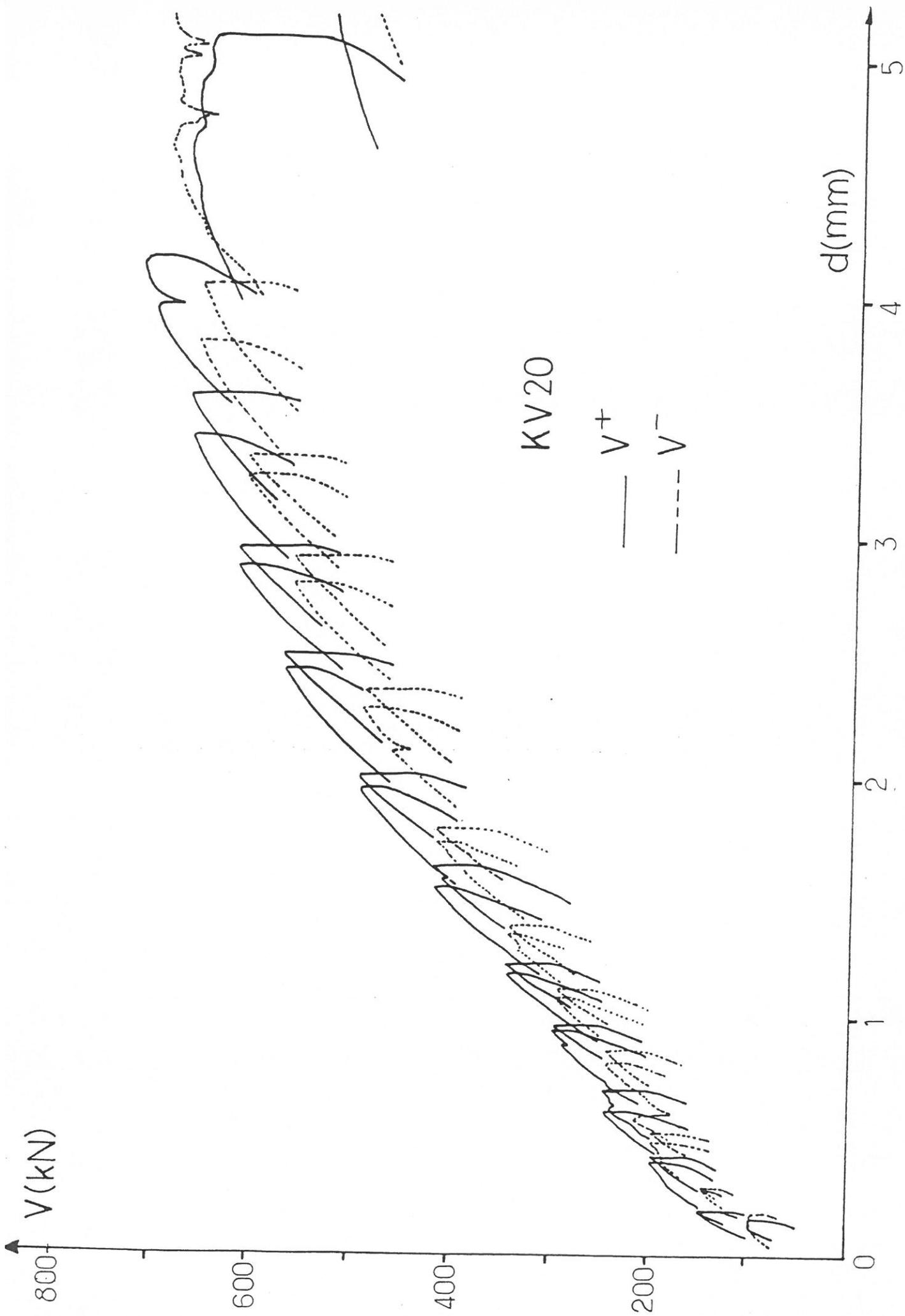


Fig. - A5.10

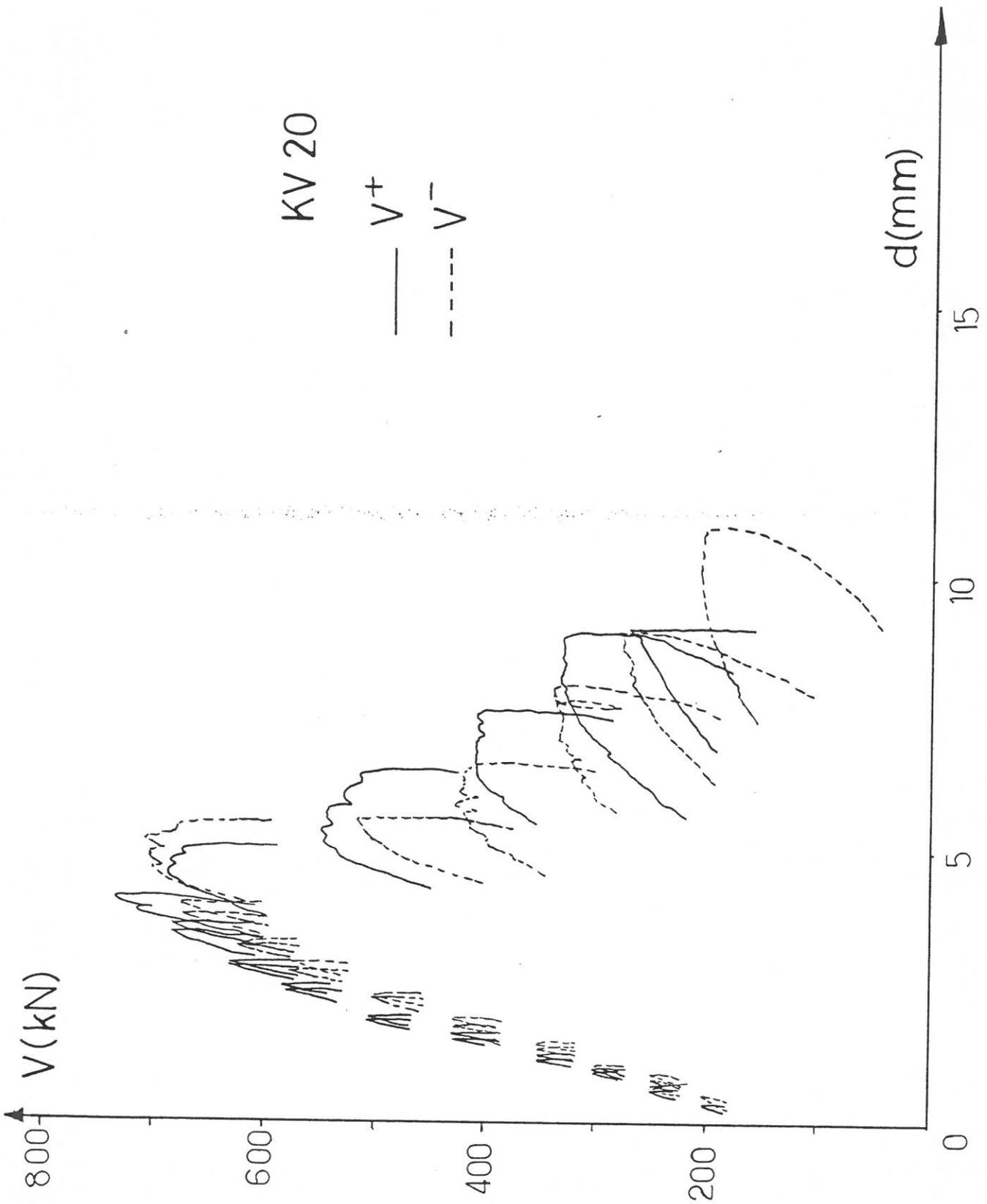


Fig. - A5.11

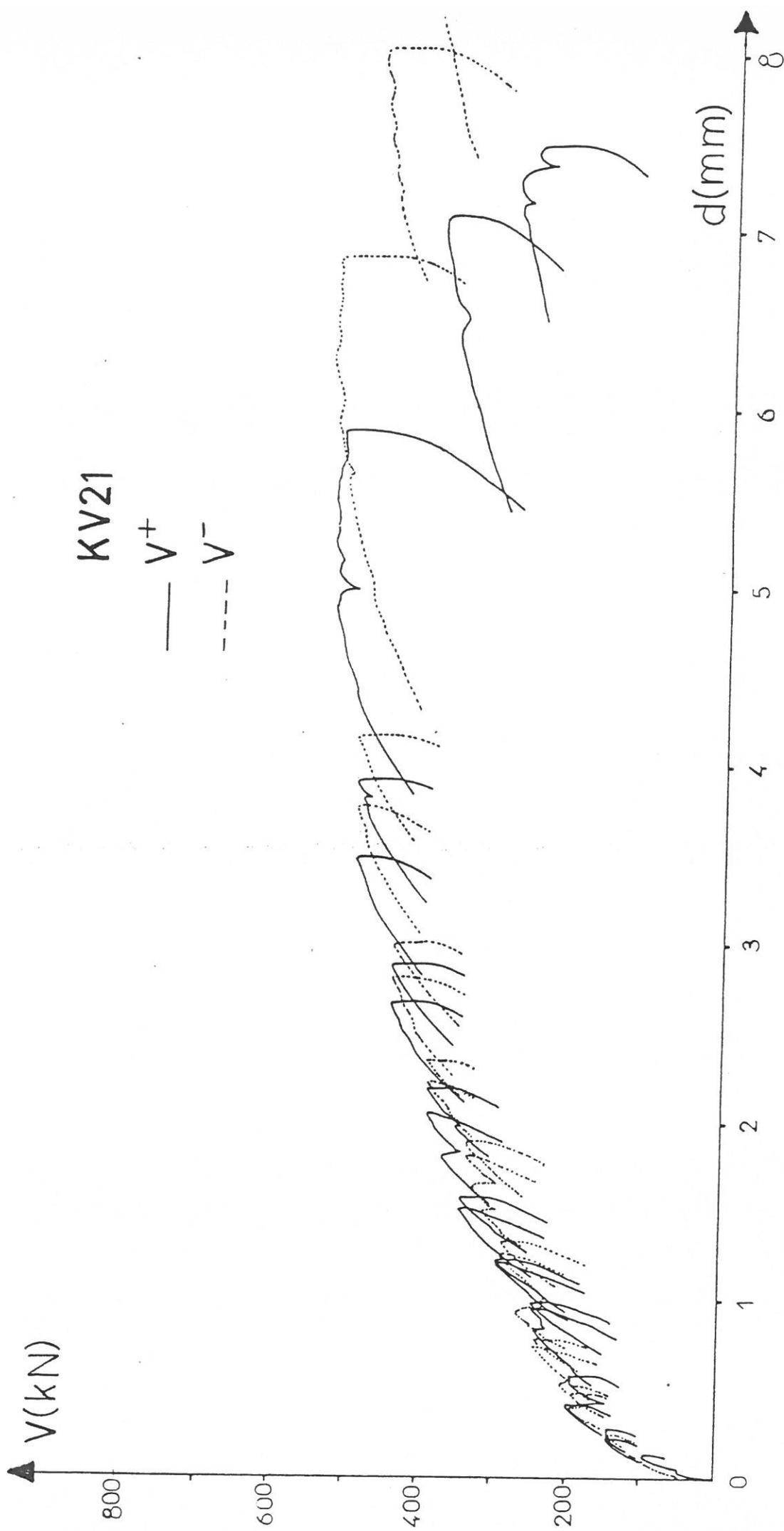


Fig. - A5.12

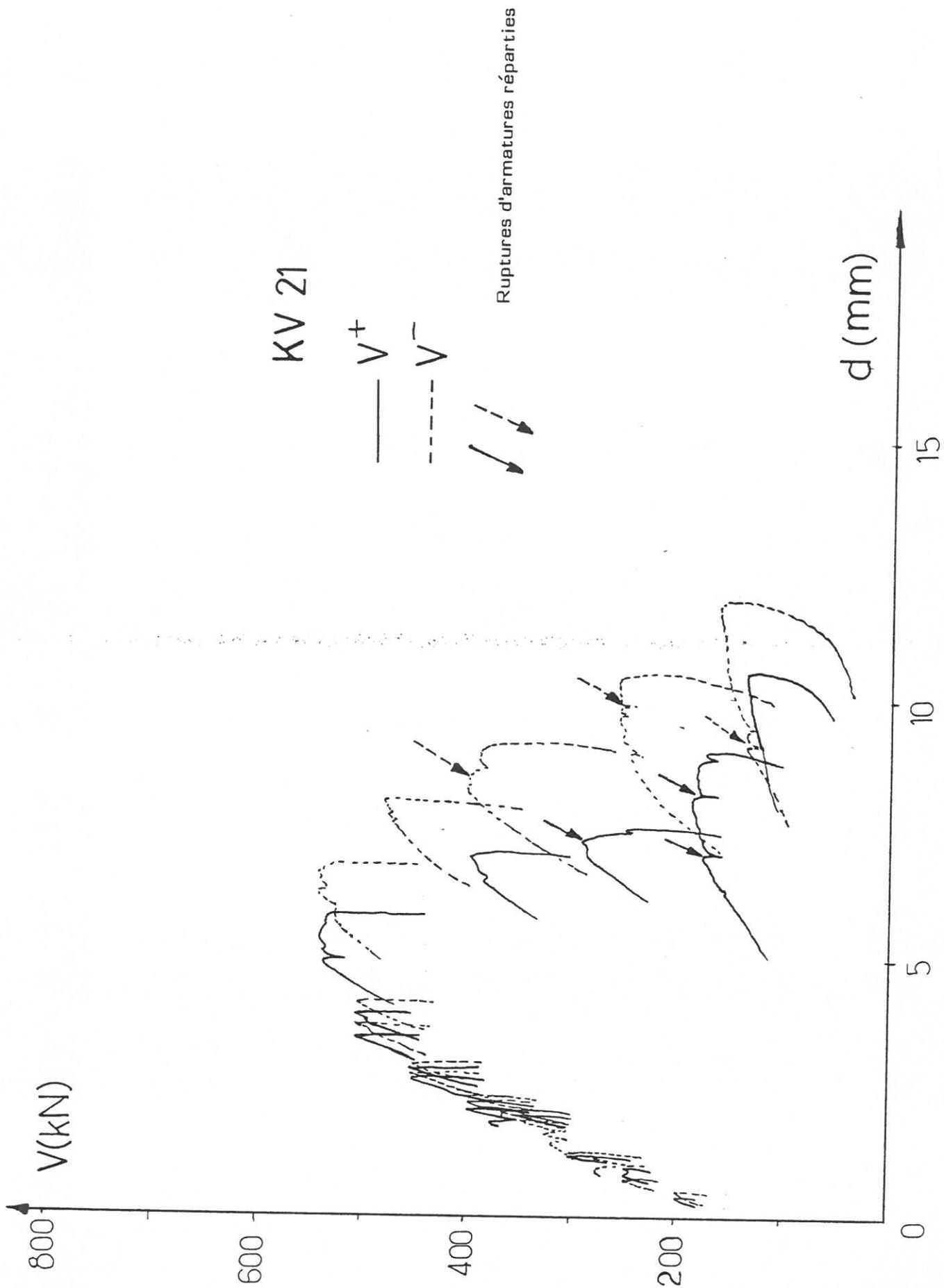


Fig. -A5.13

ANNEXE 6

(figures A6-1 à A6-14)

Evolution du raccourcissement du béton, en changement positif  
et en changement négatif, dans les directions  
diagonales du voile

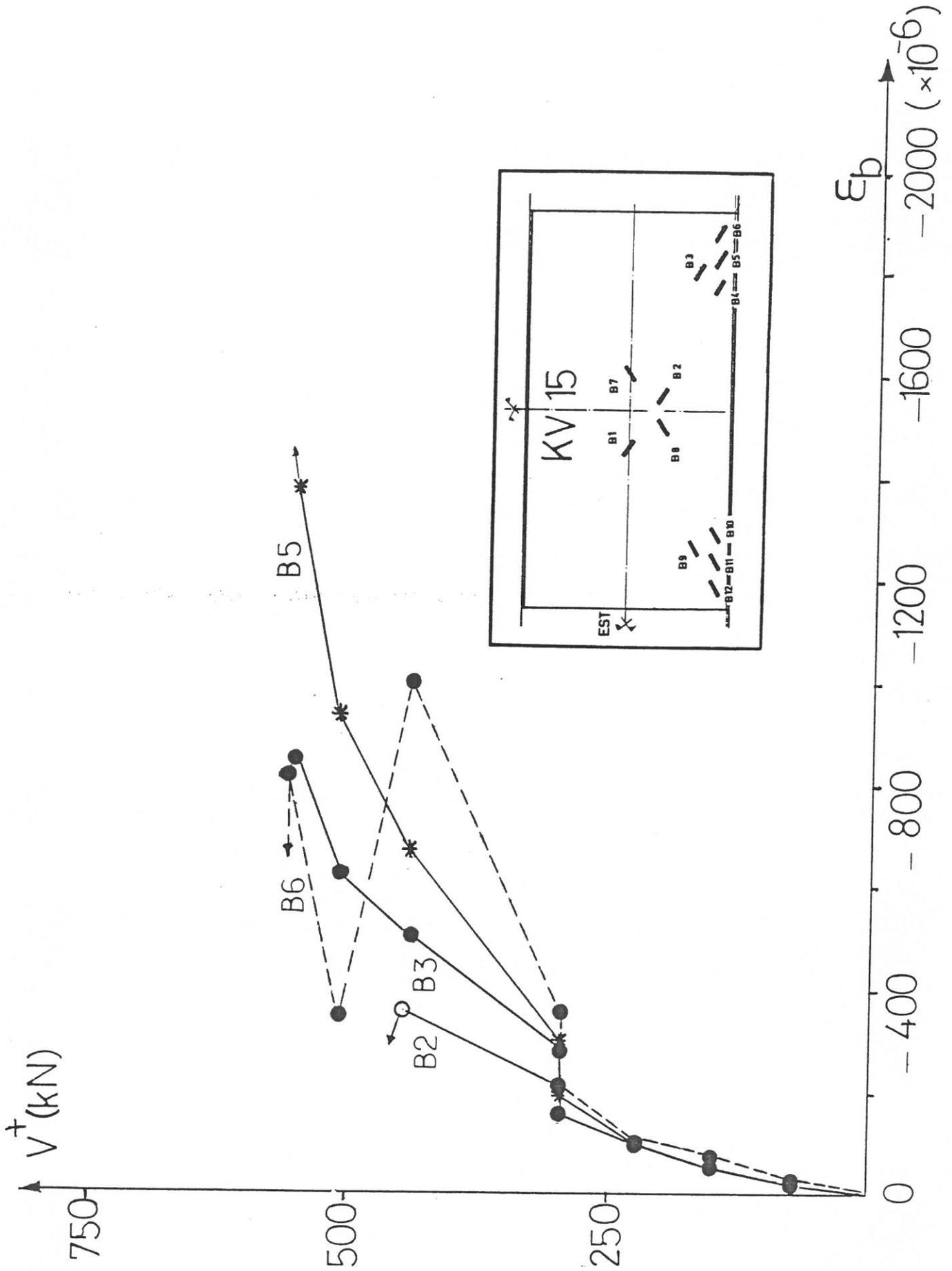


Fig. -A6.1

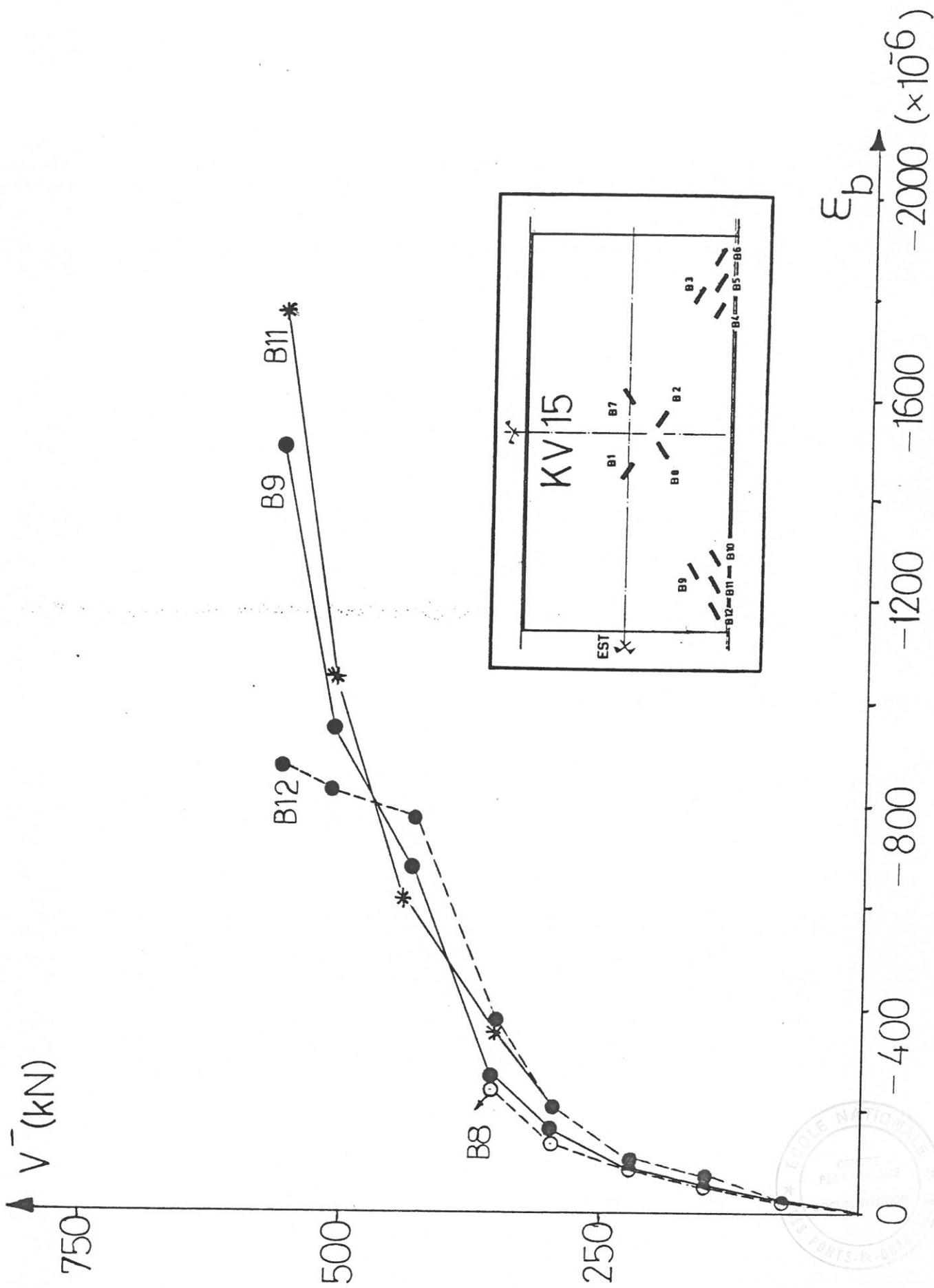
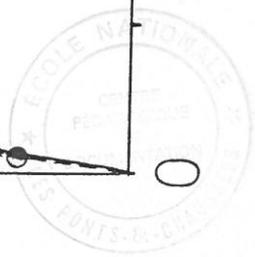


Fig. -A6.2



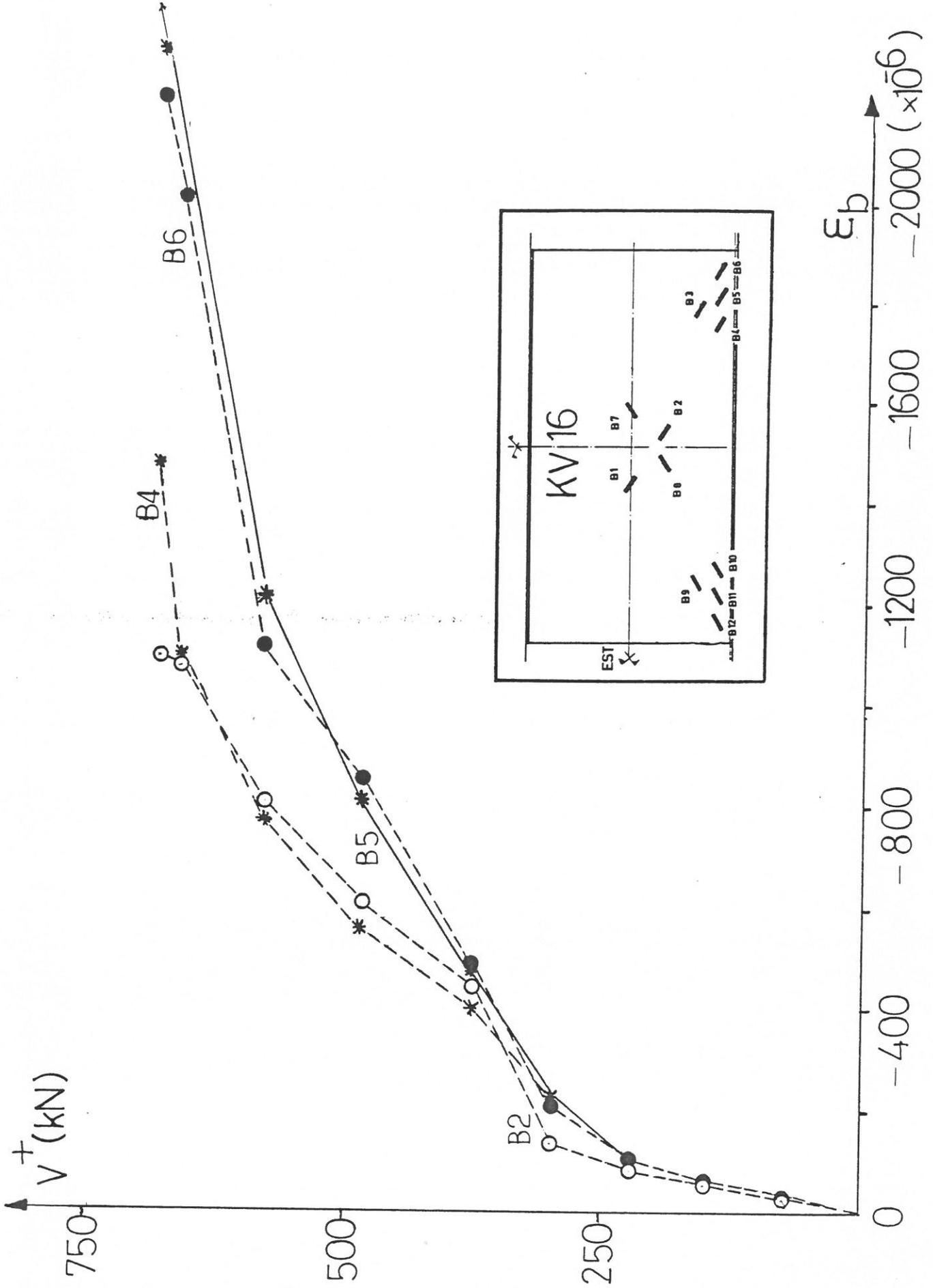


Fig.-A6.3

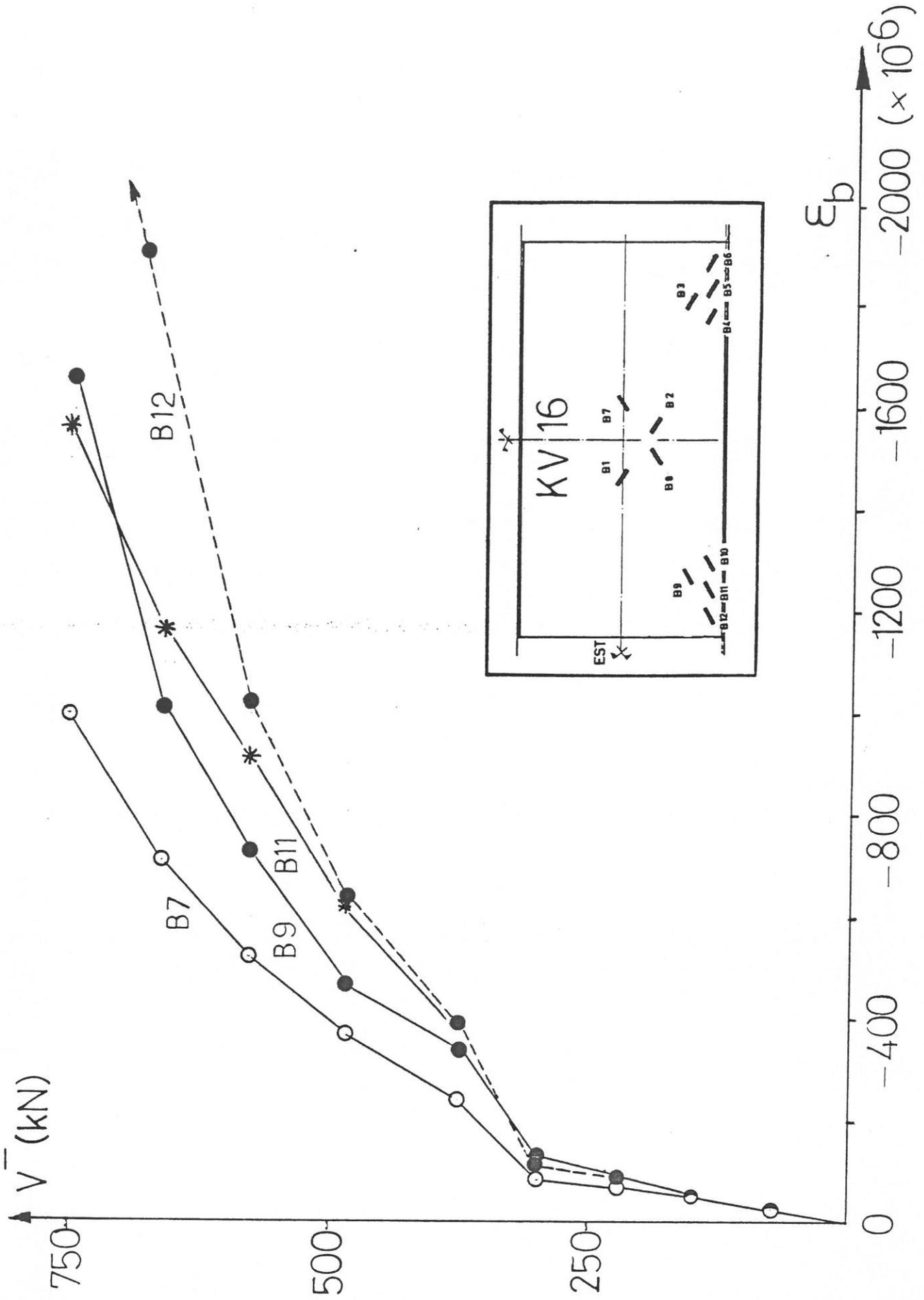


Fig. - A6.4

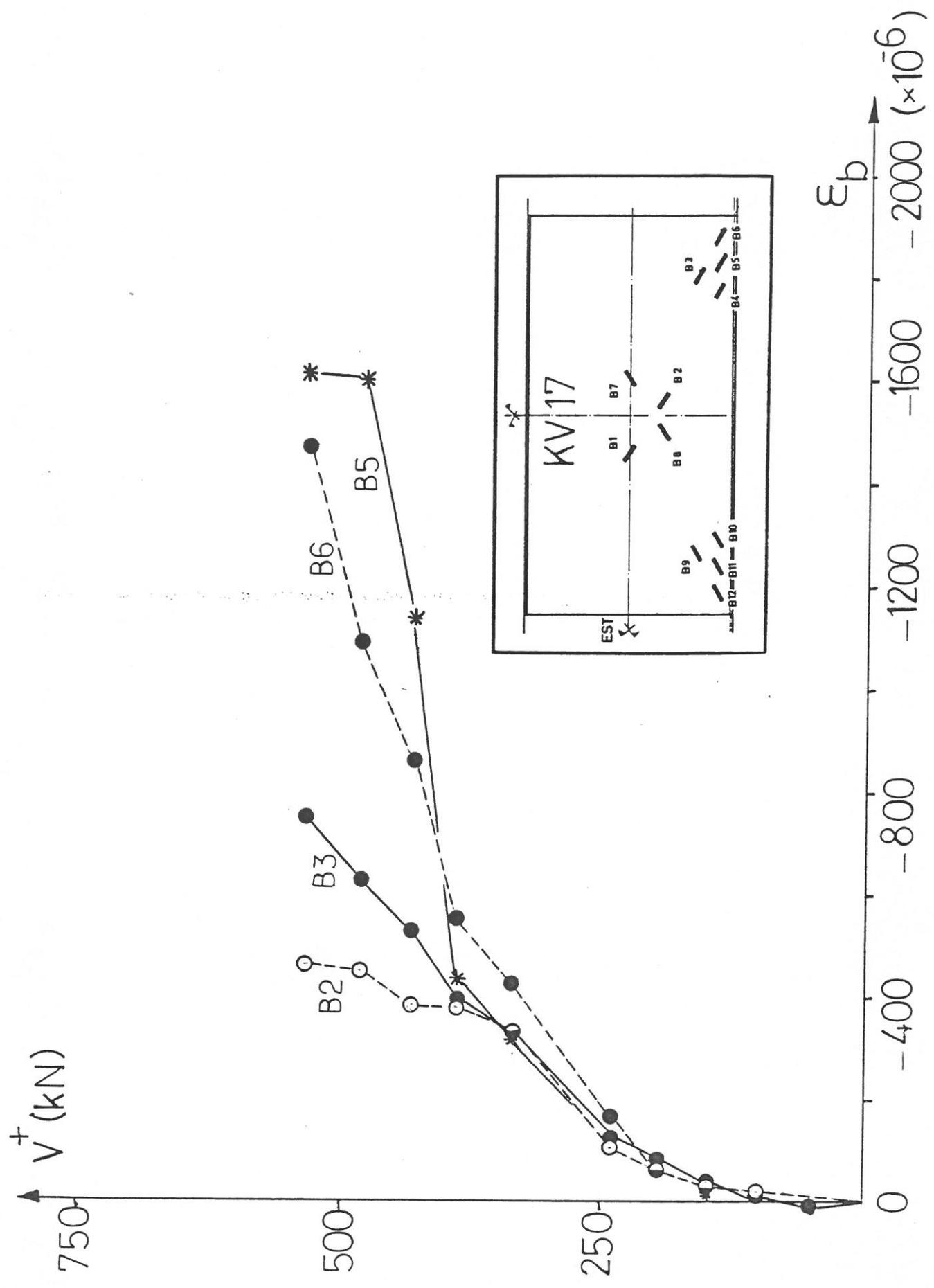


Fig. - A6.5

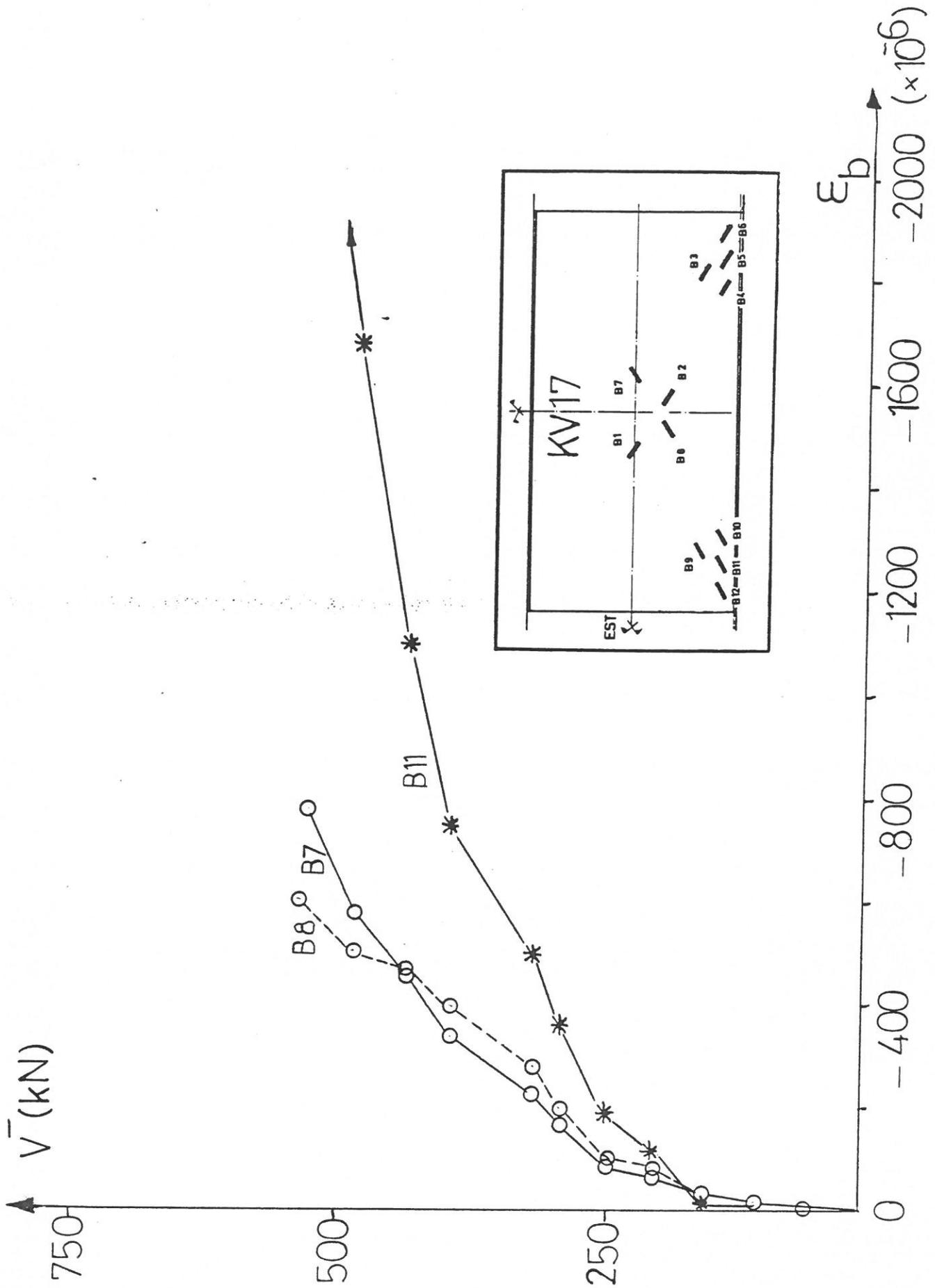


Fig.-A6.6

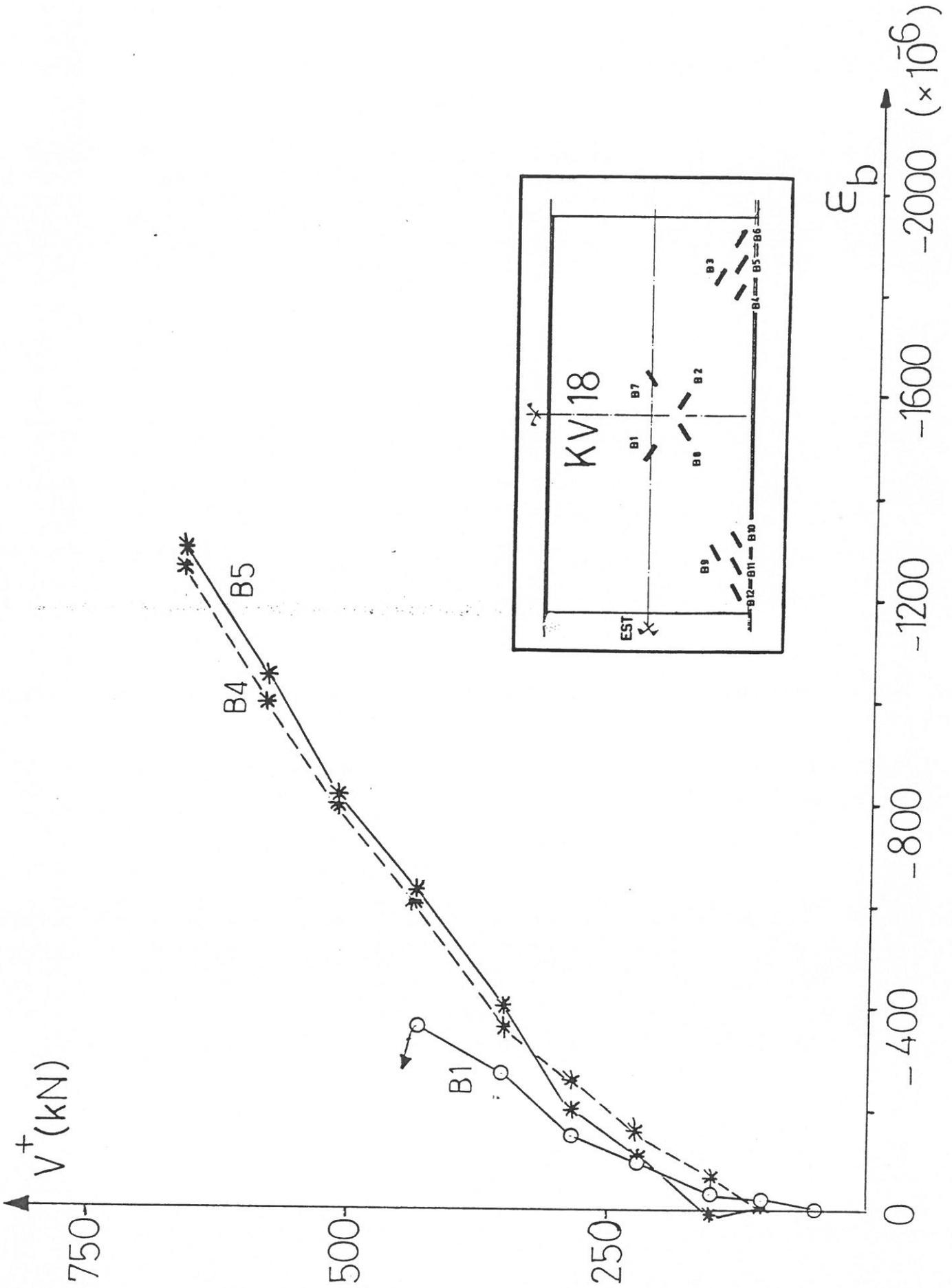


Fig. - A6.7

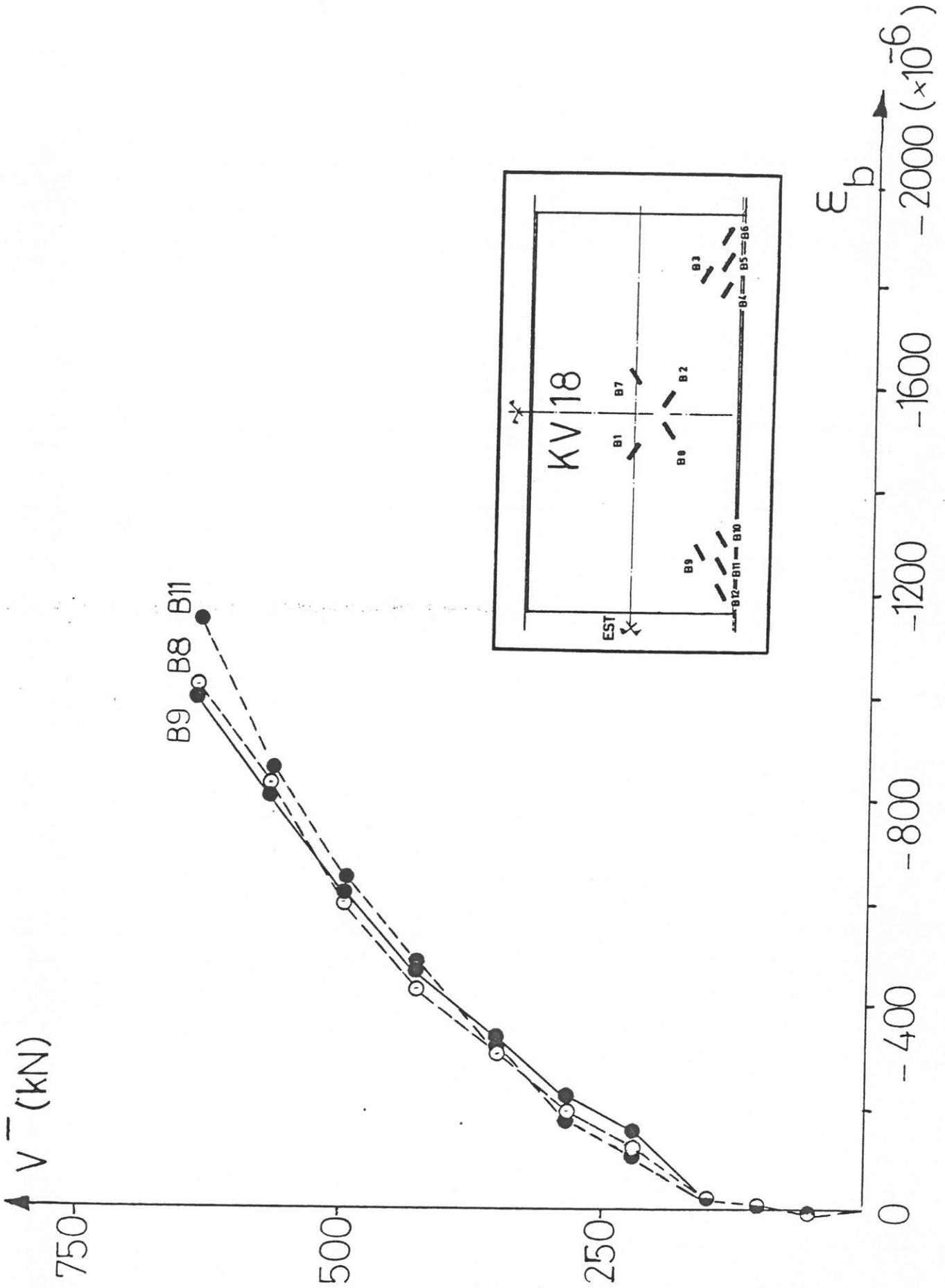


Fig. - A6.8

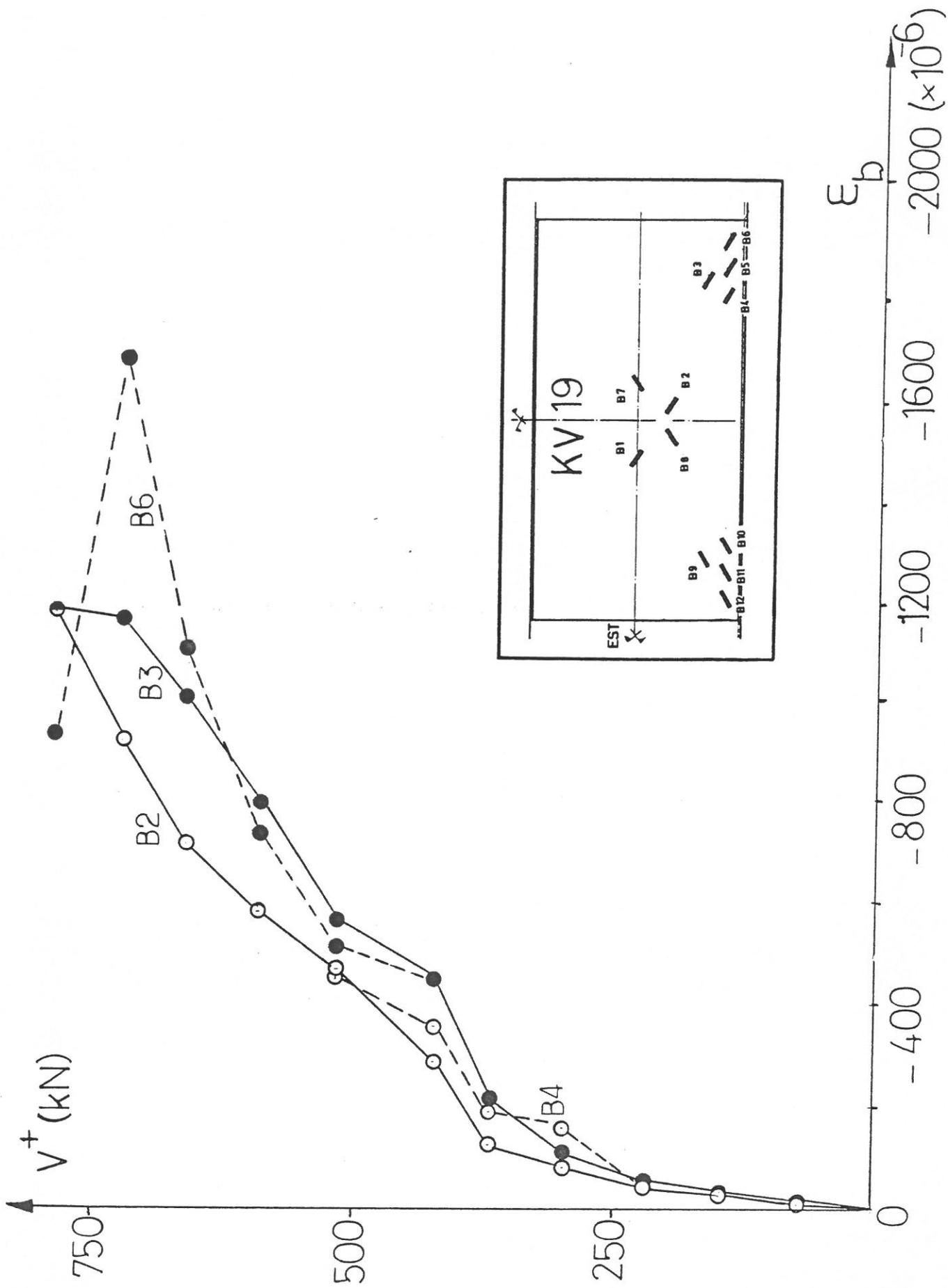


Fig. -A6.9

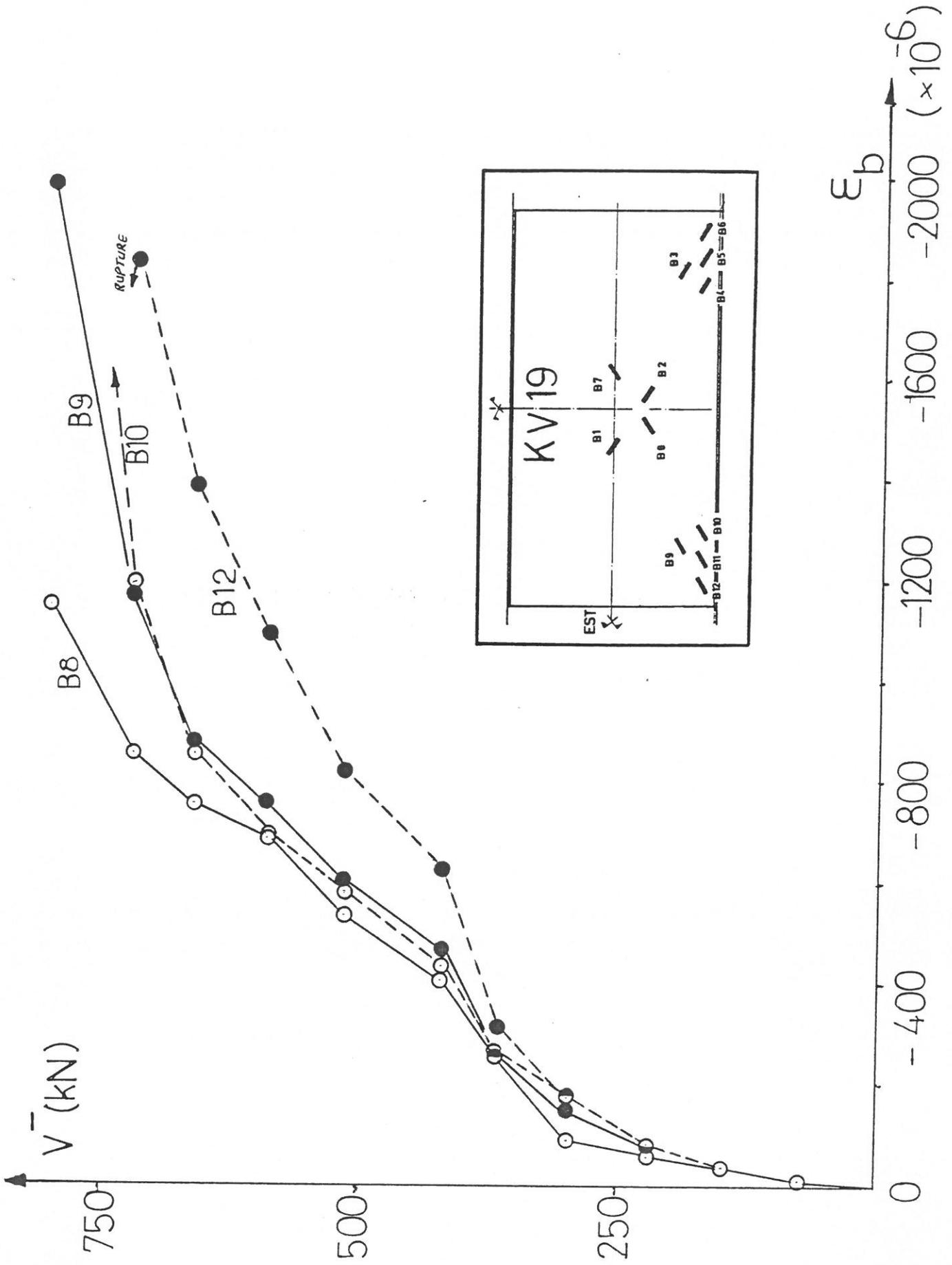


Fig.-A6.10

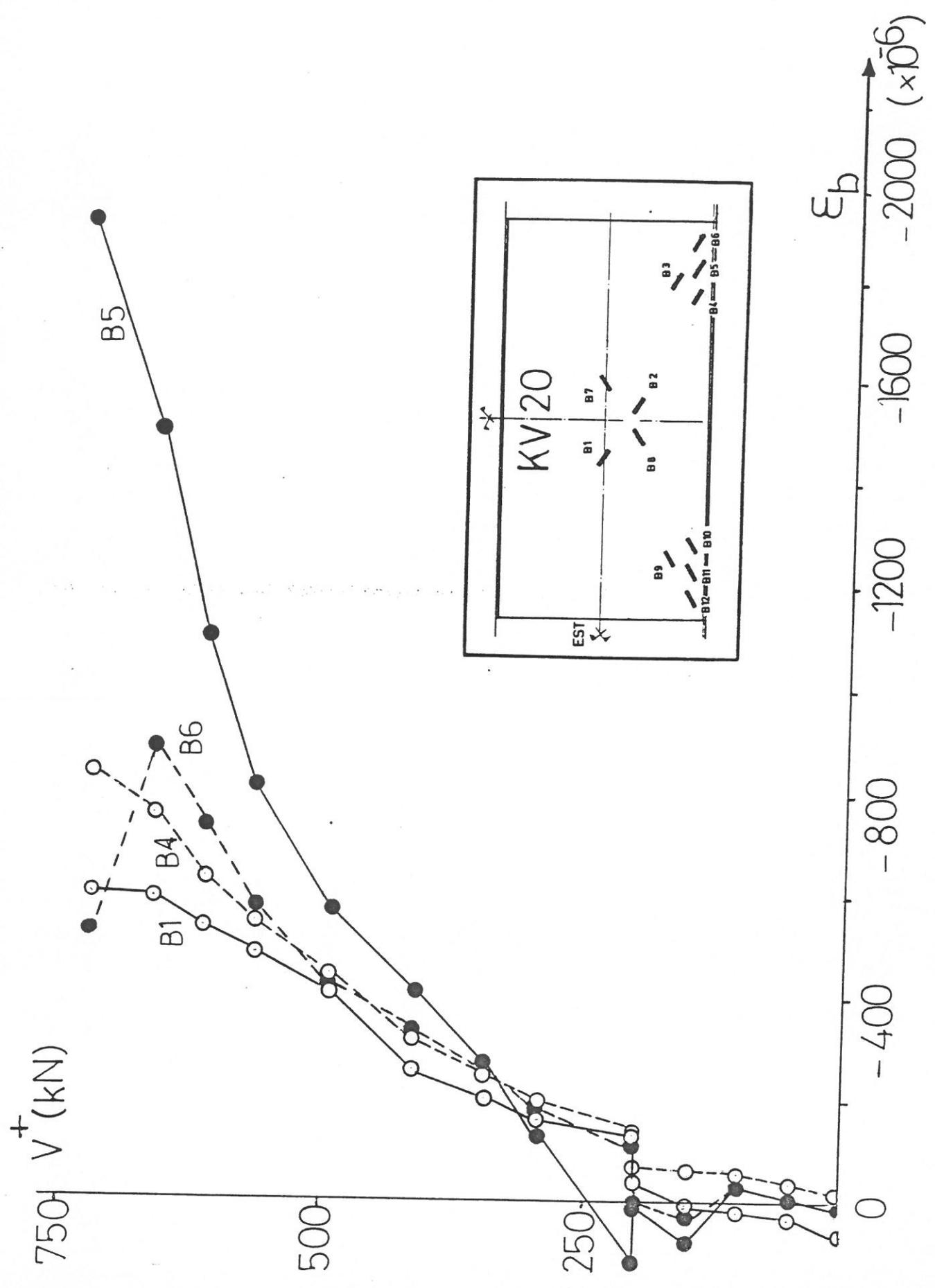


Fig. - A6.11

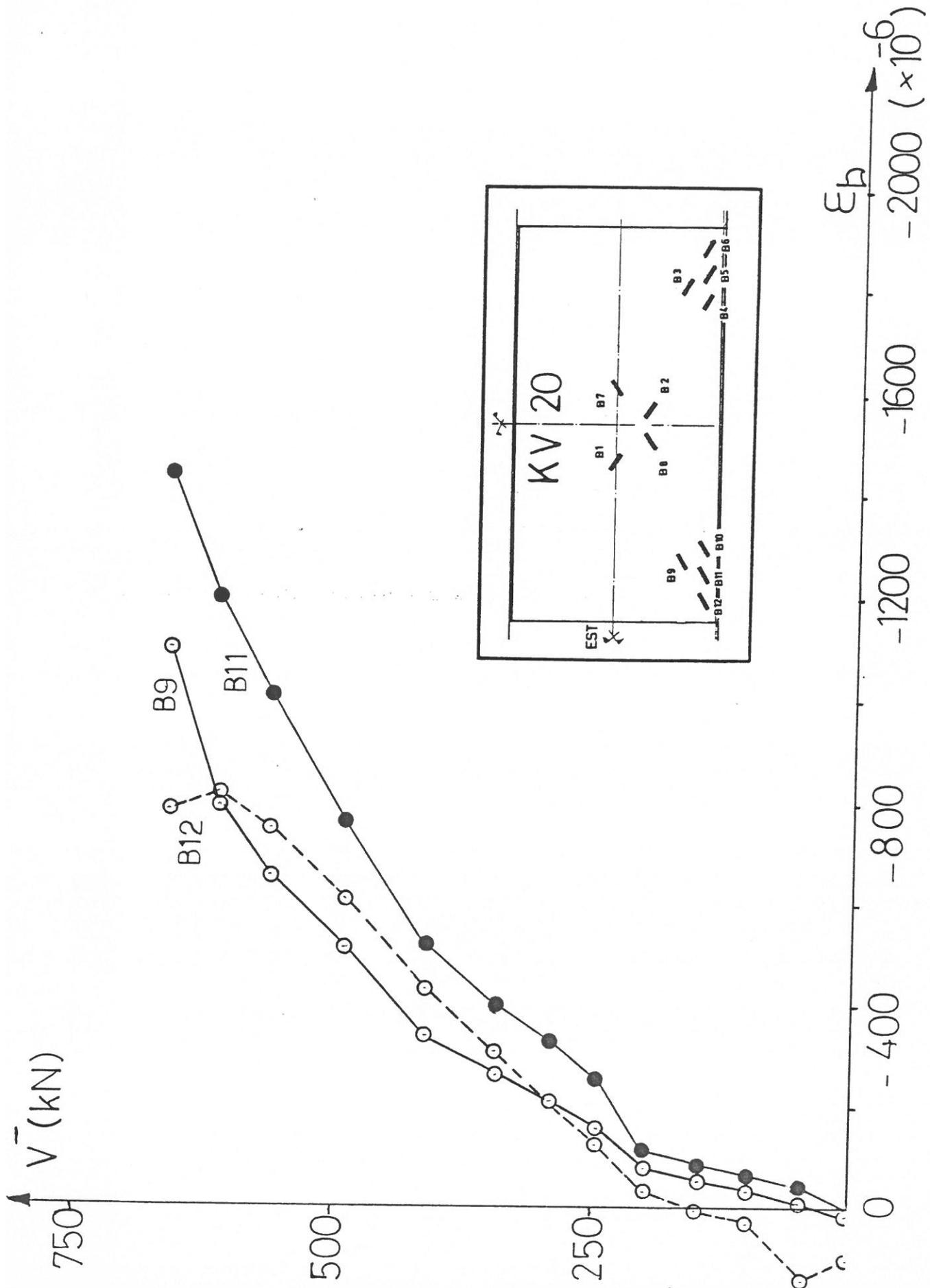


Fig. - A6.12

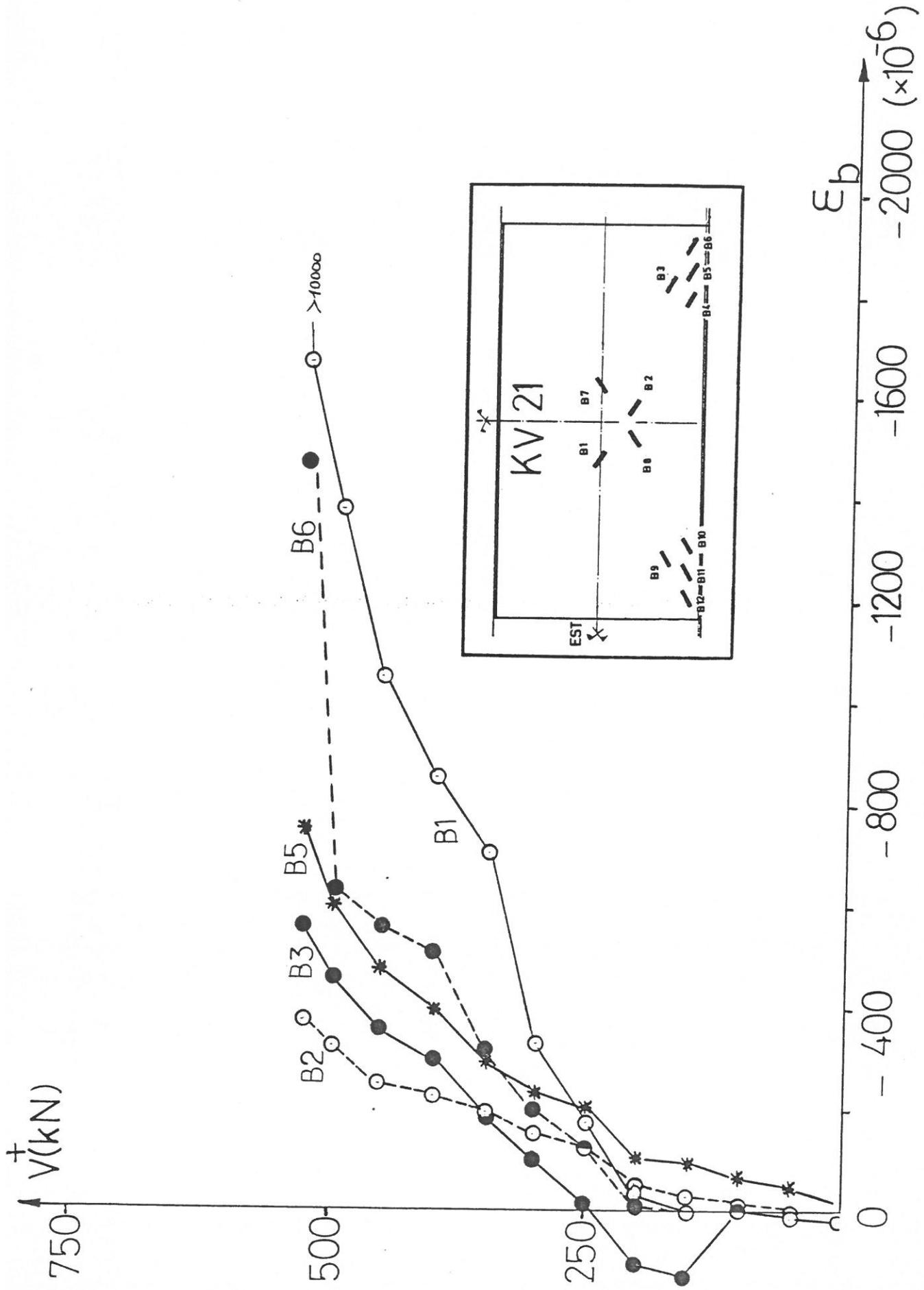


Fig. -- A6.13

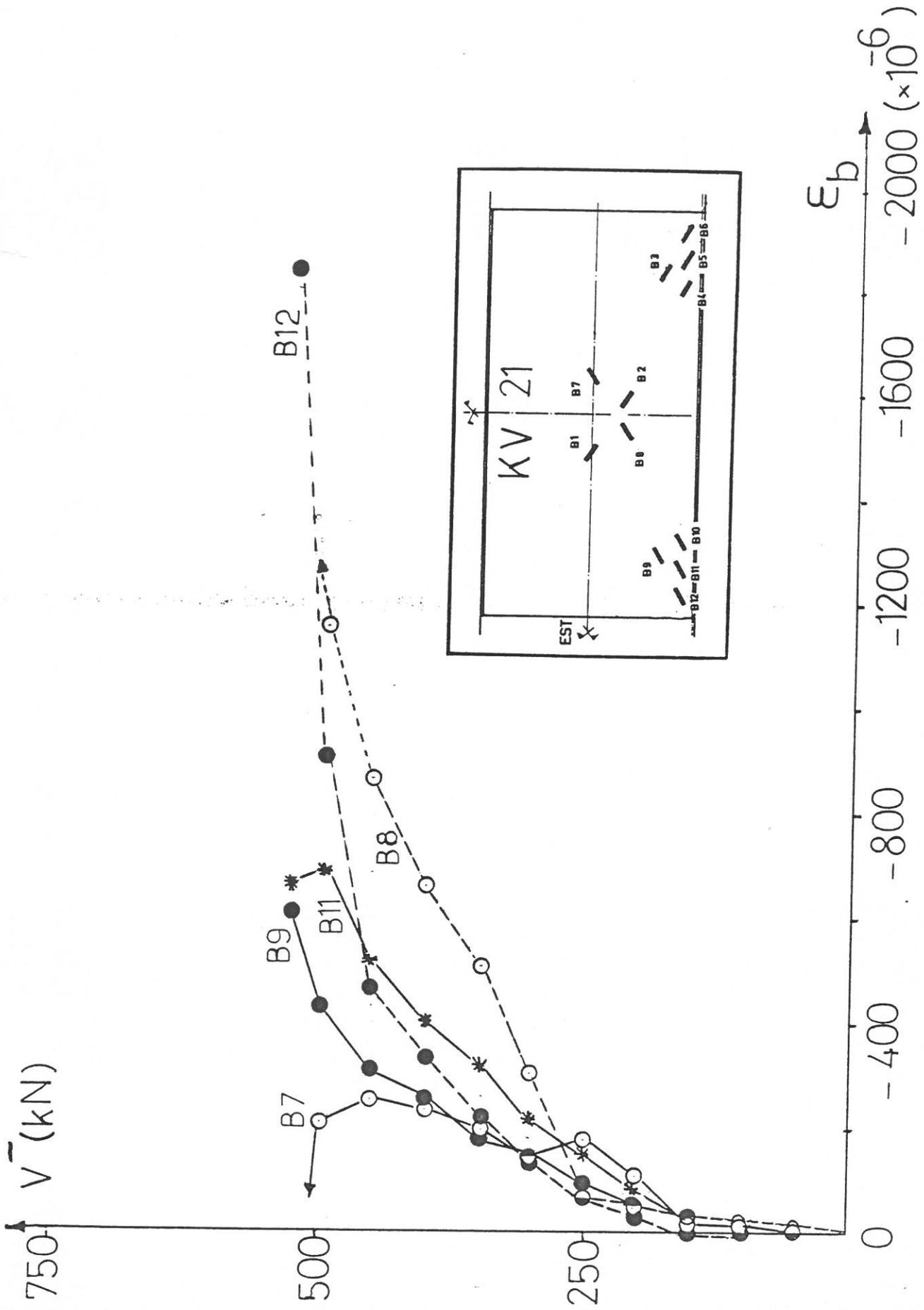


Fig. - A6.14

ANNEXE 7

(figures A7-1 à A7-7)

Courbes approchées (segments droits ;  
représentation linéaire) de la courbe enveloppe

Fig. A71 — Enveloppe des Efforts Maximums du Voile  
 numero kv15  
 ADMENSIONNELLE

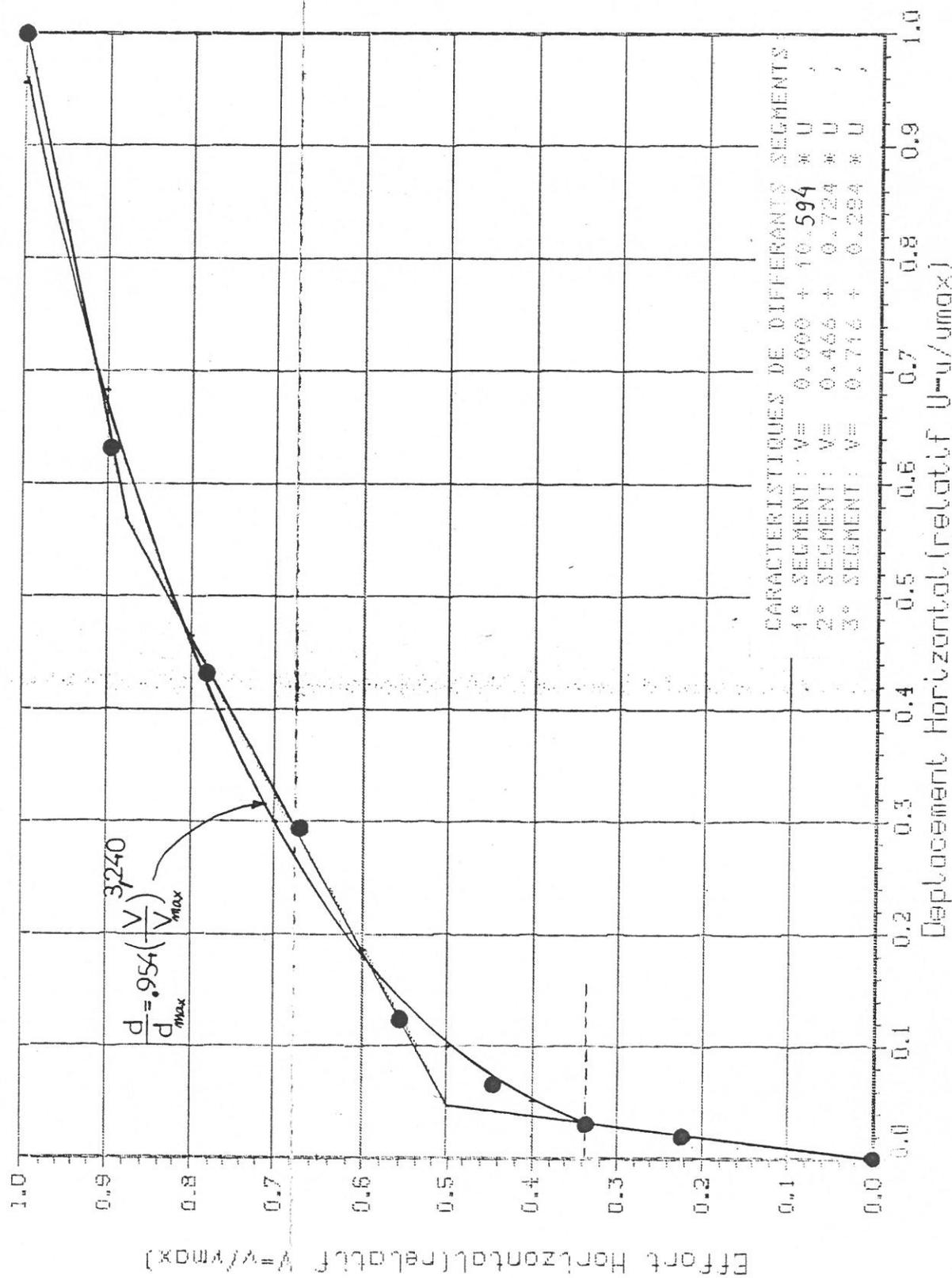


Fig-A7.2 - Enveloppe des Efforts Maximums du Voile

numero kv16  
ADIMENSIONNELLE

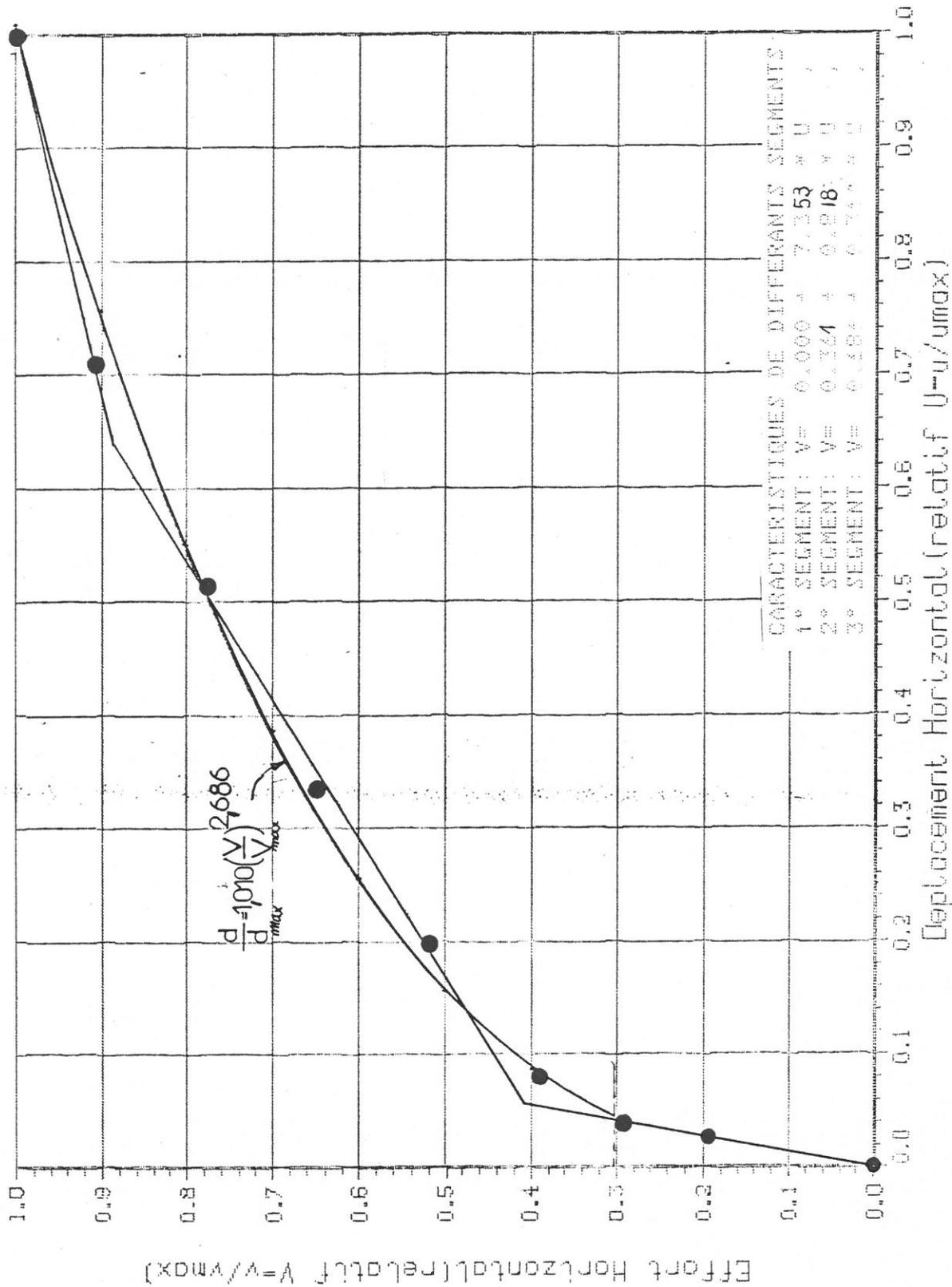


Fig. A7.3 - Enveloppe des Efforts Maximums du Voile  
 numero kv 17  
 ADIMENSIONNELLE

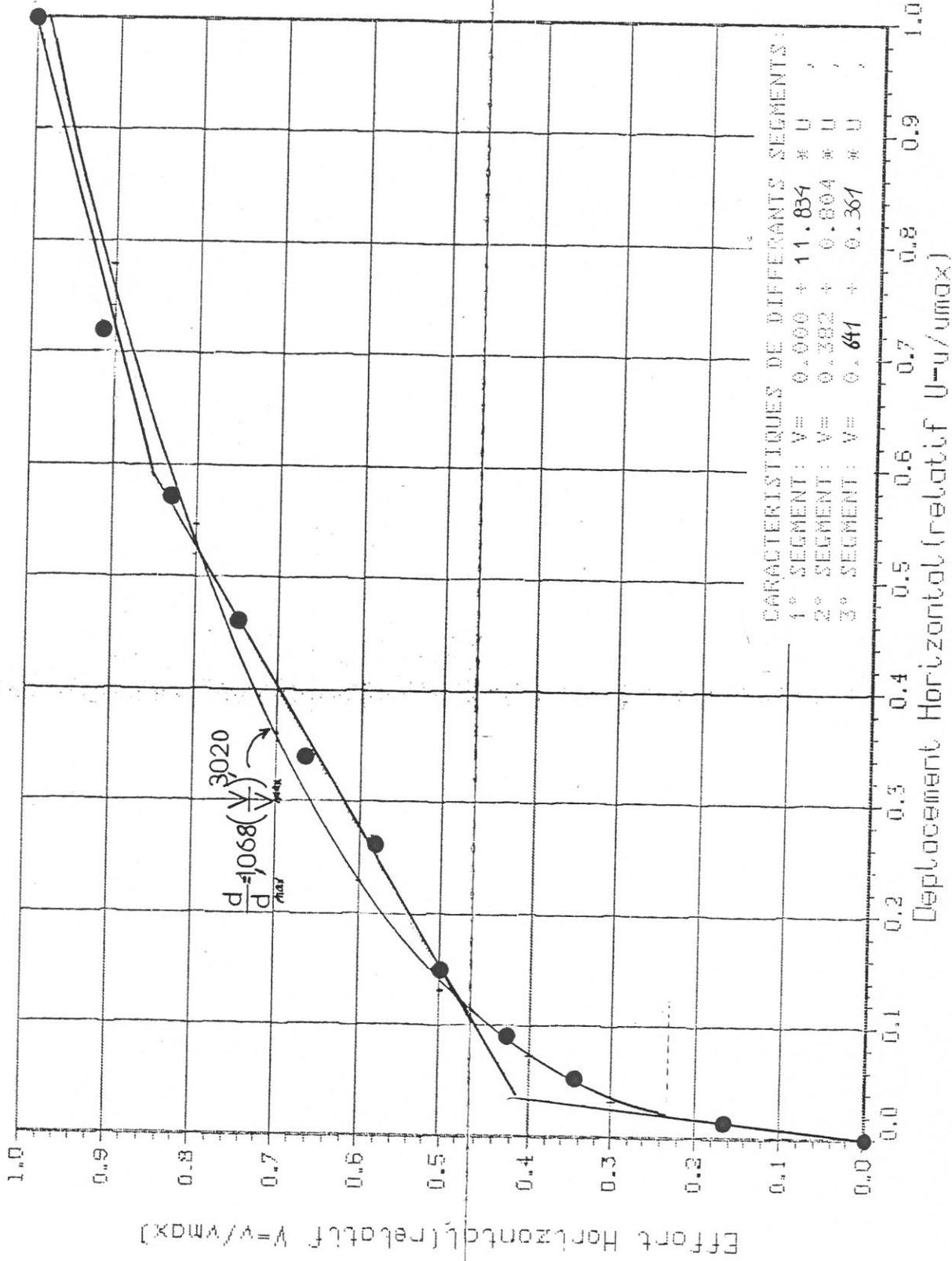


Fig. A7.4 - Enveloppe des Efforts Maximums du Voile

numero kv18  
ADIMENSIONNELLE

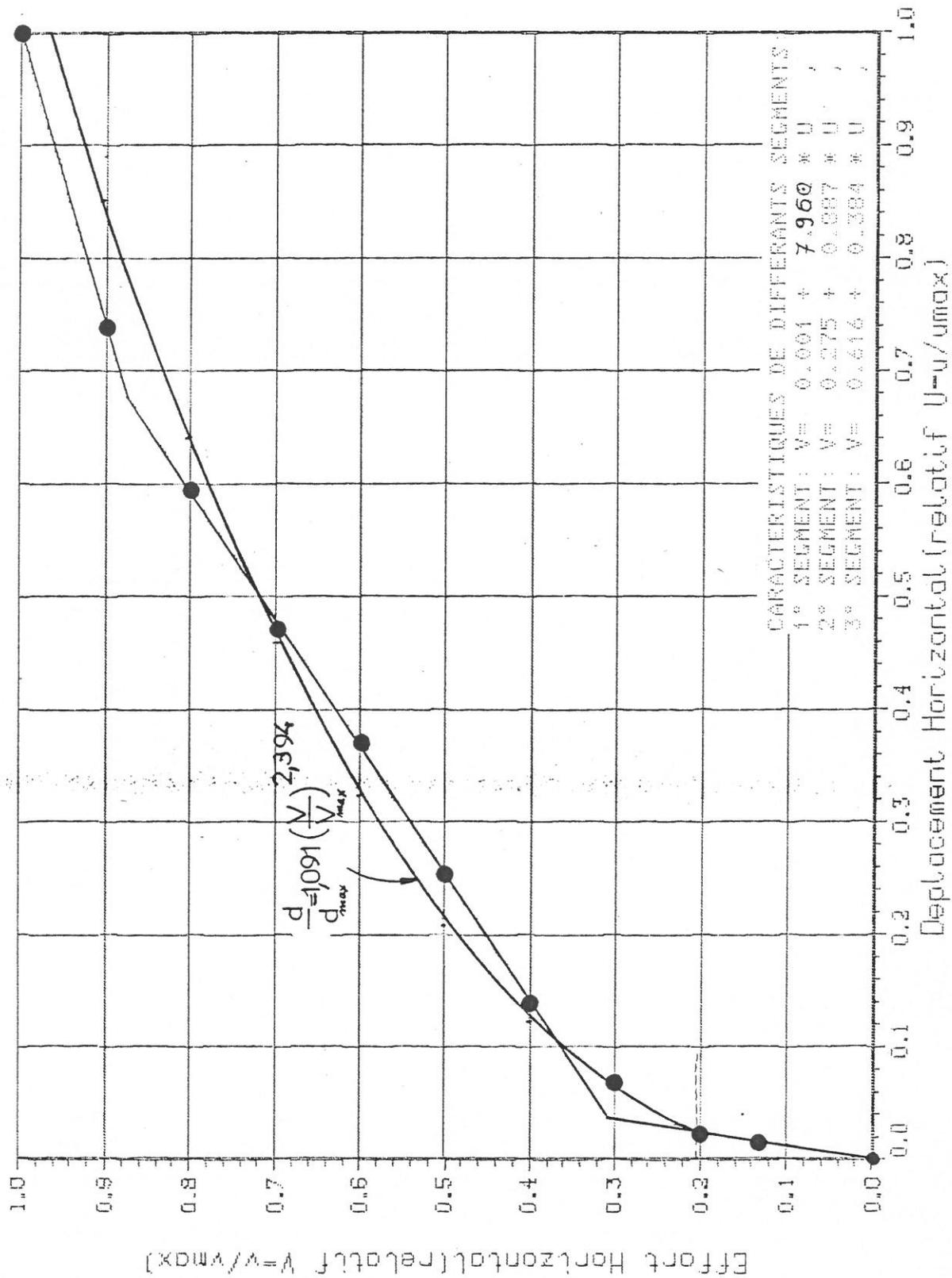


Fig.A7.5 - Enveloppe des Efforts Maximums du Voile

numero kv19  
ADIMENSIONNELLE

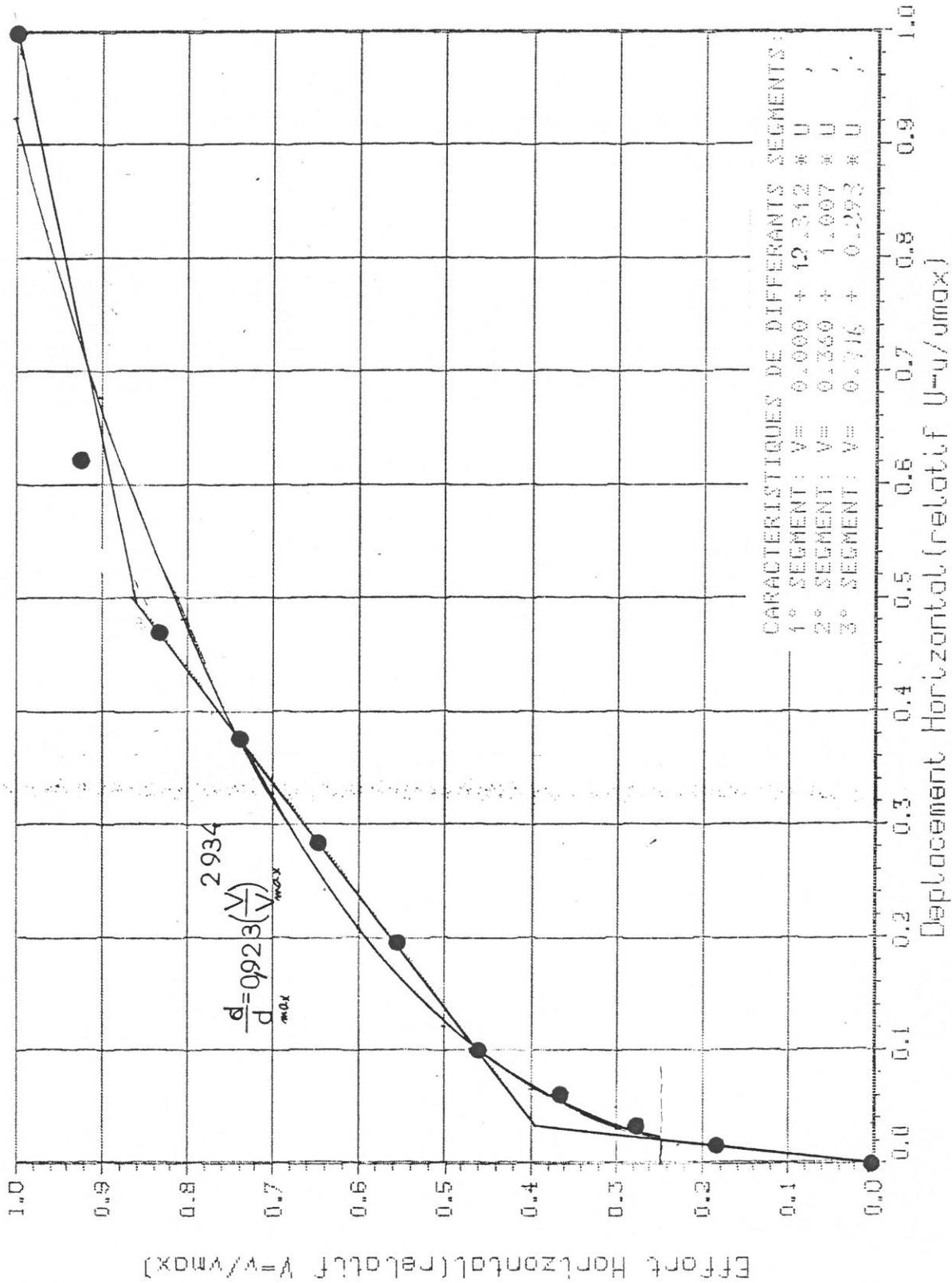


Fig.A7.6-Enveloppe des Efforts Maximums du Voile  
numero kv20  
ADIMENSIONNELLE

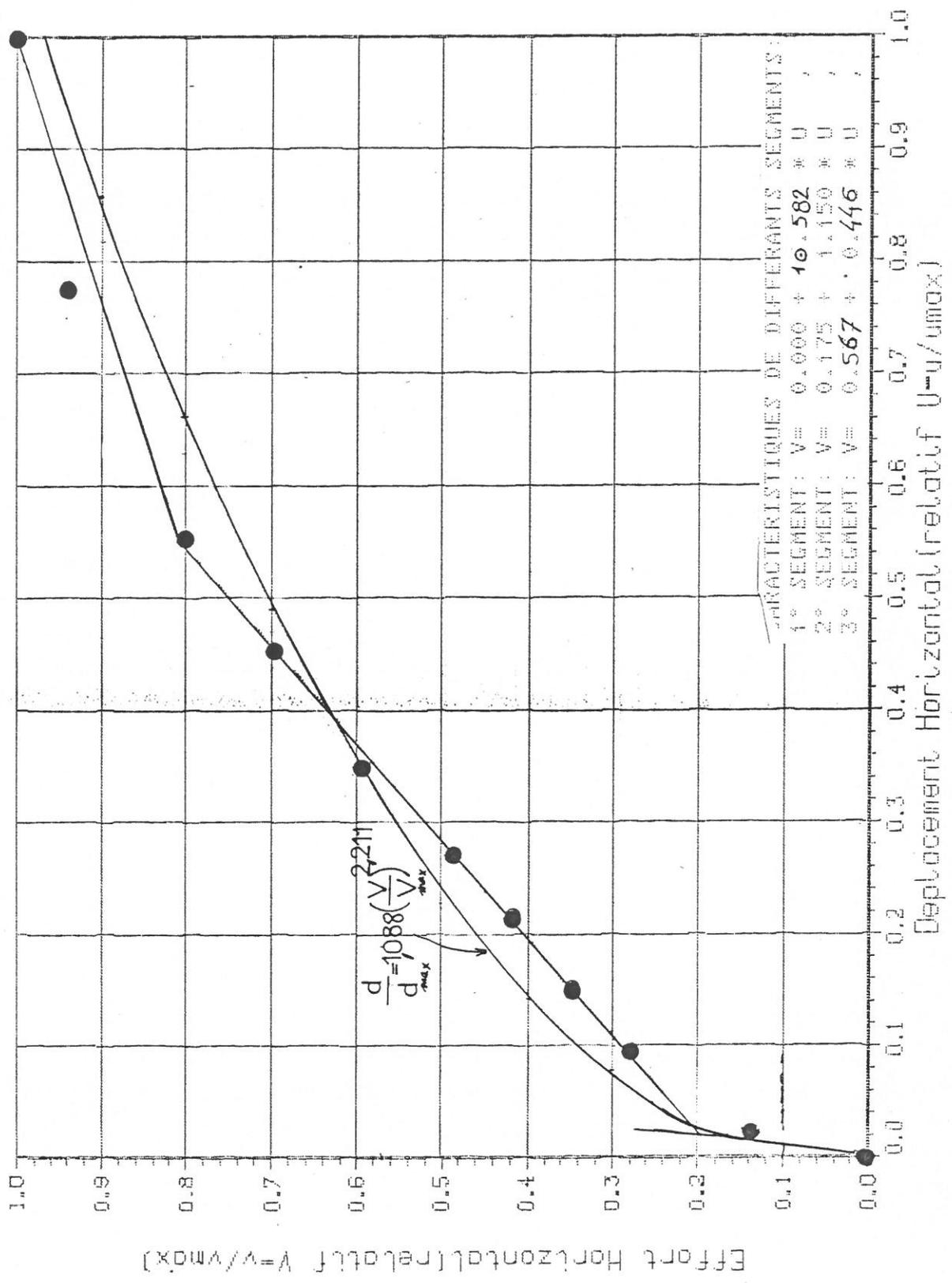
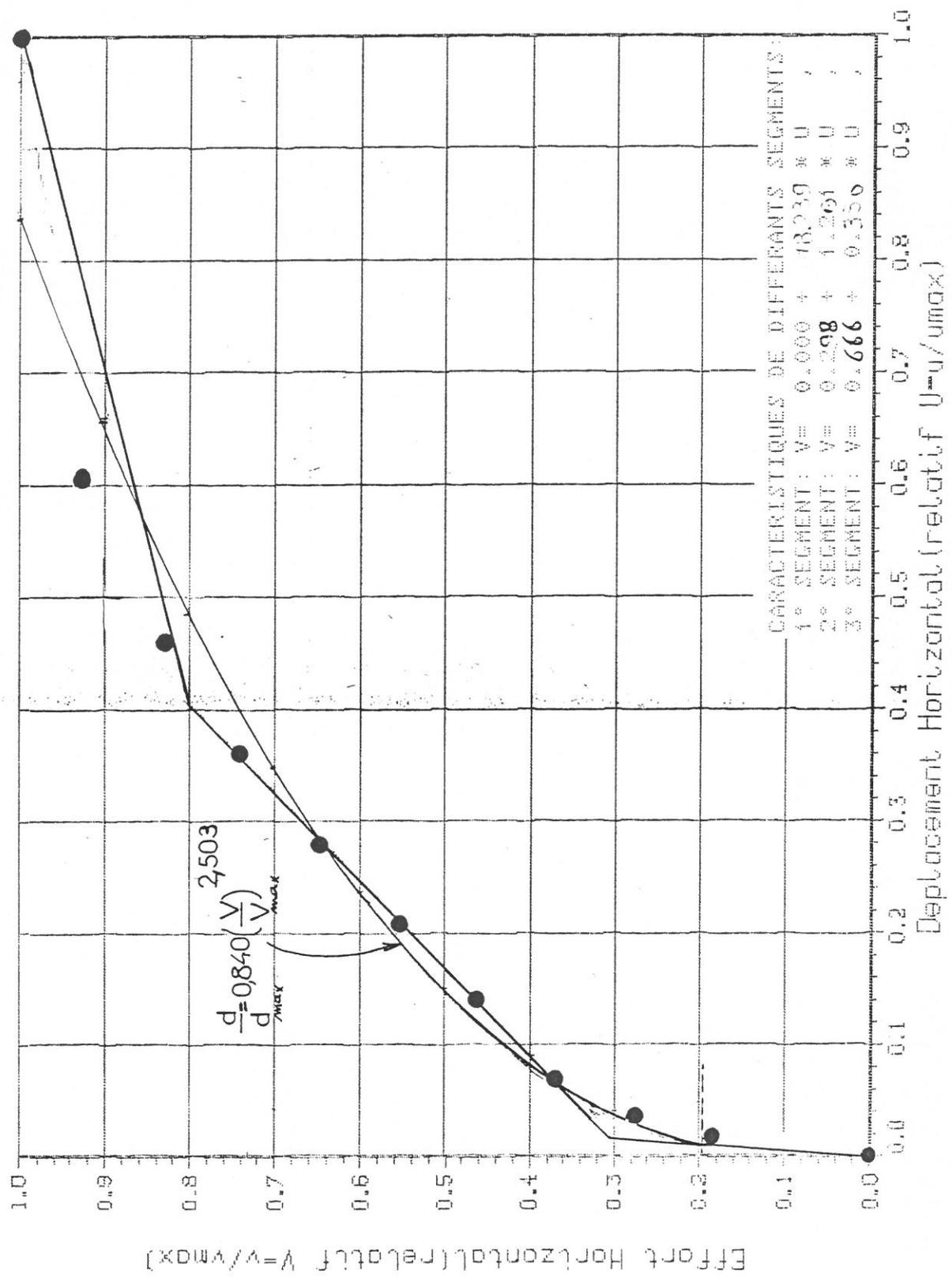


Fig. A. 1 - Enveloppe des Efforts Maximums du Vole

numero kv21  
ADIMENSIONNELLE



## ANNEXE 8

(figures A8-1 à A8-7)

Evolution de la rigidité rapportée à sa valeur initiale  $R_0$  ( $= R_0$  (Poutre)/1.30), en fonction de la distorsion  $d/H$

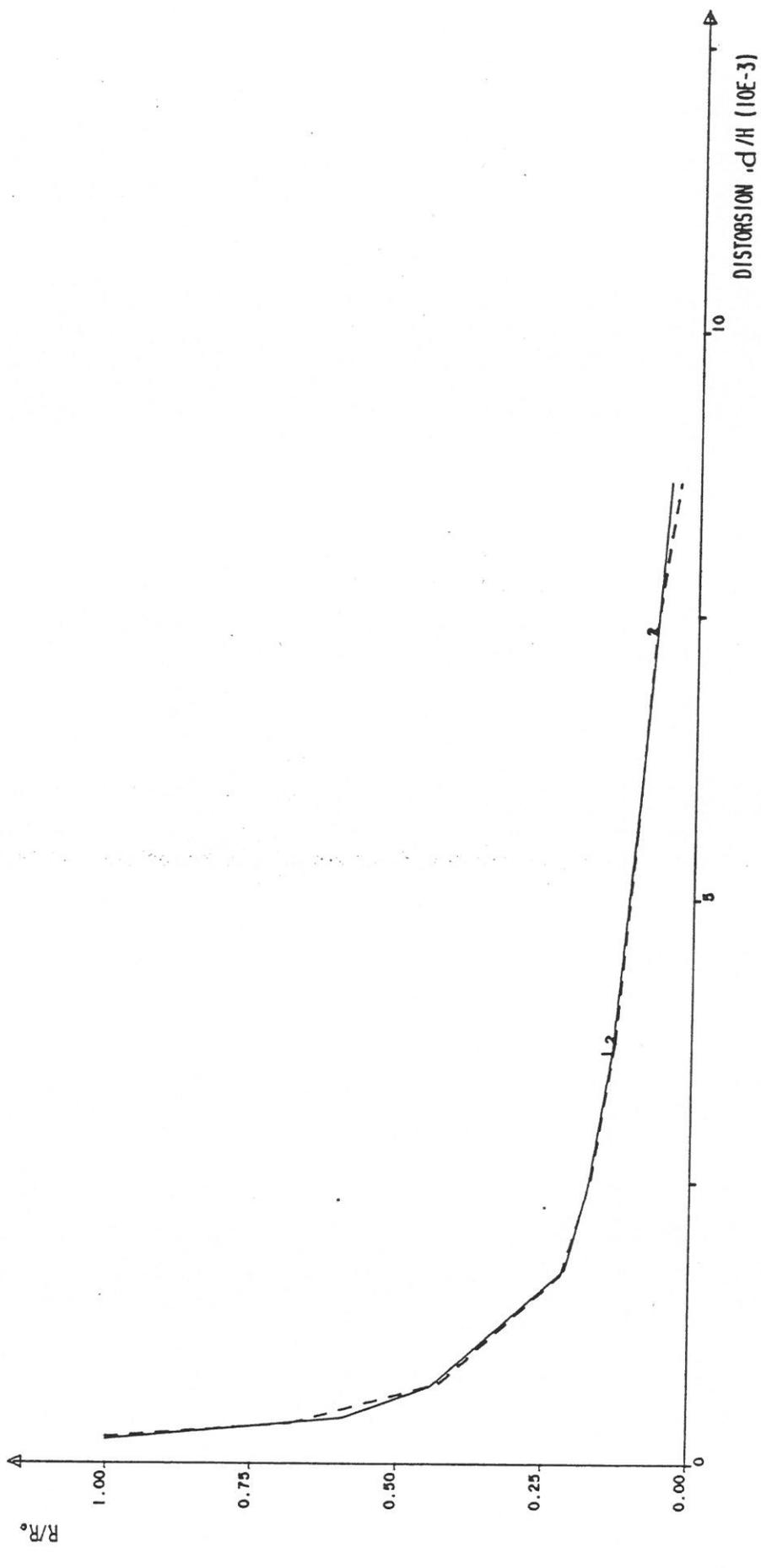
(figures A8-8 et A8-9)

Evolution de la rigidité rapportée à sa valeur initiale  $R_0$  :

i)  $R_0 = R_0$  (Poutre)/1.30

ii)  $R_0 = R_0$  (Poutre)/2.55

en fonction de la distorsion (voiles KV20 et KV21)



— 1 CHARGEMENT POSITIF  
 - - - 2 CHARGEMENT NEGATIF

FIGURE A8.1 - EVOLUTION DE LA RIGIDITE (R), RAPPORTEE A SA VALEUR INITIALE (R<sub>0</sub>) EN FONCTION DE LA DISTORSION (d/H) KV15

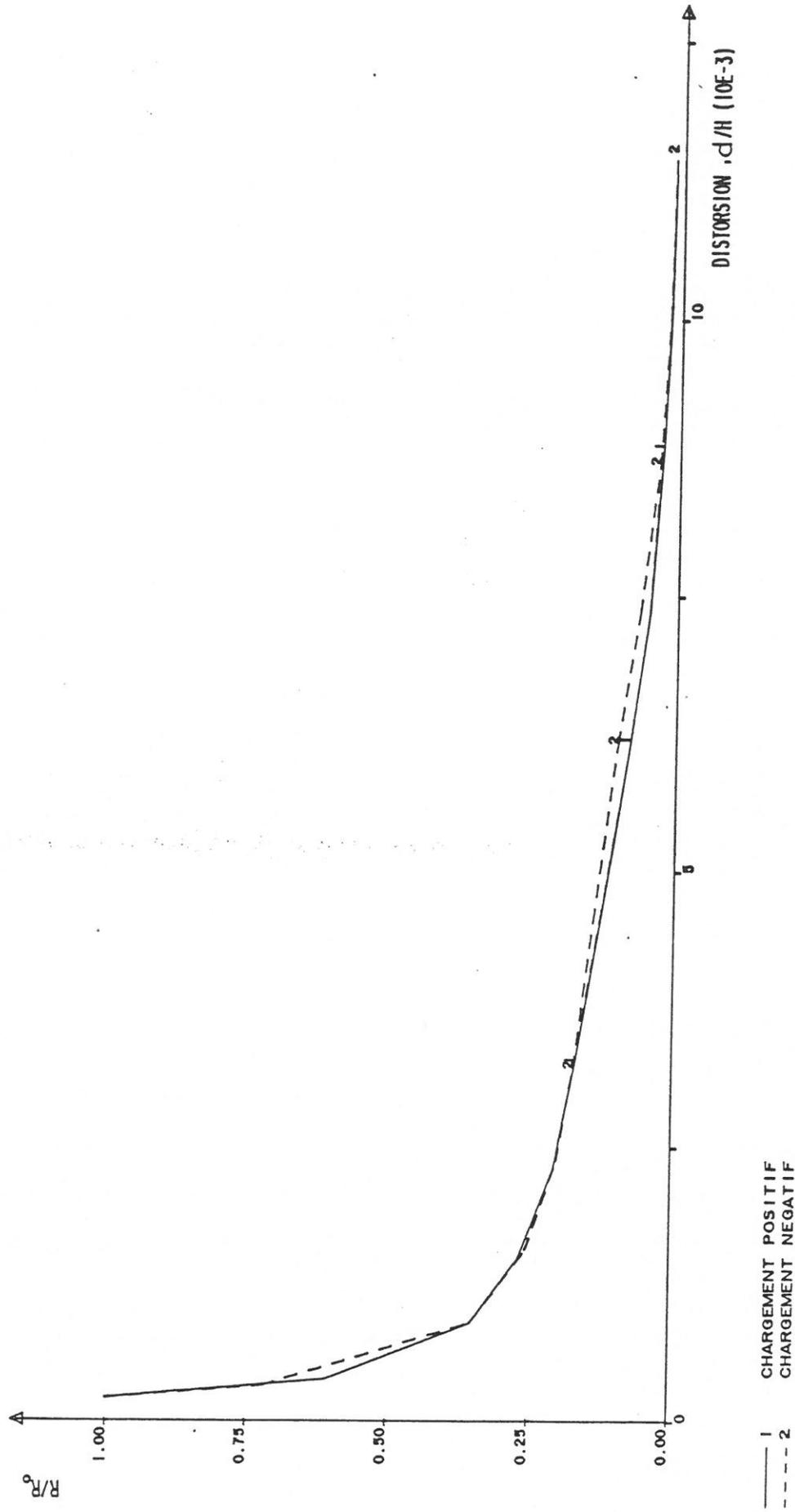


FIGURE A8-2-EVOLUTION DE LA RIGIDITE( $R$ ), RAPPORTEE A SA VALEUR INITIALE( $R_0$ ), EN FONCTION DE LA DISTORSION ( $d/H$ )  
KV16

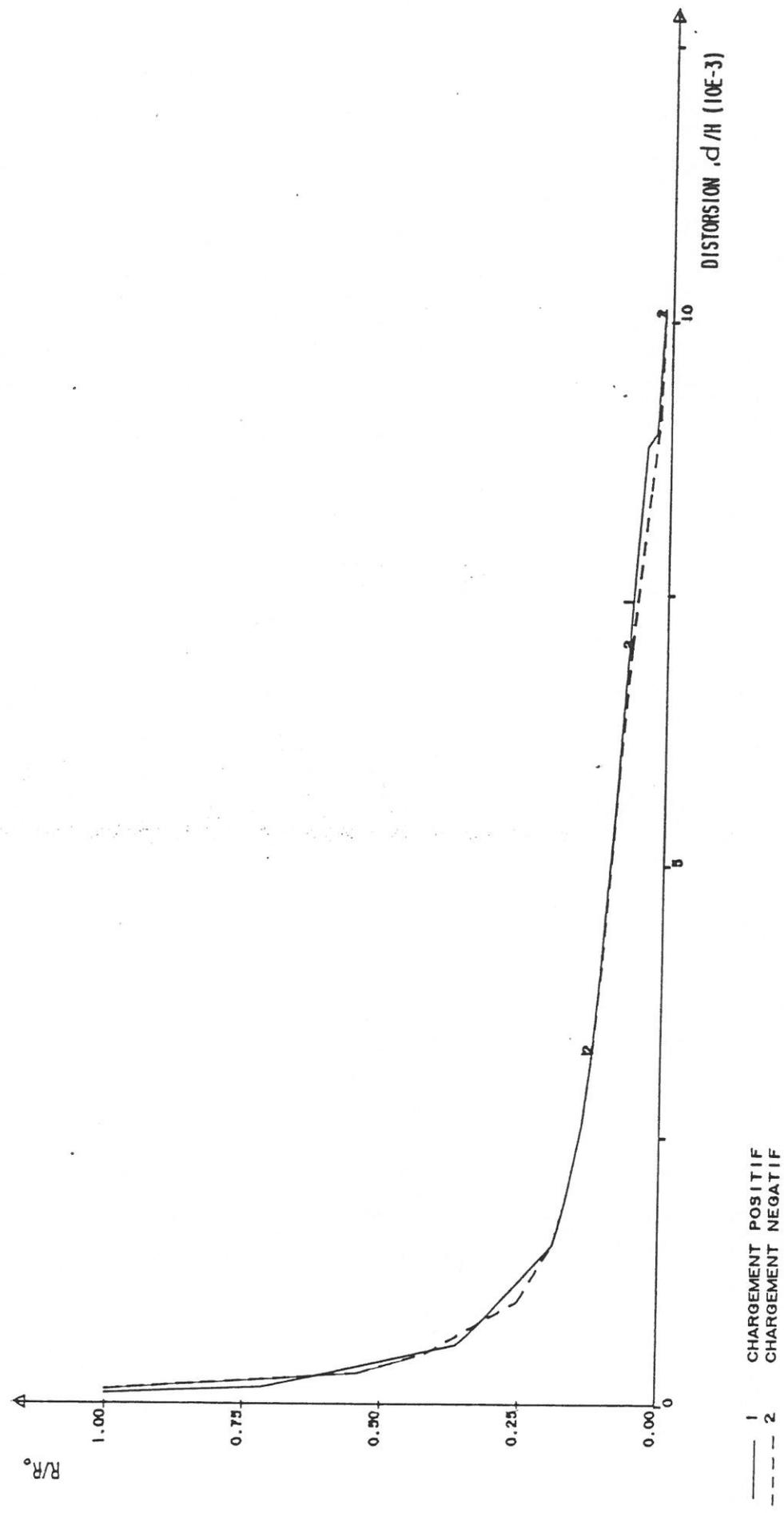


FIGURE A8.3-EVOLUTION DE LA RIGIDITE (R), RAPPORTEE A SA VALEUR INITIALE ( $R_0$ ) EN FONCTION DE LA DISTORSION ( $d/H$ )

KV17

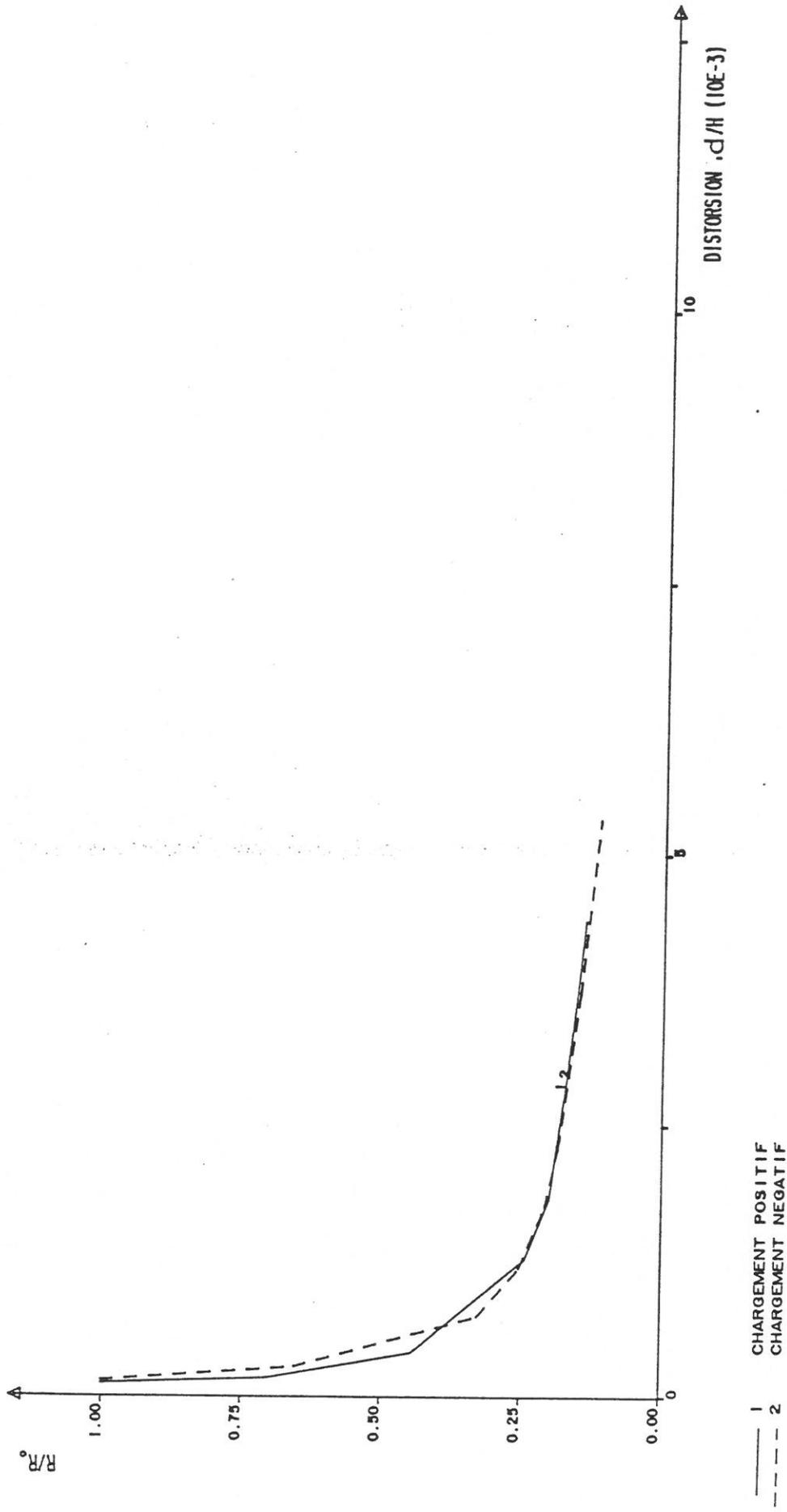


FIGURE A84 - EVOLUTION DE LA RIGIDITE (R), RAPPORTEE A SA VALEUR INITIALE ( $R_0$ ), EN FONCTION DE LA DISTORSION ( $d/H$ )  
 KV18

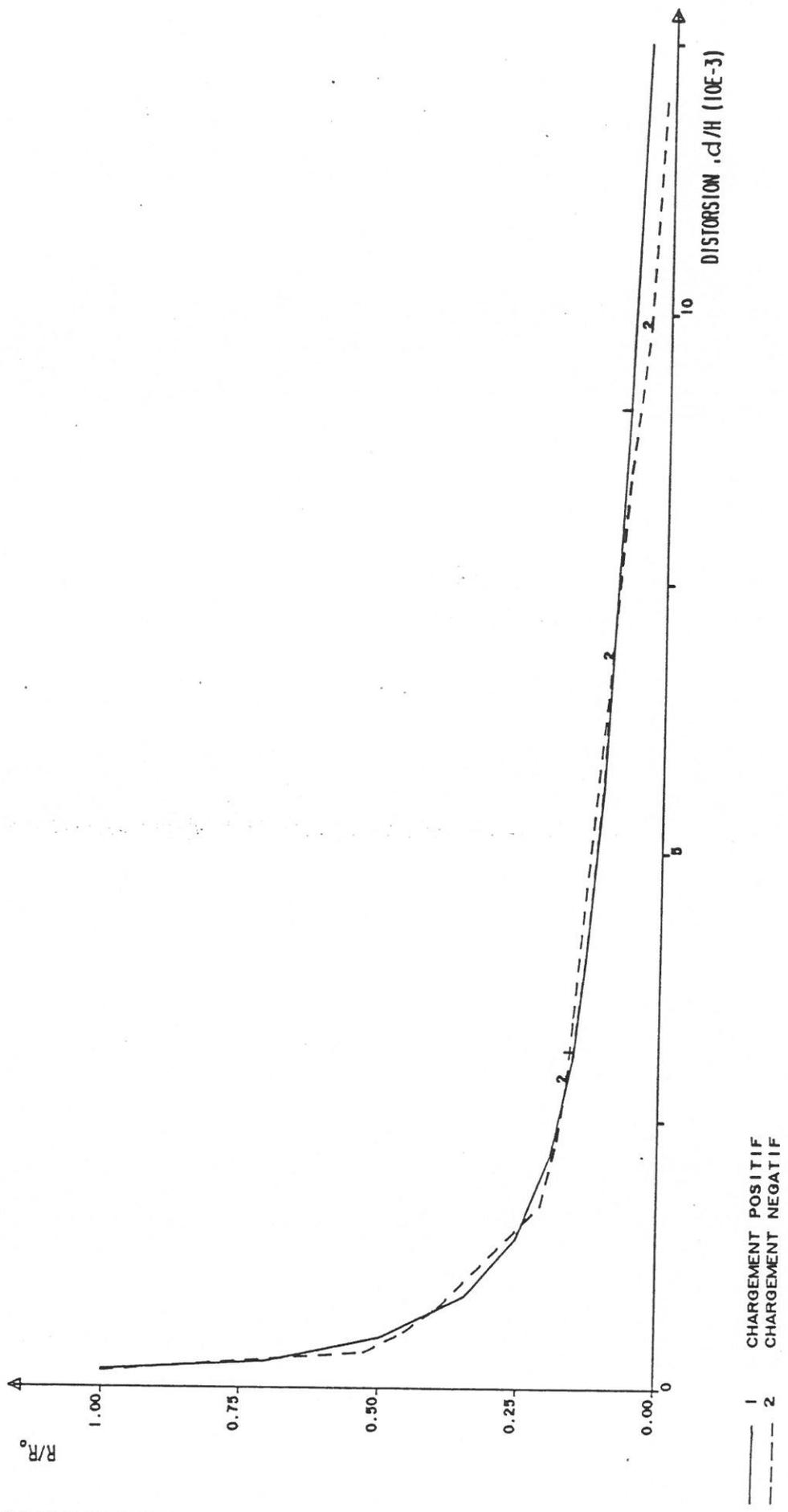
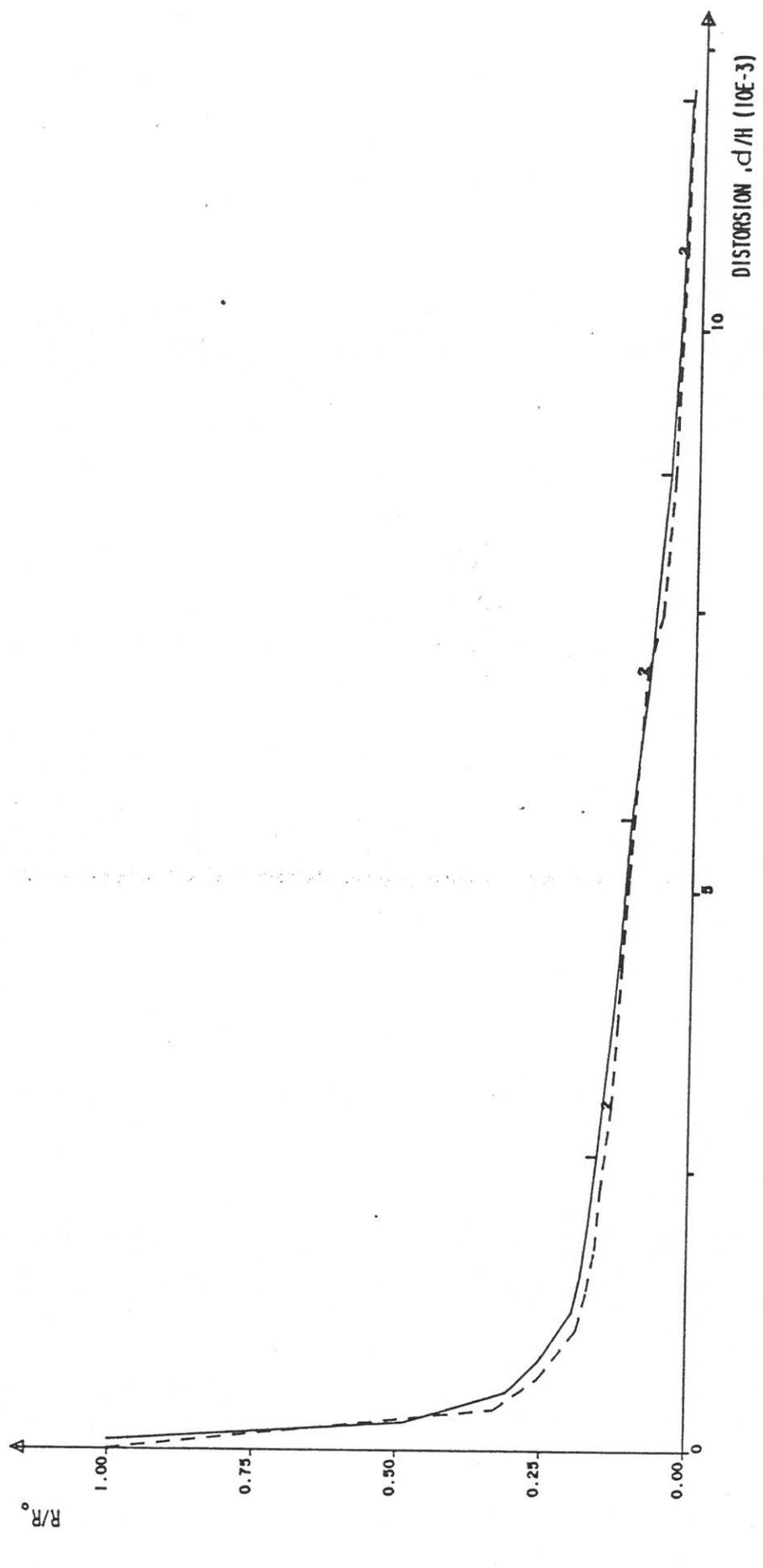


FIGURE A8.5-EVOLUTION DE LA RIGIDITE (R), RAPPORTEE A SA VALEUR INITIALE ( $R_0$ ) EN FONCTION DE LA DISTORSTION ( $d/H$ ) KV19



— 1 CHARGEMENT POSITIF  
 - - - 2 CHARGEMENT NEGATIF

FIGURE A8.6-EVOLUTION DE LA RIGIDITE(R), RAPPORTEE A SA VALEUR INITIALE(R<sub>0</sub>) , EN FONCTION DE LA DISTORSION (d/H) , KV20 98.

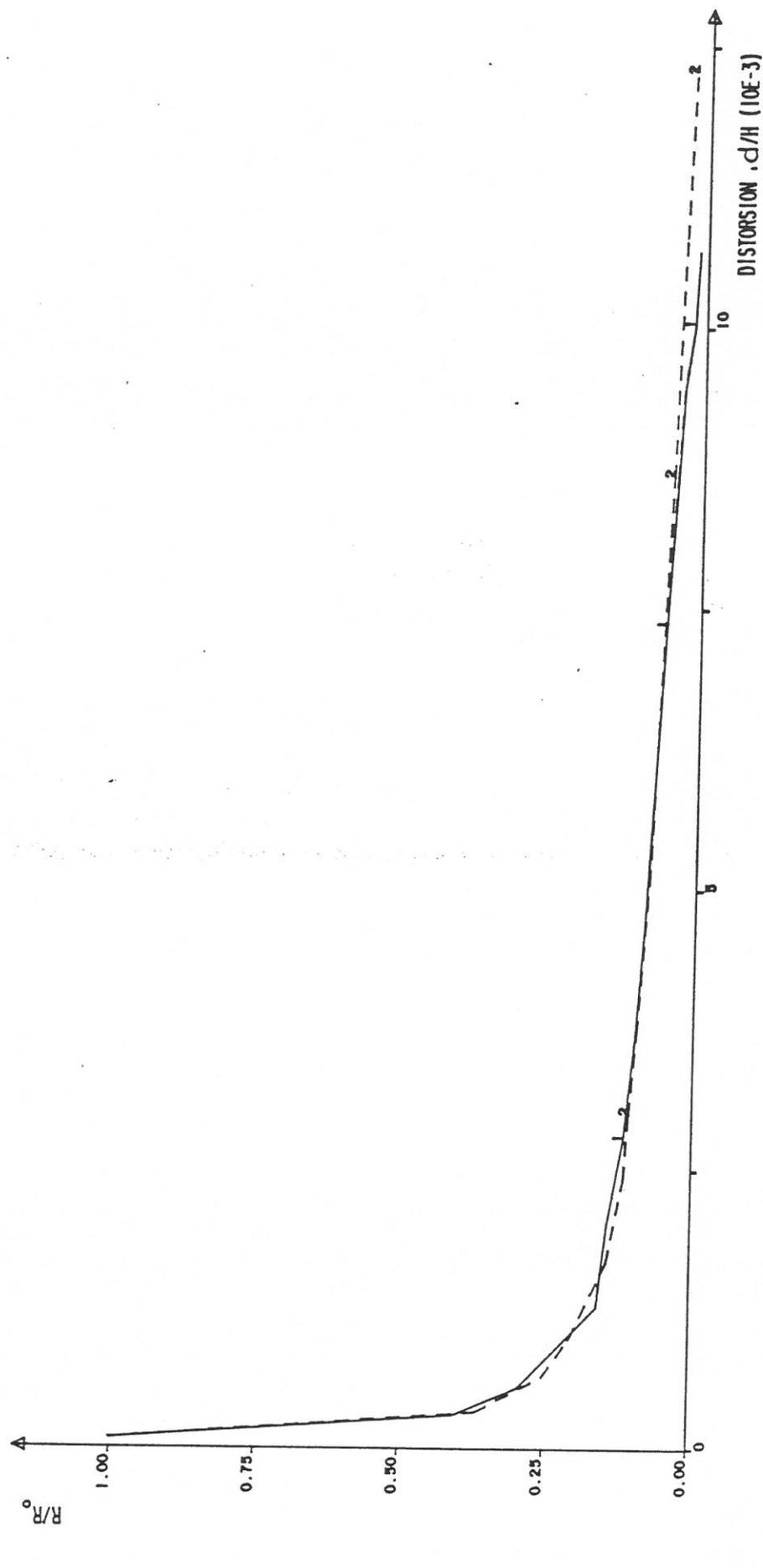


FIGURE A8.7-EVOLUTION DE LA RIGIDITE(R), RAPPORTEE A SA VALEUR INITIALE( $R_0$ ), EN FONCTION DE LA DISTORSION ( $d/H$ )  
KV21

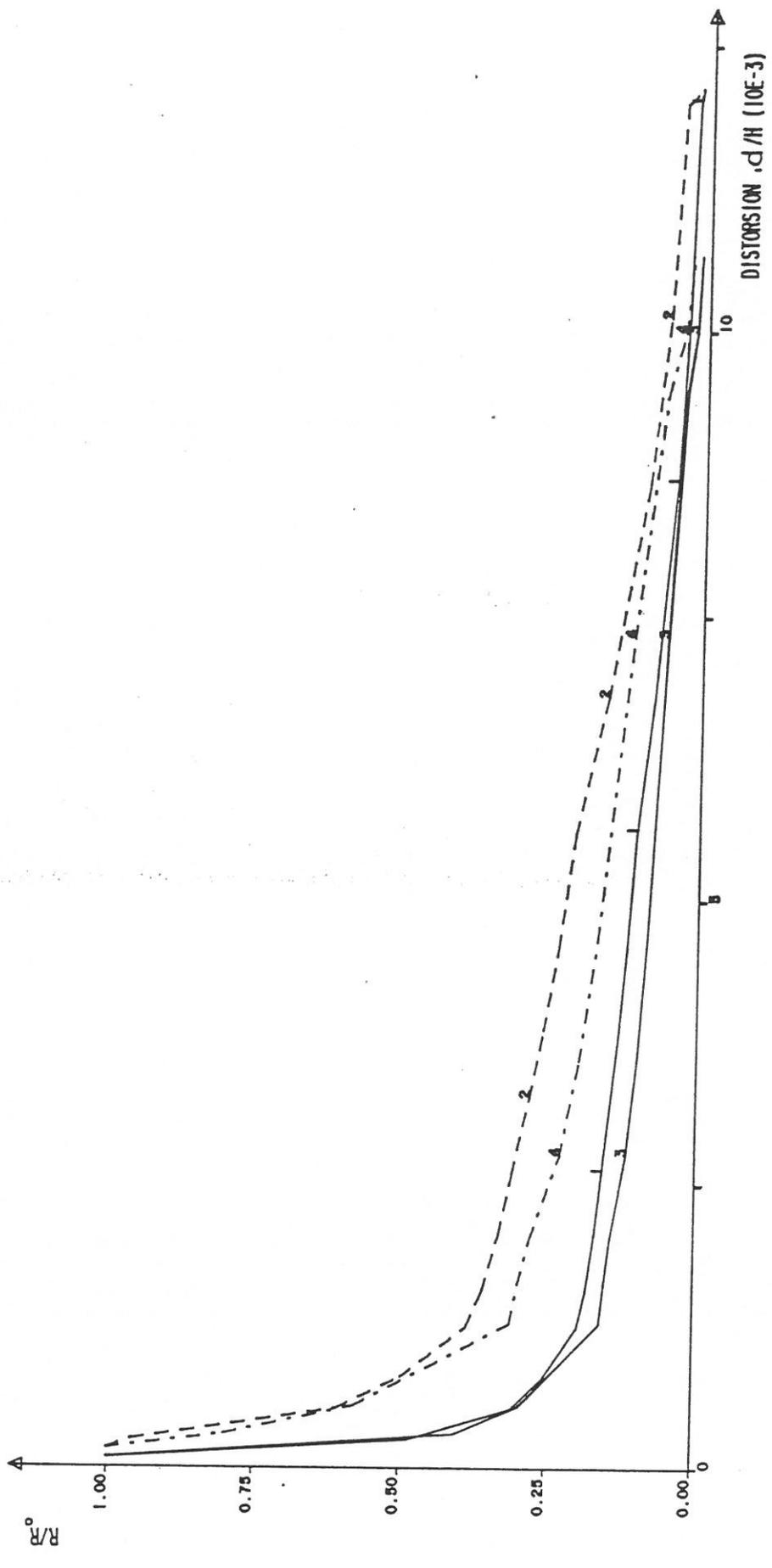


FIGURE A8.8-EVOLUTION DE LA RIGIDITE(R), RAPPORTEE A SA VALEUR INITIALE( $R_0$ ) EN FONCTION DE LA DISTORSION ( $d/H$ ) KV20 ET KV21 CHARGEMENT POSITIF

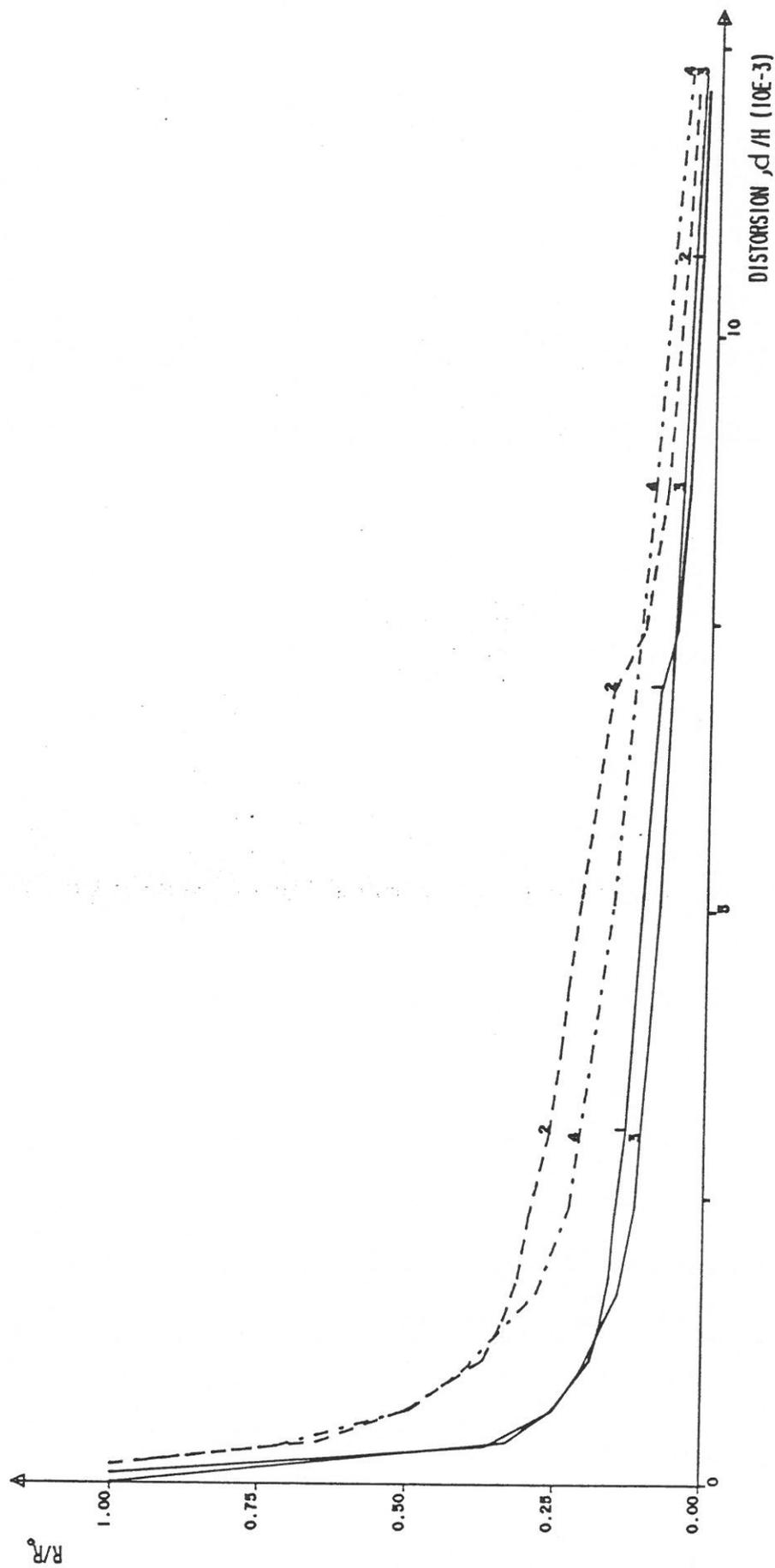


FIGURE A8.9 - EVOLUTION DE LA RIGIDITE (R), RAPPORTEE A SA VALEUR INITIALE ( $R_0$ ), EN FONCTION DE LA DISTORSION ( $d/H$ )  
 KV20 ET KV21 CHARGEMENT NEGATIF

ANNEXE 9

(tableaux A9-1 à A9-7)

Calcul de l'aire des cycles d'hystéresis

(tableaux A9-8 à A9-14)

Calcul de l'amortissement

## CALCUL DE L'AIRES DES CYCLES DE CHARGEMENT

Afin de mesurer l'aire des cycles de chargement des essais KV15 à KV21, on a utilisé le planimètre polaire compensateur OTT (1), aux bras conducteur et polaire réglables (figure A9-1), de caractéristiques matérielles suivantes :

- \* Type : 30139
- \* Nr. 142 159
- \* Constante  $C$  du planimètre  $C = 30\ 000$  pour une position du bras polaire de  $L_p = 480.5$
- \* Surface du cercle de la règle de contrôle  $S_0 = 10\ 001\ \text{mm}^2$

## PRINCIPE DE CALCUL

La surface recherchée ( $S_p$ ) est obtenue par le nombre de divisions lues sur la roulette de mesure ( $L_M$ ) multiplié par un facteur "V", dont sa valeur dépendant aux caractéristiques de construction du planimètre et par conséquent au réglage des bras conducteur et polaire.

## PARAMETRES A DEFINIR

Les paramètres suivants sont utilisés pour le calcul de la surface des cycles de chargement.

→ valeur absolue du vernier (unité de calcul en  $\text{mm}^2$ ) choisie par l'utilisateur) : "V"

---

(1) Mode d'emploi des planimètres polaires compensateurs OTT

A. OTT GMBH 8960 KEMPTEN - R.F.A.

France WILD + LEITZ FRANCE 86, av. du 18 juin 1940 BP 326 92506 RUEIL-MALMAISON CEDEX

→ la valeur du réglage du bras conducteur :

$$L_{BC} = 20 * V \text{ pour un planimètre dont la roulette de mesure a une circonférence de } 2,40 \text{ pouce exactement.}$$

→ la valeur de réglage du bras polaire était fixée à

$$L_{BP} = 480.5$$

→ la valeur de la surface d'un cycle de chargement ( $\text{mm}^2$ ) :

$$S_p = L_M * V$$

$$\text{d'où } L_M = \frac{\sum_0^N |L_F - L_I|}{N}$$

étant la valeur moyenne du nombre de divisions lues au cours de N planimétrages successifs concernant un cycle donné ( $L_I$  : lecture initiale ;  $L_F$  : lecture finale).

→ l'unité de l'abscisse : x pour 1 mm

→ l'unité de la coordonnée : Y pour 1 mm

→ la valeur de la surface d'un cycle de chargement, en unités de mesures :

$$S_C = S_p * X * Y$$

Calcul exact de la valeur de réglage du bras conducteur :

$$L_{BC} = L_{BC0} (1 \pm X) \quad , \quad \left\{ \begin{array}{l} \pm X = \frac{N - N_0}{N_0} \\ N_0 = \frac{S_0}{V} \\ N = \frac{S}{V} \end{array} \right.$$

$S_0$  = Surface connue de la réglette de contrôle : 10001 ( $\text{mm}^2$ )

$S$  = Valeur de lecture de cette surface : 10005 ( $\text{mm}^2$ )

$X = \pm 0.00040$

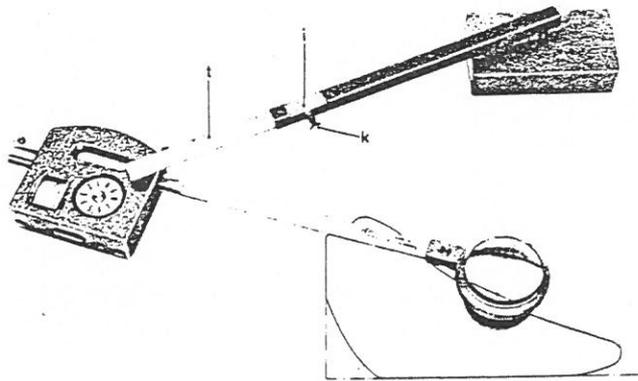


Fig. A 9.1 - Planimètre à bras polaire réglable





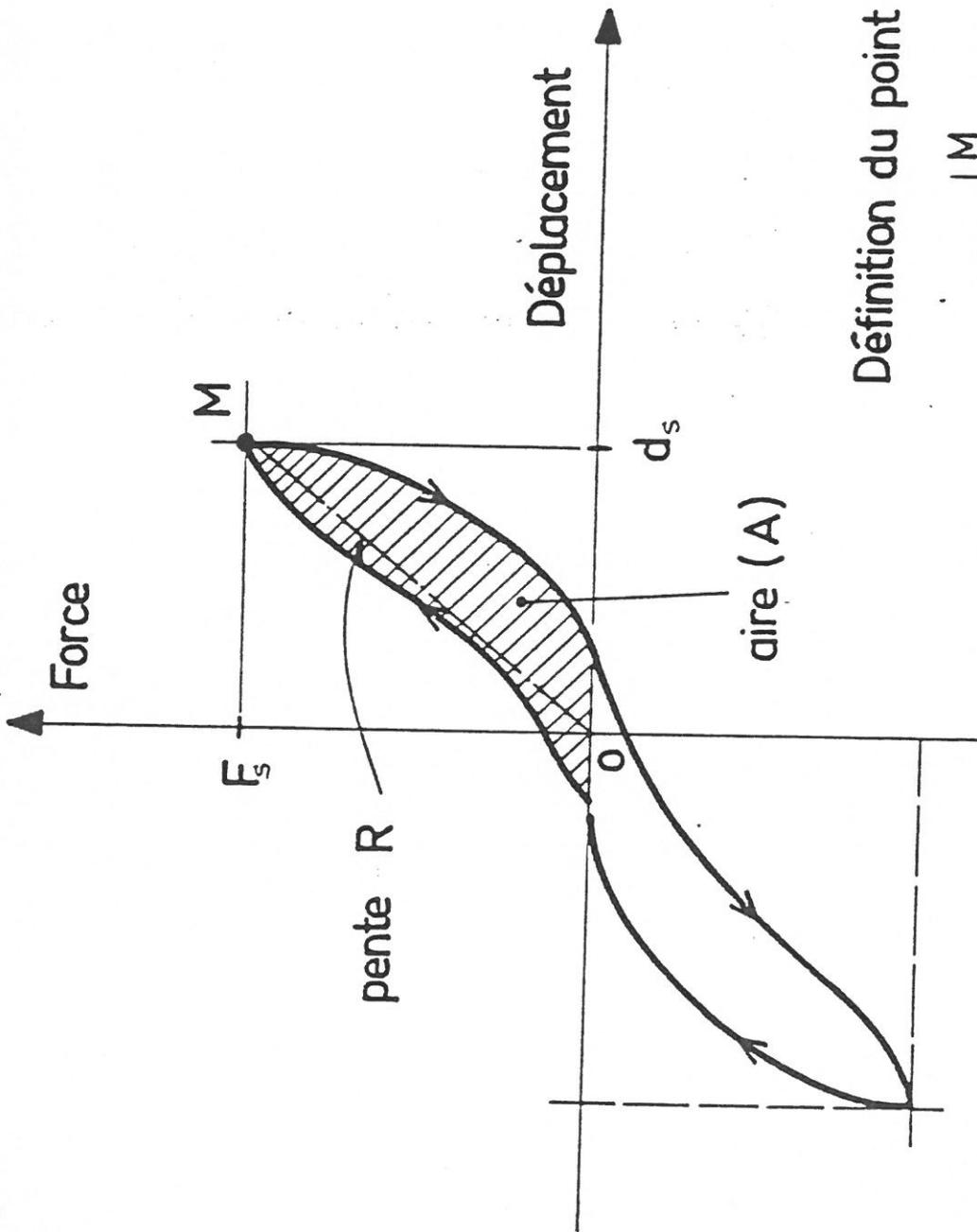
CYCLE N <sup>o</sup>	V (MM <sup>2</sup> )	L <sub>BC</sub>	L <sub>I</sub>	L <sub>F</sub>	L <sub>F</sub> -L <sub>I</sub>	L <sub>M</sub>	S <sub>p</sub> =L <sub>M</sub> *V (MM <sup>3</sup> )	x (MM)	y (T)	x+y (T+MM)	S <sub>z</sub> =S <sub>p</sub> +x*y (T*MM)
1	5	100	8 18	30 40	22 22	22,0	110,0	0,005	0,5	0,0025	0,275
2	5	100	76 8	154 88	78 80	79,0	395,0	0,005	0,5	0,0025	0,9875
3	5	100	79 17	140 79	61 62	61,5	307,5	0,005	0,5	0,0025	0,76875
4	5	100	9 35	230 254	221 219	220,0	1100,0	0,005	0,5	0,0025	2,750
5	5	100	20 8	242 230	222 222	222,0	1110,0	0,005	0,5	0,0025	2,775
6	5	100	35 26	644 636	609 610	609,5	3047,5	0,005	0,5	0,0025	7,61875
7	7,5	150	8 9	275 278	267 269	268,5	2013,75	0,005	0,5	0,0025	5,03438
8	7,5	150	14 32	169 185	155 153	154,0	1155,0	0,02	0,5	0,01	11,550
9	7,5	150	39 247	200 408	161 161	161,0	1207,5	0,02	0,5	0,01	12,075
10	8	160	11 38	297 328	286 290	288,0	2304,0	0,02	0,5	0,01	23,040
11	8	160	10 144	230 367	220 223	221,5	1772,0	0,02	0,5	0,01	17,720
12	8	160	27 53	264 289	237 236	236,5	1892,0	0,02	0,5	0,01	18,92
13	8	160	30 16	297 285	267 269	268,0	21,44	0,02	0,5	0,01	21,44
14	8	160	1 18	436 454	435 436	435,5	3484,0	0,02	0,5	0,01	34,84
15	8	160	282 5	665 390	383 385	384,0	3072,0	0,02	0,5	0,01	30,72
16	9	180	24 16	433 427	409 411	410,0	3690,0	0,02	0,5	0,01	36,90
17	9	180	10 4	460 457	450 453	451,5	4063,5	0,02	0,5	0,01	40,635
18	10	200	7 36	536 567	529 531	530,0	5300,0	0,02	0,5	0,01	53,00
19	10	200	15 25	649 668	634 643	638,5	6385,0	0,02	0,5	0,01	63,85
20	8	160	435 30	733 327	298 297	297,5	2380,0	0,1	0,5	0,05	119,000
21	8	160	15 556	556 1102	541 546	543,5	4348,0	0,1	0,5	0,05	217,400
22	8	160	664 1	1308 647	644 646	645,0	5160,0	0,1	0,5	0,05	258,000
23	8	160	8 54	518 565	510 511	510,5	4084,0	0,1	0,5	0,05	204,200
24	8	160	11 28	377 394	366 366	366,0	2928,0	0,1	0,5	0,05	146,400





CYCLE N°	V (MM <sup>2</sup> )	L <sub>OC</sub>	L <sub>I</sub>	L <sub>F</sub>	L <sub>F</sub> -L <sub>I</sub>	L <sub>M</sub>	S <sub>p</sub> =L <sub>M</sub> *V (MM <sup>2</sup> )	x (MM)	y (T)	x*y (T*MM)	S <sub>c</sub> =S <sub>p</sub> *x*y (T*MM)
1	5	100	1193 1270	1378 1464	185 194	189,5	947,50	0,005	0,5	0,0025	2,36875
2	7,5	150	2919 3055	3054 3187	135 132	133,5	1001,25	0,005	0,5	0,0025	2,503125
3	7,5	150	755 42	887 172	132 130	131	982,50	0,005	0,5	0,0025	2,45625
4	7,5	150	17 29	394 410	377 381	379	2842,50	0,005	0,5	0,0025	7,1055
5	7,5	150	21 558	333 879	312 321	316,5	2373,75	0,005	0,5	0,0025	5,934375
6	7,5	150	18 5	166 154	148 149	148,5	1113,75	0,02	0,5	0,01	11,1375
7	7,5	150	2 33	160 195	158 162	160	1200,00	0,02	0,5	0,01	12,00
8	7,5	150	129 1008	311 1190	182 182	182	1365,00	0,02	0,5	0,01	13,65
9	7,5	150	3 89	181 261	178 172	175	1312,50	0,02	0,5	0,01	13,125
10	7,5	150	824 25	1029 231	205 206	205,5	1541,25	0,02	0,5	0,01	15,4125
11	7,5	150	350 -10	581 221	230 231	230,5	1728,75	0,02	0,5	0,01	17,2875
12	10	200	20 417	254 655	234 238	236	2360,00	0,02	0,5	0,01	23,60
13	10	200	23 4489	307 4775	284 286	285	2850,00	0,02	0,5	0,01	28,50
14	10	200	3023 596	3098 670	75 74	74,5	745,00	0,1	0,5	0,05	37,25
15	10	200	5 2585	90 2672	85 87	86	860,00	0,1	0,5	0,05	43,00
16	10	200	40 8	138 105	98 97	97,5	975,00	0,1	0,5	0,05	48,75
17	10	200	10 25	127 140	117 115	116	1160,00	0,1	0,5	0,05	58,00
18	10	200	25 20	139 134	114 114	114	1140,00	0,1	0,5	0,05	57,00
19	10	200	-14 12	126 149	140 137	138,5	1385,00	0,1	0,5	0,05	69,25
20	10	200	1 10	156 161	155 151	153	1530,00	0,1	0,5	0,05	76,50
21	10	200	10 21	209 220	199 199	199	1990,00	0,1	0,5	0,05	99,50
22	10	200	47 68	413 432	366 364	365	3650,00	0,1	0,5	0,05	182,50
23	10	200	24 481	487 943	463 462	462,5	4625,00	0,1	0,5	0,05	231,25
24	10	200	17 58	601 637	584 579	581,5	5815,00	0,1	0,5	0,05	290,75
25	10	200	4 20	536 551	532 531	531,5	5315,00	0,1	0,5	0,05	265,75
26	10	200	-9 38	450 496	459 458	458,5	4585,00	0,1	0,5	0,05	229,25
27	10	200	1 215	435 645	434 430	432	4320,00	0,1	0,5	0,05	216,00





Amortissement :

$$\zeta = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{A}{\frac{1}{2} F_s d_s}$$

$$= \frac{A}{\pi R d_s^2}$$

Rigidité :  $R = \frac{F_s}{d_s}$

Définition du point M selon la forme du cycle:

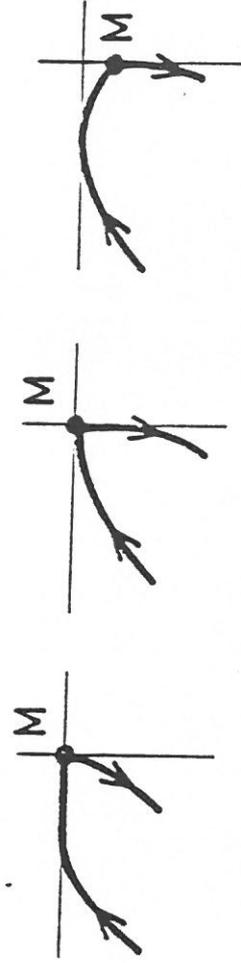


Fig. A.92 : DEFINITION CONVENTIONNELLE DE L'AMORTISSEMENT











N° cycle	Demi-Cycle Supérieur			Demi-Cycle Inférieur			$E_{P}^T$ ( $E_P^s + E_P^i$ ) (T+MM)	$E_d^T$ (T+MM)	$\xi$ (%)
	$F^s$ (T)	$d^s$ (MM)	$E_P^s$ (T*MM)	$F^i$ (T)	$d^i$ (MM)	$E_P^i$ (T*MM)			
1	10,0	0,155	0,775	10,0	0,185	0,925	1,700	2,369	22,18
2	15,0	0,190	1,425	15,0	0,280	2,100	3,525	2,503	11,30
3	15,0	0,190	1,425	15,0	0,295	2,213	3,638	2,456	10,74
4	20,0	0,400	4,000	20,0	0,485	4,850	8,850	7,106	12,78
5	20,0	0,420	4,200	20,0	0,520	5,200	9,400	5,934	10,05
6	25,0	0,610	7,625	25,0	0,820	10,250	17,875	11,138	9,92
7	25,0	0,700	8,750	25,0	0,880	11,000	19,750	12,000	9,67
8	30,0	0,940	14,100	30,0	1,080	16,200	30,300	13,650	7,17
9	30,0	0,970	14,55	30,0	1,120	16,800	31,350	13,125	6,66
10	35,0	1,180	20,65	35,0	1,360	23,800	44,450	15,413	5,52
11	35,0	1,230	21,525	35,0	1,400	24,50	46,025	17,288	5,98
12	42,5	1,550	32,938	42,5	1,740	36,975	69,913	23,600	5,37
13	42,5	1,640	34,850	42,5	1,800	38,250	73,100	28,500	6,20
14	50,0	1,950	48,750	50,0	2,300	57,500	106,250	37,250	5,58
15	50,0	2,050	51,250	50,0	2,400	60,000	111,250	43,000	6,15
16	57,5	2,450	70,438	57,5	2,850	81,938	152,376	48,750	5,09
17	57,5	2,550	73,313	57,5	2,950	84,813	158,126	58,000	5,84
18	62,5	2,900	90,625	62,5	3,250	101,563	192,188	57,000	4,72
19	62,5	3,000	93,750	62,5	3,350	104,688	198,438	69,250	5,55
20	67,5	3,450	116,438	67,5	3,850	129,938	246,376	76,500	4,94
21	67,5	3,600	121,500	67,5	4,050	136,688	258,188	99,500	6,13
22	73,0	4,200	153,300	70,0	5,200	182,000	335,300	182,500	8,66
23	67,0	5,100	170,850	51,5	5,600	144,200	315,050	231,250	11,68
24	51,5	6,500	167,375	42,0	6,500	136,500	303,875	290,750	15,23
25	41,0	7,600	155,800	34,0	8,000	136,000	291,800	265,750	14,49
26	33,0	9,000	74,250	28,0	9,100	127,400	201,650	229,250	18,09
27	27,0	9,100	122,850	20,5	11,000	112,750	235,600	216,000	14,59



ANNEXE 10

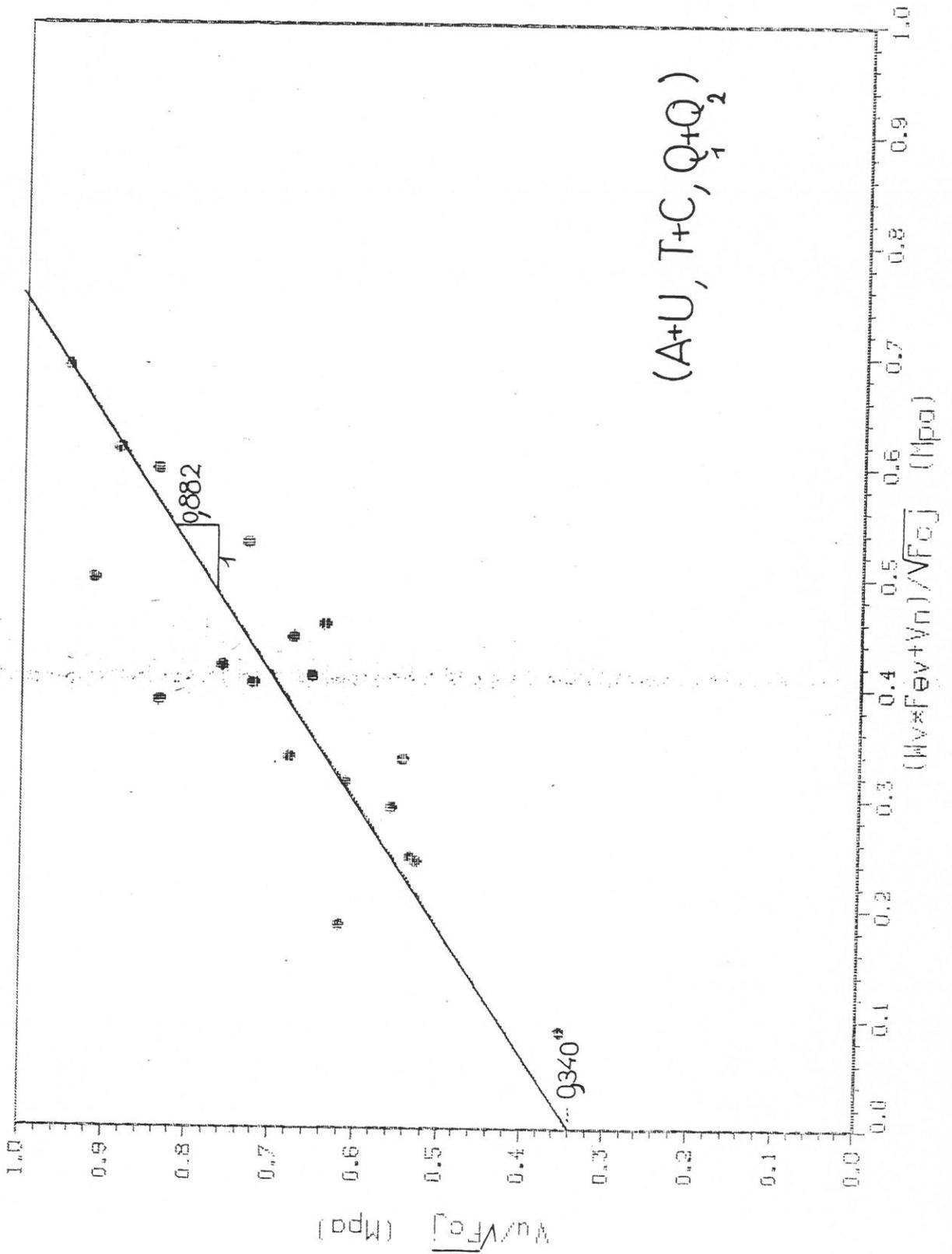
(figures A10-1 à A10-9)

Contrainte du cisaillement maximale ( $\tau_u$ )  
en fonction de  $\sqrt{f_{cj}}$  et  $(w_v f_{ev} + \sigma_n)$  ; représentation  
graphique dans les différents cas



Fig. A10.1 - LA CONTRAINTE DE CISAILEMENT MAXIMUM

EN FONCTION DE  $\sqrt{F_{cJ}}$  &  $(Wv \cdot F_{ev} + Vn)$



$(A+U, T+C, Q+Q_1^2)$

Fig. A10.2-LA CONTRAINTE DE CISAILEMENT MAXIMUM

EN FONCTION DE  $\sqrt{f_{cJ}}$  &  $(Wv \times f_{ev} + Vn)$

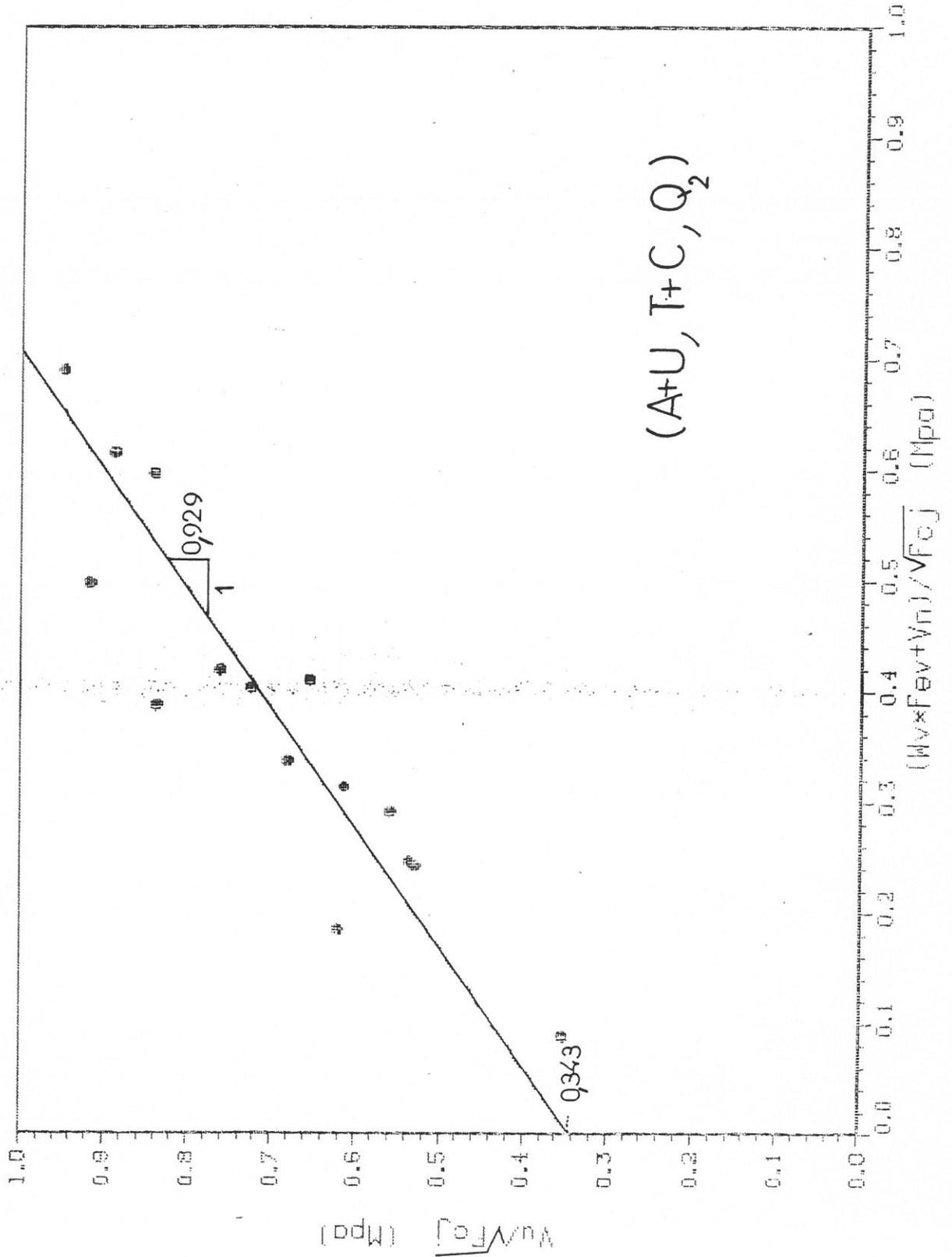


Fig. A10.3 - LA CONTRAINTE DE CISAILEMENT MAXIMUM

EN FONCTION DE  $\sqrt{F_{cJ}}$  &  $(Wv \times F_{ev} + V_n)$

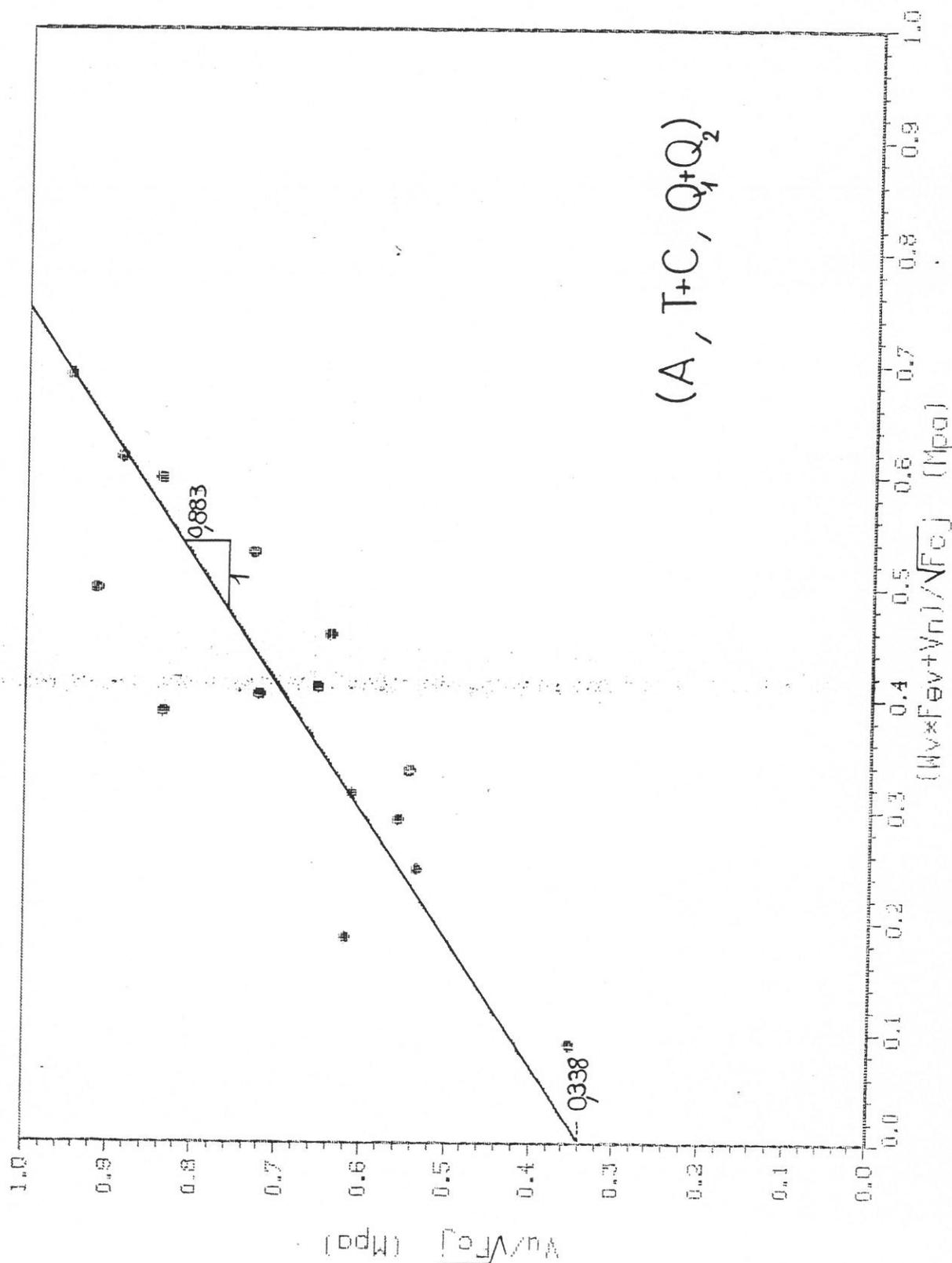


Fig. A10.4 - LA CONTRAINTE DU CISAILLEMENT MAXIMUM

EN FONCTION DE  $\sqrt{f_{cJ}}$  &  $(W_v \times f_{ev} + V_n)$

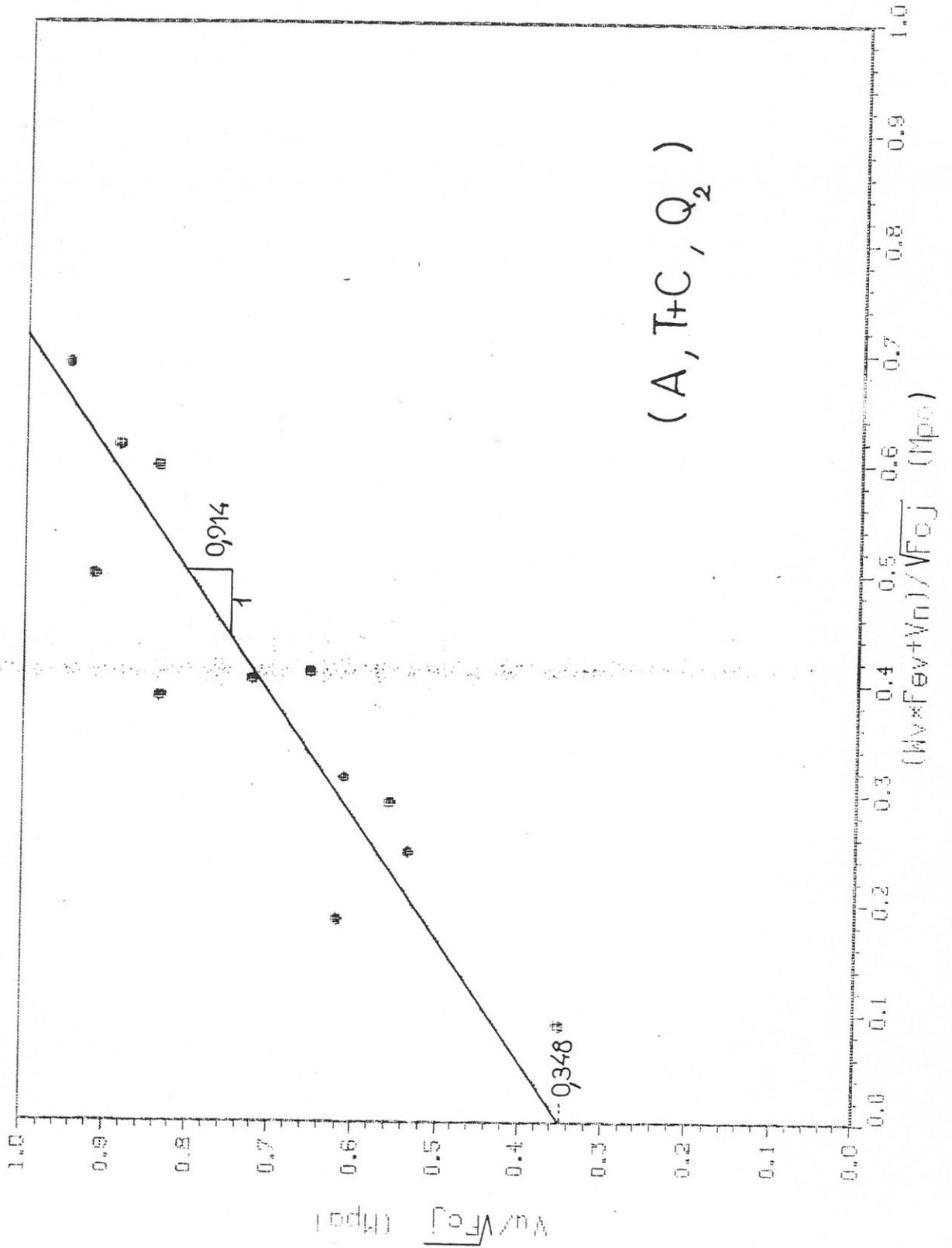


Fig. A10.5 - LA CONTRAINTE DE CISAILEMENT MAXIMUM

EN FONCTION DE  $\sqrt{f_{cJ}}$  &  $(W_v \times f_{ev} + V_n)$

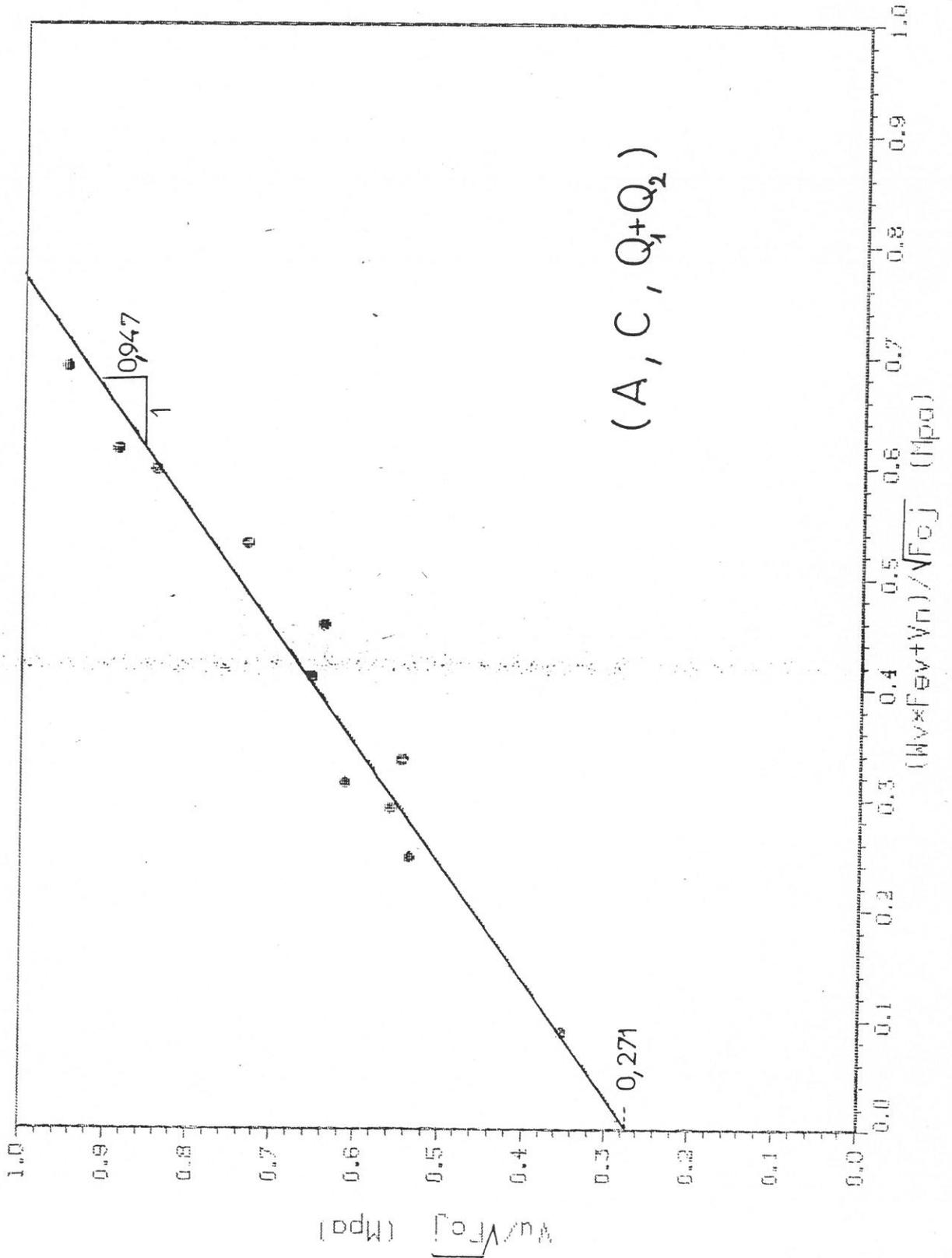


Fig. A10.6 - LA CONTRAINTE DU CISAILLEMENT MAXIMUM

EN FONCTION DE  $\sqrt{F_{cJ}}$  &  $(W_v \times F_{ev} + V_n)$

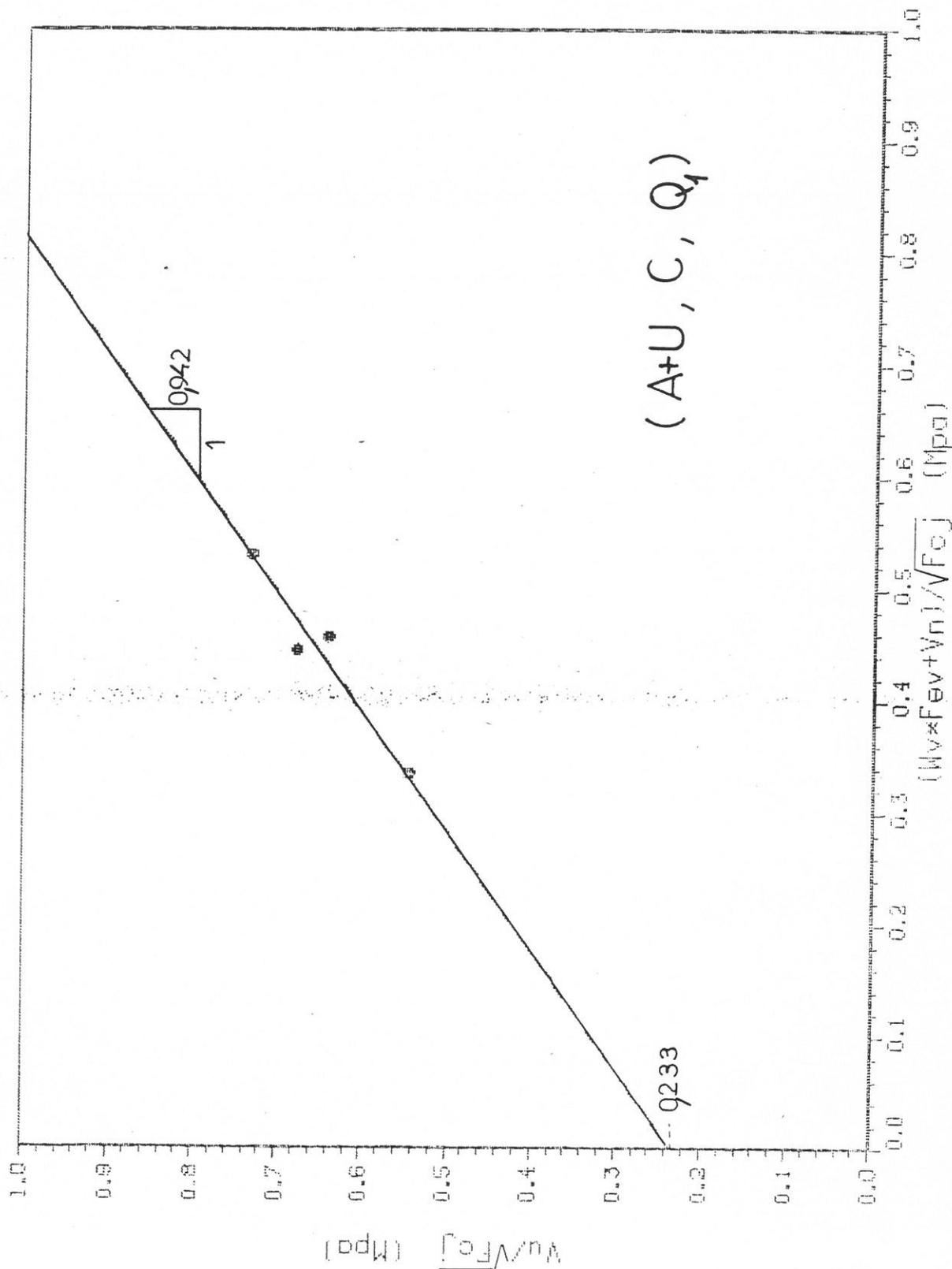


Fig. A10.7 - LA CONTRAINTE DE CISAILLEMENT MAXIMUM

EN FONCTION DE  $\sqrt{F_c J}$  &  $(W_v \times F_{ev} + V_n)$

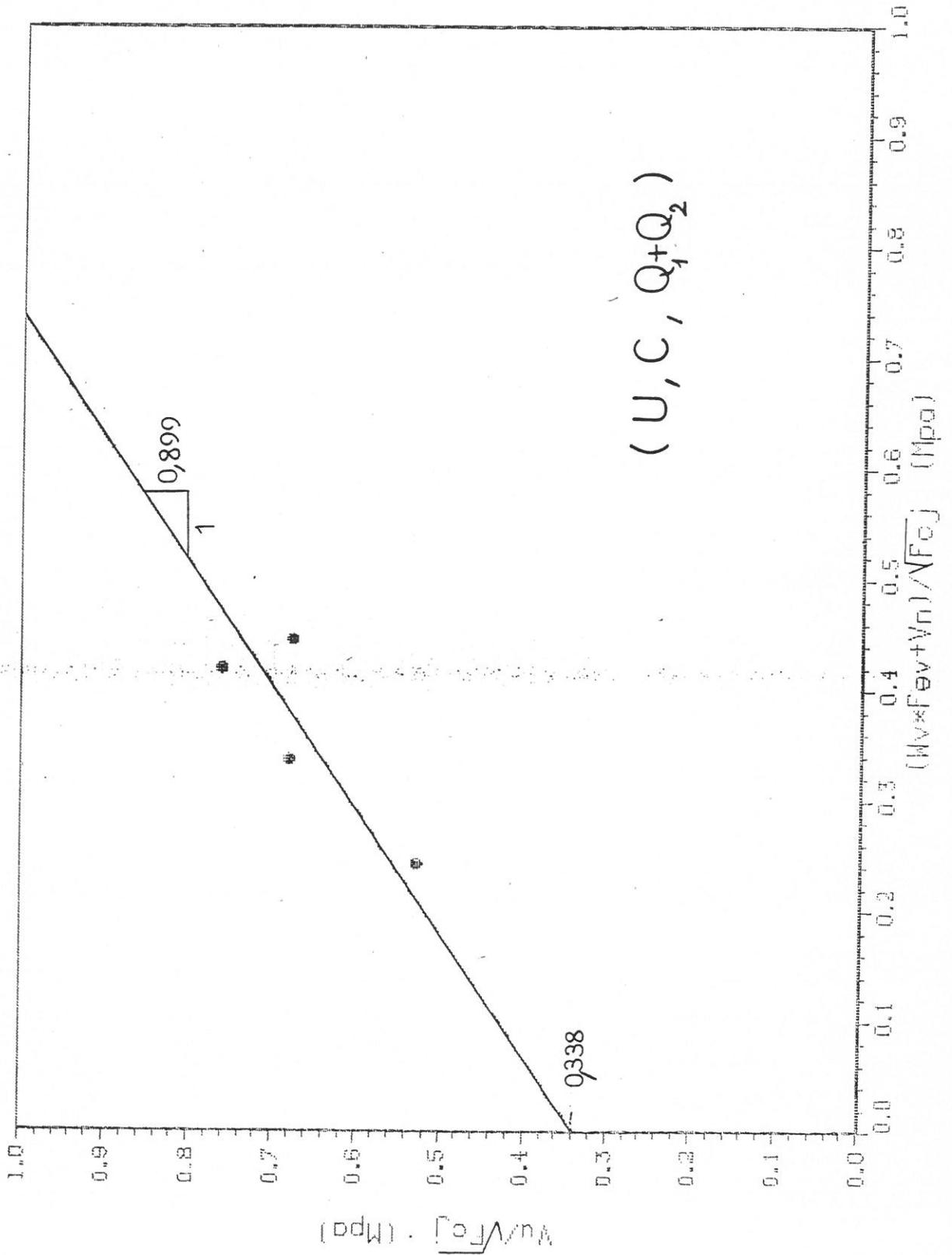


Fig. A10.8 - LA CONTRAINTE DU CISAILLEMENT MAXIMUM  
 EN FONCTION DE  $\sqrt{f_{cJ}}$  &  $(W_v \times F_{ev} + V_n)$

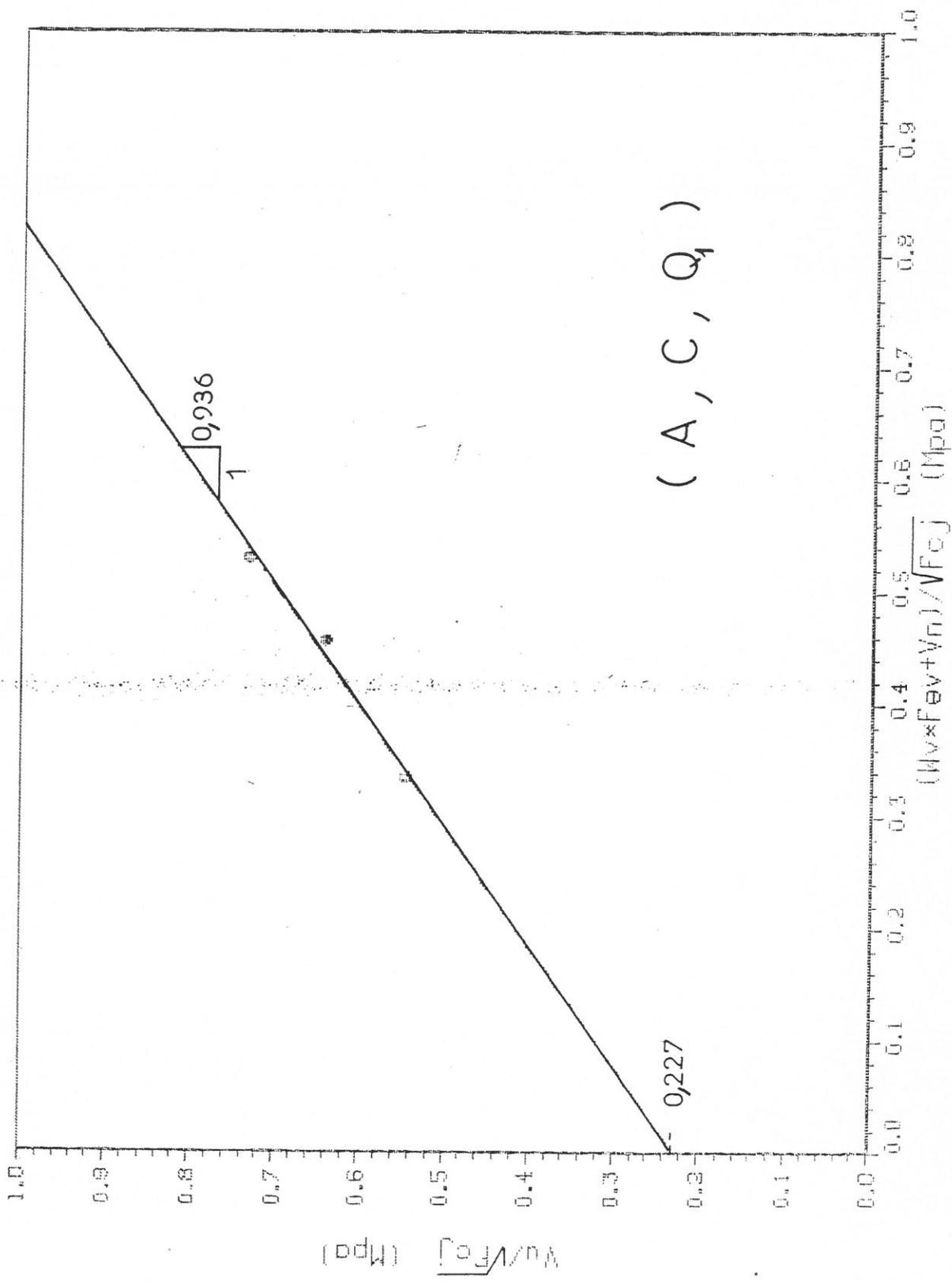


Fig. A10.9 - LA CONTRAINTE DE CISAILLEMENT MAXIMUM

EN FONCTION DE  $\sqrt{F_{cJ}}$  &  $(W_v \times F_{ev} + V_n)$

