HAL
open science

Méthodes numériques pour le calcul à la rupture des structures de génie civil

Jeremy Bleyer

To cite this version:

Jeremy Bleyer. Méthodes numériques pour le calcul à la rupture des structures de génie civil. 2015. hal-01306140

HAL Id: hal-01306140

https://enpc.hal.science/hal-01306140

Submitted on 22 Apr 2016

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Méthodes numériques pour le calcul à la rupture des structures de génie civil

Jérémy Bleyer

Université Paris-Est, Laboratoire Navier,
Ecole des Ponts ParisTech-IFSTTAR-CNRS

Directeur de thèse : Patrick de Buhan

17 juillet 2015

Sommaire

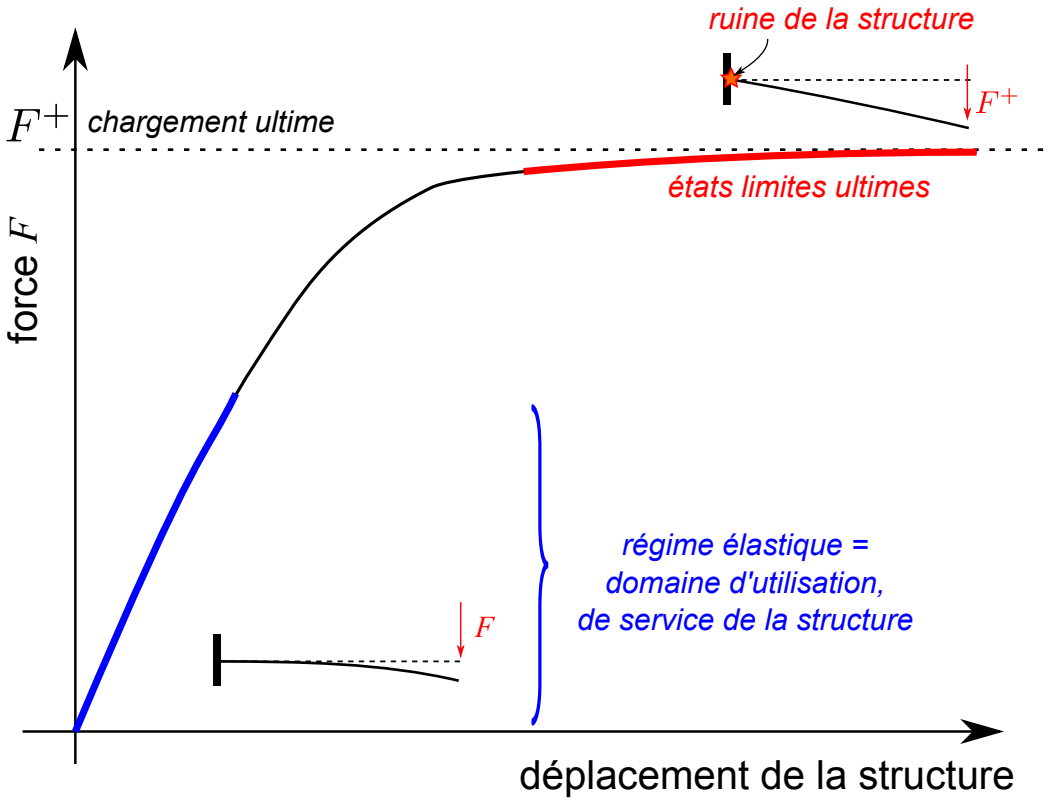
1. Contexte et objectifs
2. Calcul par éléments finis des structures de coque
3. Changement d'échelle en calcul à la rupture
4. Exemples d'application sur des structures complexes
5. Conclusions et perspectives

Sommaire

1. Contexte et objectifs
2. Calcul par éléments finis des structures de coque
3. Changement d'échelle en calcul à la rupture
4. Exemples d'application sur des structures complexes
5. Conclusions et perspectives

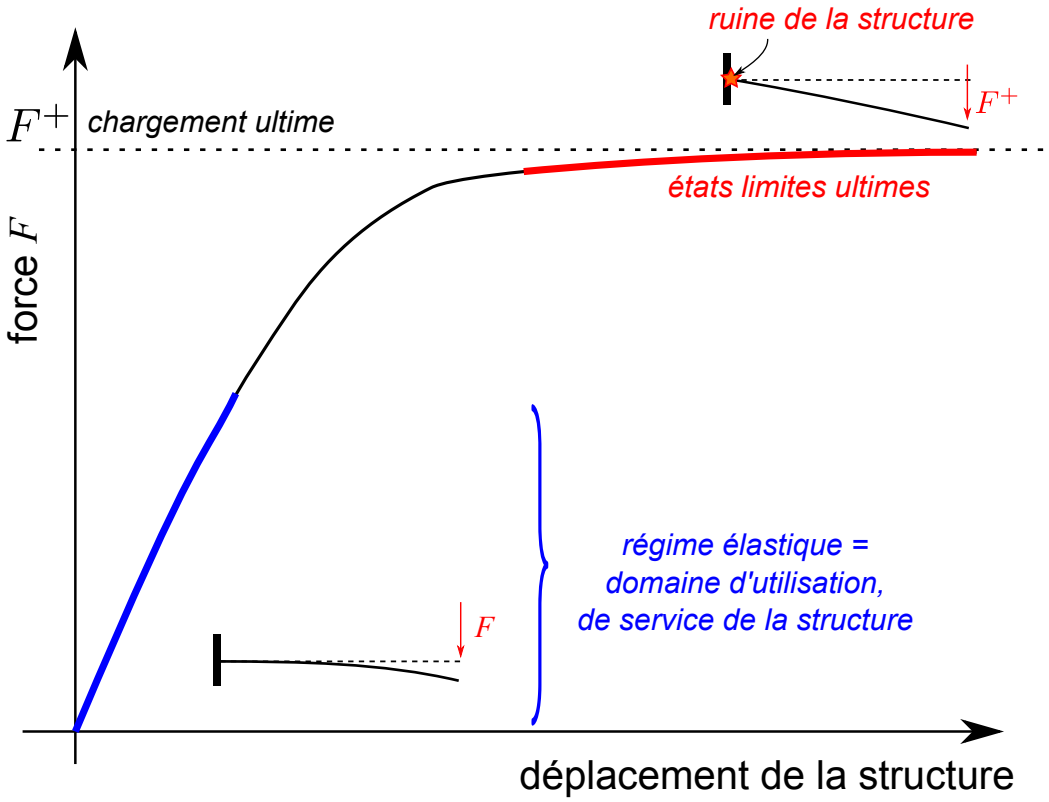
Méthodes actuelles de dimensionnement des structures

Dimensionnement des structures aux **états limites ultimes** (ELU)



Méthodes actuelles de dimensionnement des structures

Dimensionnement des structures aux **états limites ultimes** (ELU)

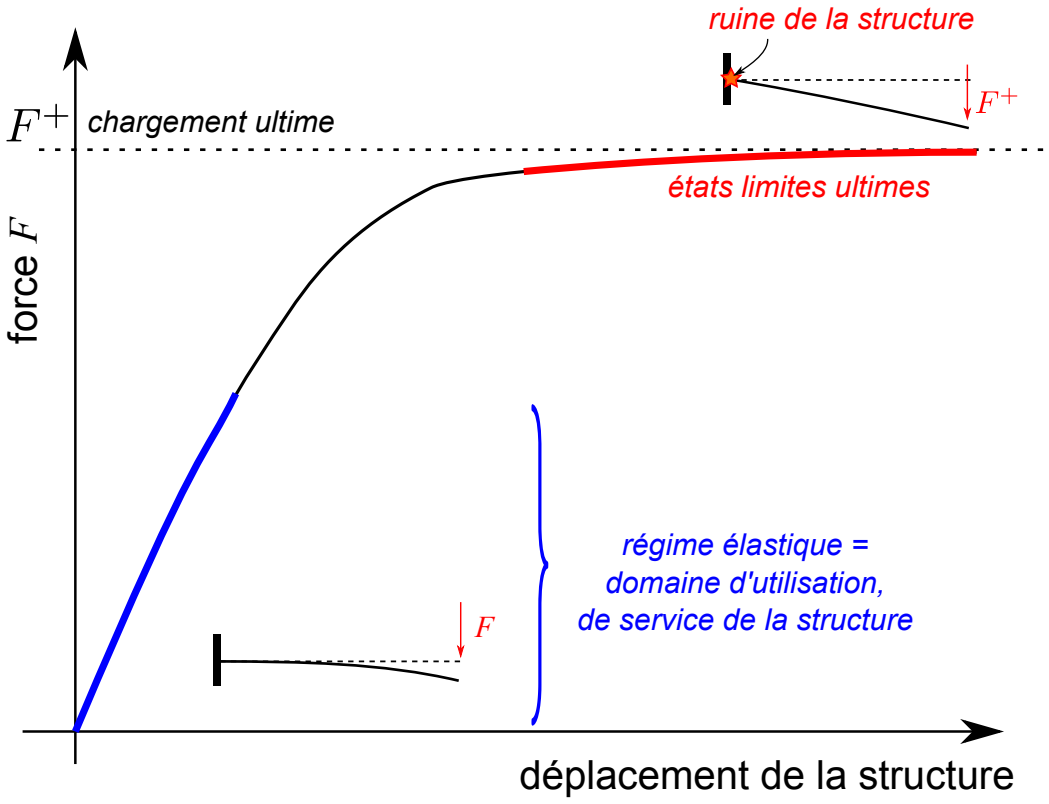


Limites des méthodes actuelles

- réglementation (Eurocodes) : approche "semi-empirique", coefficients de sécurité, marge de sécurité non quantifiable

Méthodes actuelles de dimensionnement des structures

Dimensionnement des structures aux **états limites ultimes** (ELU)



Limites des méthodes actuelles

- réglementation (Eurocodes) : approche "semi-empirique", coefficients de sécurité, marge de sécurité non quantifiable
- calcul complet pas-à-pas : temps de calcul très longs, convergence

Besoins d'un outil de dimensionnement fiable et performant

- **évolution du génie civil**
  - structures plus complexes : géométrie (coques), matériaux (composites)...
  - situations non prévues dans les normes
  - dimensionnement rapide en avant-projet

Fondation Louis Vuitton, Paris

Rolex Learning Center, EPFL

- gestion du patrimoine bâti

Besoins d'un outil de dimensionnement fiable et performant

- évolution du génie civil
- **gestion du patrimoine bâti**
  - renforcement d'ouvrages existant
  - évaluation de la marge de sécurité
  - évolution des réglementations

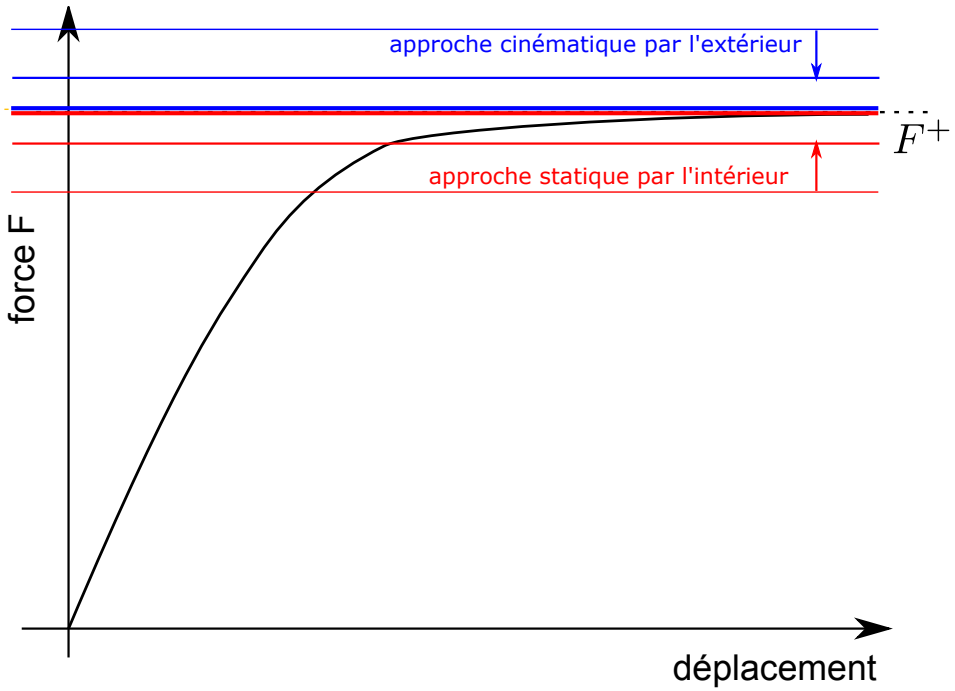
Tunnel du Chambon, Isère

Pont de chemin de fer, Loiret

Théorie du calcul à la rupture[1]

Une alternative aux approches traditionnelles du calcul des ouvrages

- approche directe rigoureuse : compatibilité **équilibre** + **critère de résistance**
- encadrement de la charge de ruine : bornes inférieure et supérieure
- visualisation des mécanismes de ruine
- **milieux continus généralisés** (poutres, plaques, coques)



[1] *[J. Salençon, 1983]*

Théorie du calcul à la rupture

Chargement proportionnel : λF => charge ultime $\lambda^{+}F$?

Théorie du calcul à la rupture

Chargement proportionnel : λF => charge ultime $\lambda^+ F$?

Approche statique par l'intérieur

$$\lambda^+ \geq \lambda_s = \max_{\lambda,\sigma} \quad \lambda$$

$$\text{t.q.} \quad \begin{array}{ll} \sigma \text{ S.A. avec } \lambda F & \text{(équilibre)} \\ \sigma \in G(x) \quad \forall x \in \Omega & \text{(critère de résistance)} \end{array}$$

Théorie du calcul à la rupture

Chargement proportionnel : λF => charge ultime $\lambda^+ F$?

Approche statique par l'intérieur

$$\lambda^+ \geq \lambda_s = \max_{\lambda,\sigma} \quad \lambda$$

$$\text{t.q.} \quad \begin{array}{ll} \sigma \text{ S.A. avec } \lambda F & \text{(équilibre)} \\ \sigma \in G(x) \quad \forall x \in \Omega & \text{(critère de résistance)} \end{array}$$

Approche cinématique par l'extérieur

Principe des puissances virtuelles + fonction d'appui du critère de résistance :

$$\pi(d) = \sup_{\sigma \in G} \sigma \cdot d$$

$$\lambda^+ \leq \lambda_k = \min_{U \text{ C.A.}} \quad P_{rm}(U) = \int_\Omega \pi(\nabla^s U) d\Omega + \int_\Gamma \pi(\underline{n}; [\![U]\!]) dS$$

$$\text{t.q.} \quad P_{ext}(U) = F \cdot U = 1$$

Théorie du calcul à la rupture

Chargement proportionnel : λF => charge ultime $\lambda^+ F$?

Approche statique par l'intérieur

$$\lambda^+ \geq \lambda_s = \max_{\lambda,\sigma} \quad \lambda$$

$$\text{t.q.} \quad \begin{array}{ll} \sigma \text{ S.A. avec } \lambda F & \text{(équilibre)} \\ \sigma \in G(x) \quad \forall x \in \Omega & \text{(critère de résistance)} \end{array}$$

Approche cinématique par l'extérieur

Principe des puissances virtuelles + fonction d'appui du critère de résistance :

$$\pi(d) = \sup_{\sigma \in G} \sigma \cdot d$$

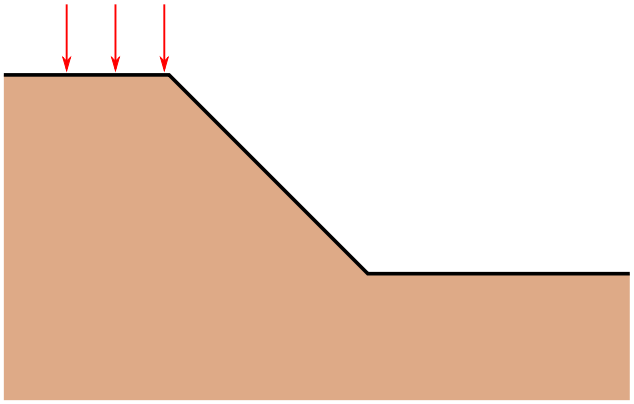
$$\lambda^+ \leq \lambda_k = \min_{U \text{ C.A.}} \quad P_{rm}(U) = \int_\Omega \pi(\nabla^s U) d\Omega + \int_\Gamma \pi(\underline{n}; [\![U]\!]) dS$$

$$\text{t.q.} \quad P_{ext}(U) = F \cdot U = 1$$

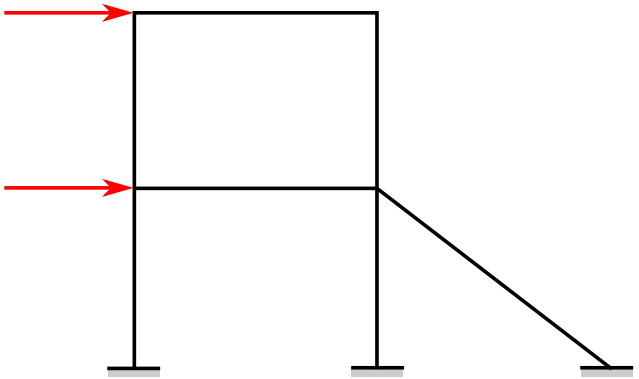
$$\lambda_s \leq \lambda^+ \leq \lambda_k$$

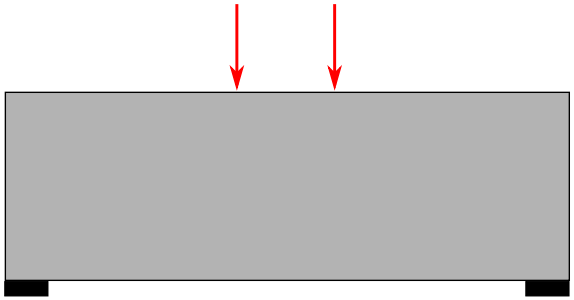
Domaines d'application du calcul à la rupture

Stabilité de pentes

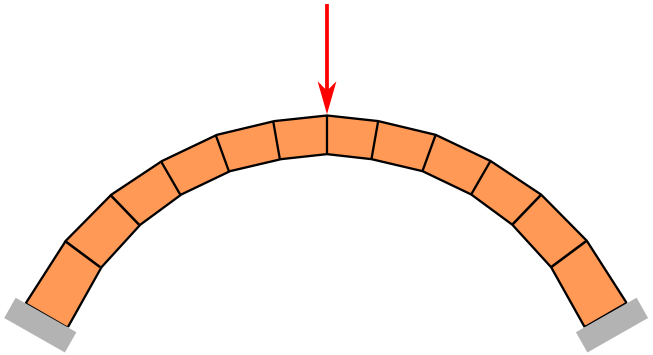


Structures de poutres





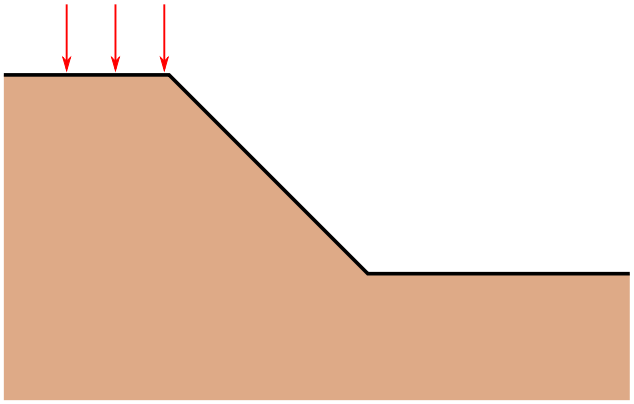
Bielles et tirants



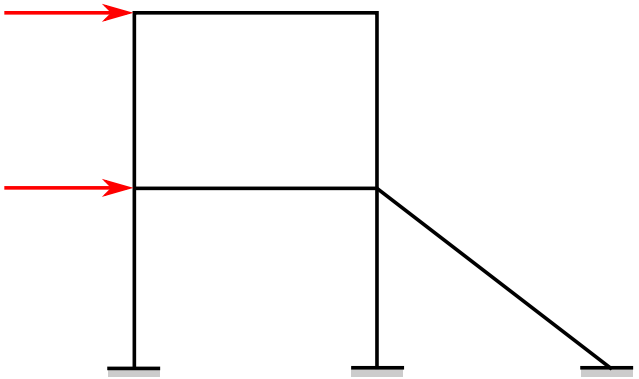
Voûtes en maçonnerie

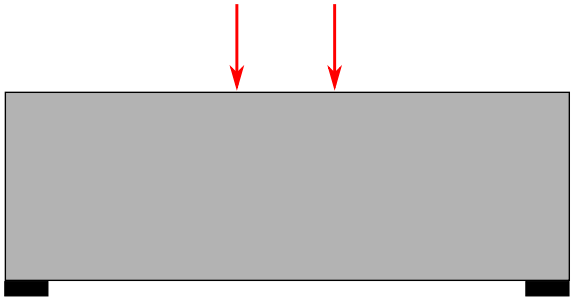
Domaines d'application du calcul à la rupture

Stabilité de pentes

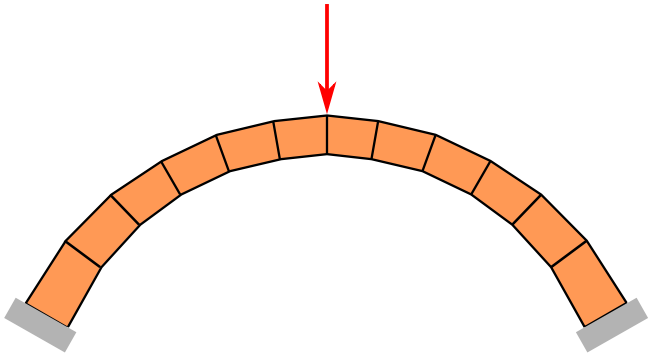


Structures de poutres





Bielles et tirants



Voûtes en maçonnerie

Le développement à plus grande échelle a, notamment, souffert de certains **verrous sur le plan numérique**.

Aspects numériques du calcul à la rupture

Problématiques

- **optimisation numérique** : convexe, non-régulier, contraintes non-linéaires, taille importante
- discrétisation : **éléments finis** adaptés ?
- conservation du statut de borne (**sécurité**)
- différents modèles mécaniques (**poutres, plaques, coques**)
- critères de résistance pour les **matériaux hétérogènes** (béton armé, composites)

Aspects numériques du calcul à la rupture

Problématiques

- **optimisation numérique** : convexe, non-régulier, contraintes non-linéaires, taille importante
- discrétisation : **éléments finis** adaptés ?
- conservation du statut de borne (**sécurité**)
- différents modèles mécaniques (**poutres, plaques, coques**)
- critères de résistance pour les **matériaux hétérogènes** (béton armé, composites)

Outils numériques

mosek

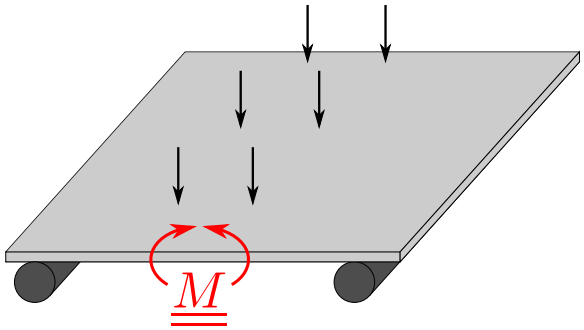
http://www.mosek.com

- solveurs de **programmation conique**
- **EF non traditionnels** (en contraintes, discontinuités de vitesse)
- **approches multi-échelle** : théorie de l'homogénéisation

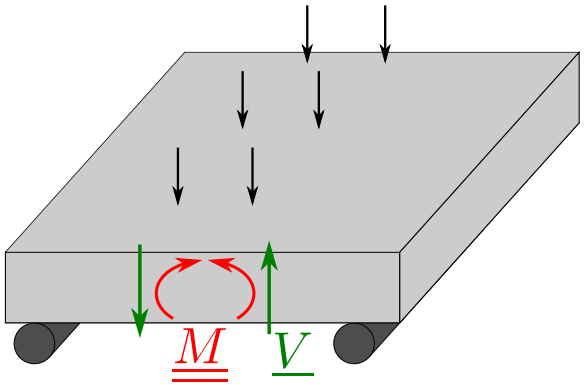
Sommaire

1. Contexte et objectifs
2. Calcul par éléments finis des structures de coque
3. Changement d'échelle en calcul à la rupture
4. Exemples d'application sur des structures complexes
5. Conclusions et perspectives

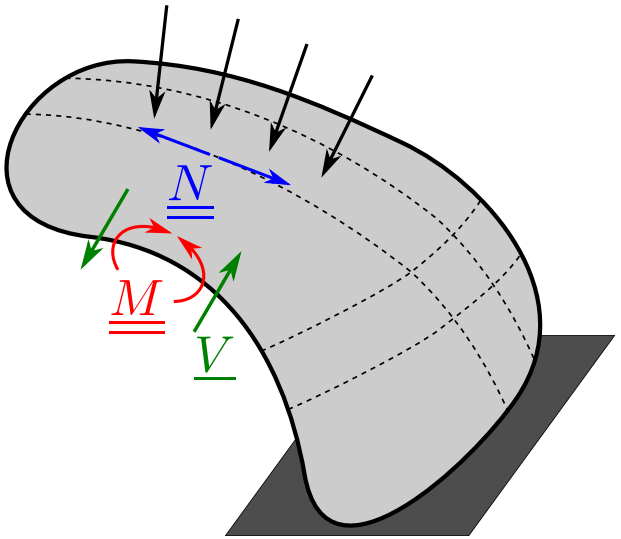
Modèle de coque



plaques minces
(flexion)

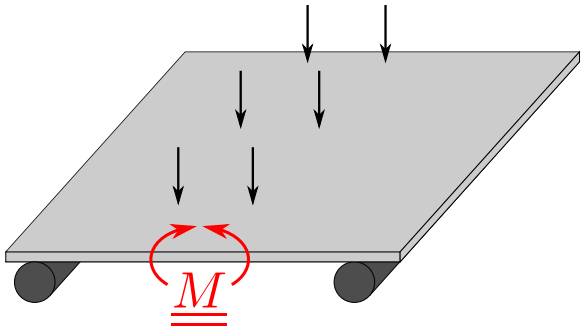


plaques épaisses
(flexion/effort tranchant)

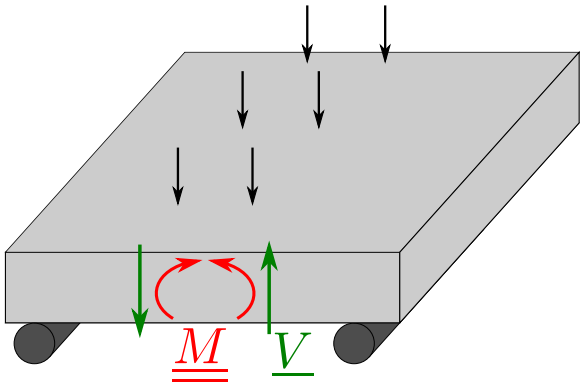


coques
(membrane/flexion/
effort tranchant)

Modèle de coque

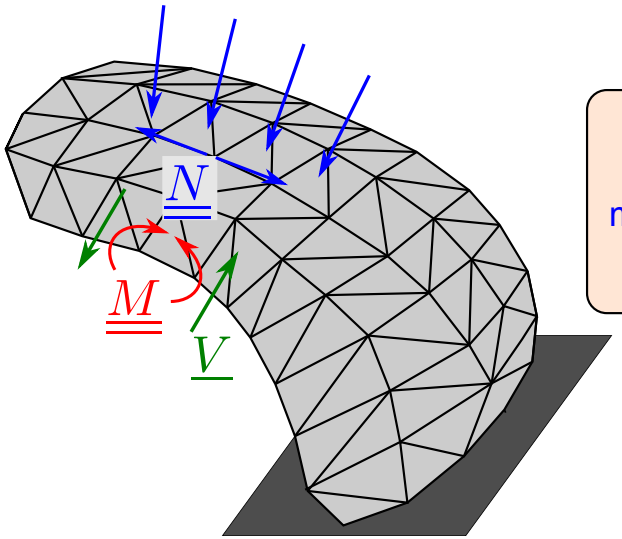


plaques minces
(flexion)



plaques épaisses
(flexion/effort tranchant)

*approximation de la géométrie en **facettes planes***



découplage

membrane	flexion effort tranchant

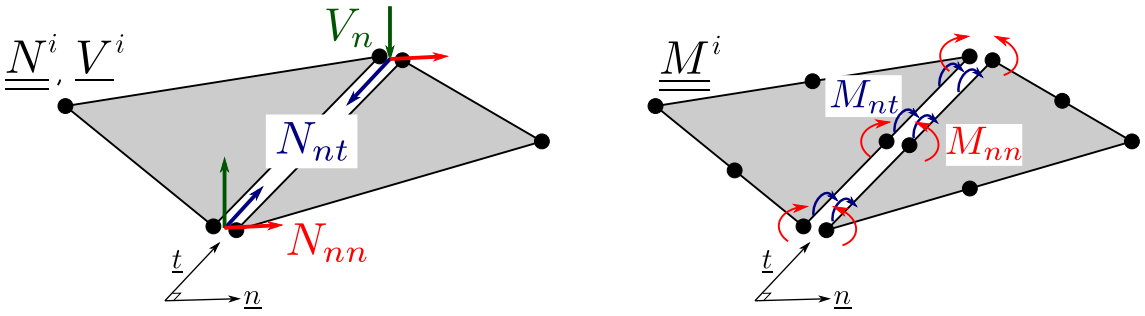
coques
(membrane/flexion/
effort tranchant)

Approche statique par éléments finis

Discrétisation par **facettes planes** :

élément fini de plaque épaisse[2] : $\underline{\underline{M}}$ quadratique, $\underline{V}$ linéaire

\+ élément fini de membrane : $\underline{\underline{N}}$ linéaire



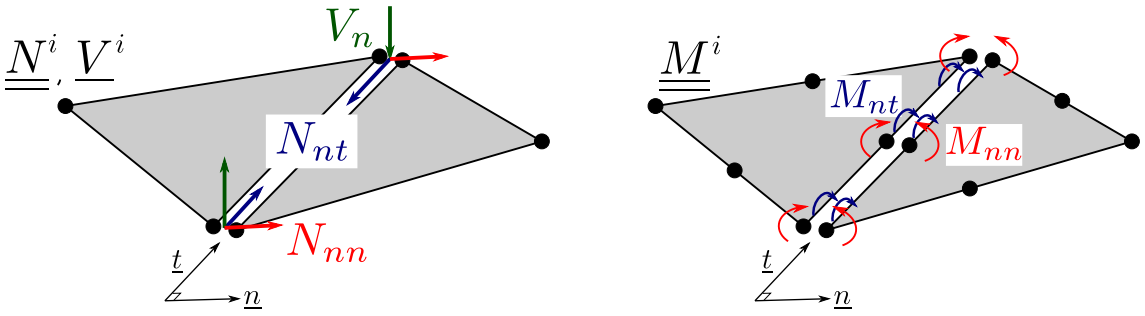
[2] *[Bleyer et de Buhan, IJNME, 2014a]*

Approche statique par éléments finis

Discrétisation par **facettes planes** :

élément fini de plaque épaisse[2] : $\underline{\underline{M}}$ quadratique, $\underline{V}$ linéaire

\+ élément fini de membrane : $\underline{\underline{N}}$ linéaire



couplage membrane/flexion aux arêtes des facettes non-coplanaires

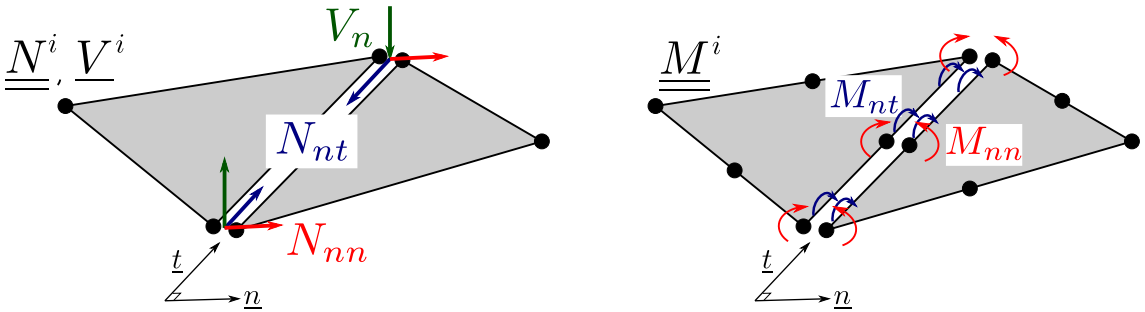
[2] *[Bleyer et de Buhan, IJNME, 2014a]*

Approche statique par éléments finis

Discrétisation par **facettes planes** :

élément fini de plaque épaisse[2] : $\underline{\underline{M}}$ quadratique, $\underline{V}$ linéaire

\+ élément fini de membrane : $\underline{\underline{N}}$ linéaire



couplage membrane/flexion aux arêtes des facettes non-coplanaires

Inconnues statiques : $\mathbf{\Sigma} = \{\ldots, N^e_{ij}, M^e_{ij}, V^e_i, \ldots\}^T$

équilibre local :	$\mathbf{H\Sigma} + \lambda\mathbf{F} = \mathbf{0}$
continuité + C.L. :	$\mathbf{C\Sigma} = \mathbf{0}$
critère de résistance :	$f(\underline{\underline{N}}^e, \underline{\underline{M}}^e, \underline{V}^e) \leq 0$

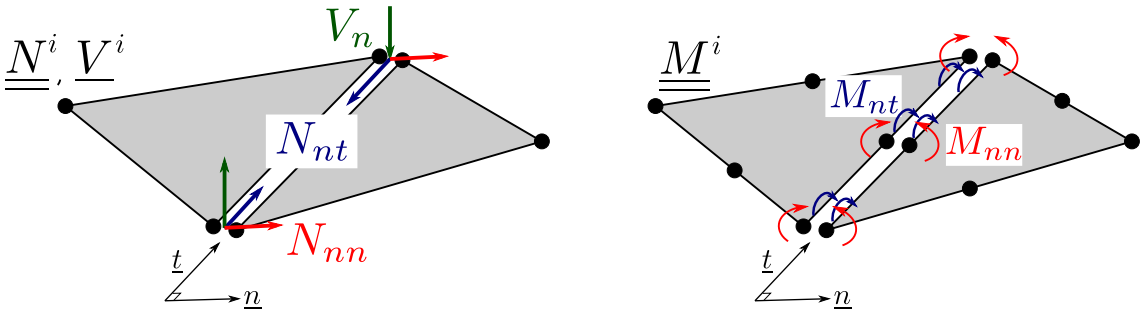
[2] *[Bleyer et de Buhan, IJNME, 2014a]*

Approche statique par éléments finis

Discrétisation par **facettes planes** :

élément fini de plaque épaisse[2] : $\underline{\underline{M}}$ quadratique, $\underline{V}$ linéaire

\+ élément fini de membrane : $\underline{\underline{N}}$ linéaire



couplage membrane/flexion aux arêtes des facettes non-coplanaires

Inconnues statiques : $\mathbf{\Sigma} = \{\ldots, N^e_{ij}, M^e_{ij}, V^e_i, \ldots\}^T$

équilibre local :	$\mathbf{H\Sigma} + \lambda\mathbf{F} = \mathbf{0}$
continuité + C.L. :	$\mathbf{C\Sigma} = \mathbf{0}$
critère de résistance :	$f(\underline{\underline{N}}^e, \underline{\underline{M}}^e, \cancel{\underline{V}^e}) \leq 0$ **coque mince**

[2] *[Bleyer et de Buhan, IJNME, 2014a]*

Approche cinématique par éléments finis

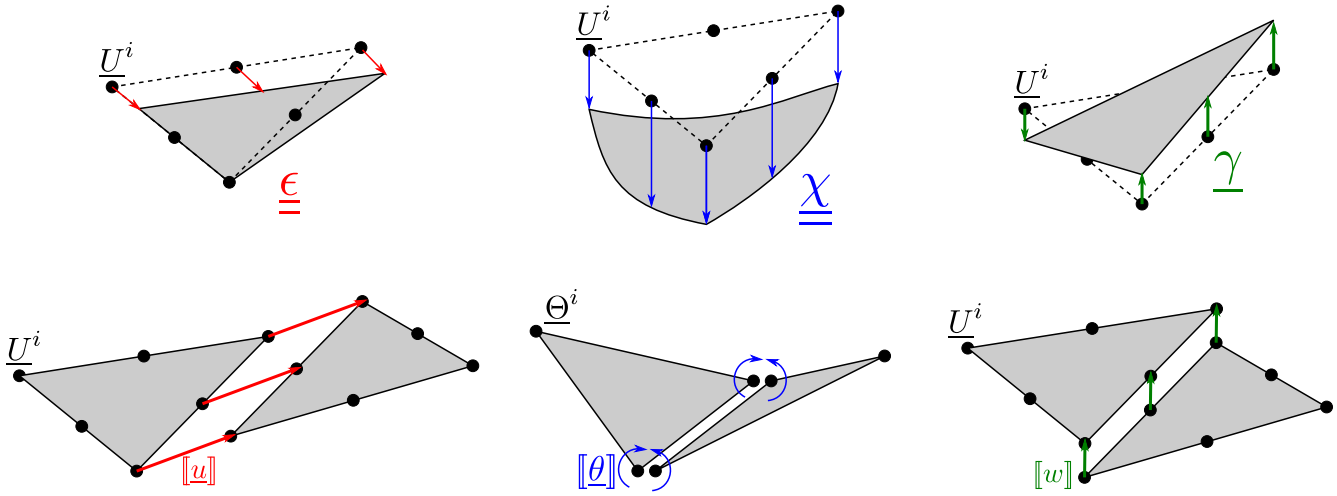
Discrétisation par **facettes planes** :

élément fini de plaque épaisse[3] : vitesse hors-plan w quadratique, $\underline{\theta}$ linéaire

\+ élément fini de membrane : vitesse dans le plan $\underline{u}$ quadratique

Taux de déformations virtuelles

Discontinuités de vitesse virtuelle



membrane ***flexion*** ***cisaillement transverse***

[3] *[Bleyer et de Buhan, IJNME, 2014b]*

Approche cinématique par éléments finis

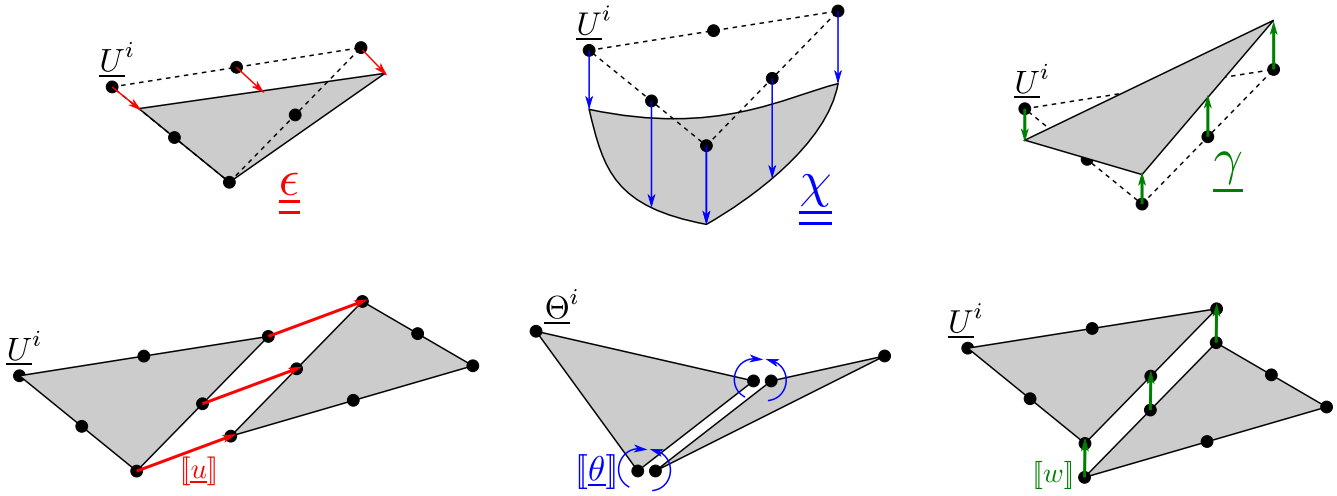
Discrétisation par **facettes planes** :

élément fini de plaque épaisse[3] : vitesse hors-plan w quadratique, $\underline{\theta}$ linéaire

\+ élément fini de membrane : vitesse dans le plan $\underline{u}$ quadratique

Taux de déformations virtuelles

Discontinuités de vitesse virtuelle



membrane ***flexion*** ***cisaillement transverse***

$$P_{rm} = \int_\Omega \pi(\underline{\underline{\epsilon}}, \underline{\underline{\chi}}, \underline{\gamma}) d\Omega + \int_\Gamma \pi(\underline{n}; [\![\underline{u}]\!], [\![\underline{\theta}]\!], [\![w]\!]) dl$$

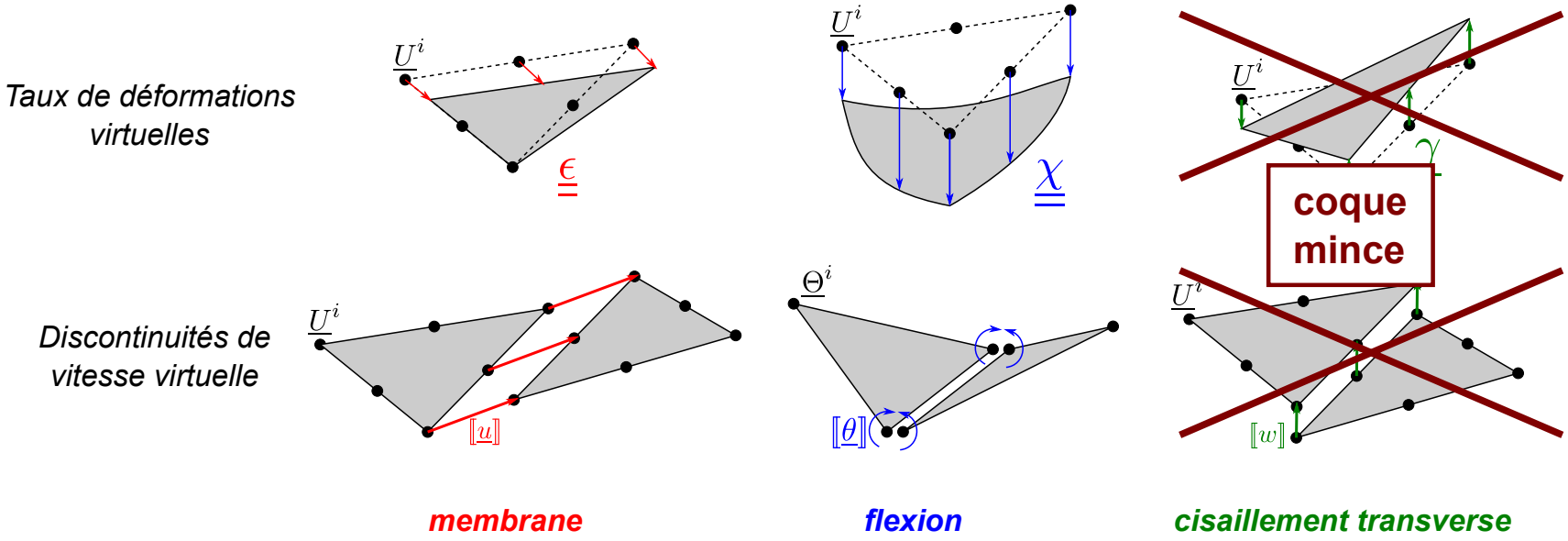
[3] *[Bleyer et de Buhan, IJNME, 2014b]*

Approche cinématique par éléments finis

Discrétisation par **facettes planes** :

élément fini de plaque épaisse[3] : vitesse hors-plan w quadratique, $\underline{\theta}$ linéaire

$+$ élément fini de membrane : vitesse dans le plan $\underline{u}$ quadratique



$$P_{rm} = \int_\Omega \pi(\underline{\underline{\epsilon}}, \underline{\underline{\chi}}, \cancel{\underline{\gamma}})d\Omega + \int_\Gamma \pi(\underline{n}; [\![\underline{u}]\!], [\![\underline{\theta}]\!], \cancel{[\![w]\!]})dl$$

$$\underline{\gamma} = \underline{0} \quad [\![w]\!] = 0 \quad \text{(condition de pertinence)}$$

[3] *[Bleyer et de Buhan, IJNME, 2014b]*

Critères de résistance généralisés

Formulation d'un critère de résistance dans l'espace à 6 dimensions $(\underline{\underline{N}}, \underline{\underline{M}})$?

- expressions approchées (von Mises) : *[Ilyushin, 1956], [Hodge, 1959]...*

Critères de résistance généralisés

Formulation d'un critère de résistance dans l'espace à 6 dimensions $(\underline{\underline{N}}, \underline{\underline{M}})$?

- expressions approchées (von Mises) : *[Ilyushin, 1956], [Hodge, 1959]...*
- changement d'échelle implicite à partir du critère local en contraintes planes $\mathcal{C}$

$$f(\underline{\underline{N}}, \underline{\underline{M}}) \leq 0 \Leftrightarrow (\underline{\underline{N}}, \underline{\underline{M}}) \in G \Leftrightarrow \begin{array}{l} \exists \underline{\underline{\sigma}}(z) \text{ avec } \sigma_{iz} = 0 \\ \underline{\underline{\sigma}}(z) \in \mathcal{C}(z) \quad z \in [-h/2; h/2] \\ \underline{\underline{N}} = \displaystyle\int_{-h/2}^{h/2} \underline{\underline{\sigma}}(z) dz \text{ et } \underline{\underline{M}} = \int_{-h/2}^{h/2} -z \underline{\underline{\sigma}}(z) dz \end{array}$$

Critères de résistance généralisés

Formulation d'un critère de résistance dans l'espace à 6 dimensions $(\underline{\underline{N}}, \underline{\underline{M}})$?

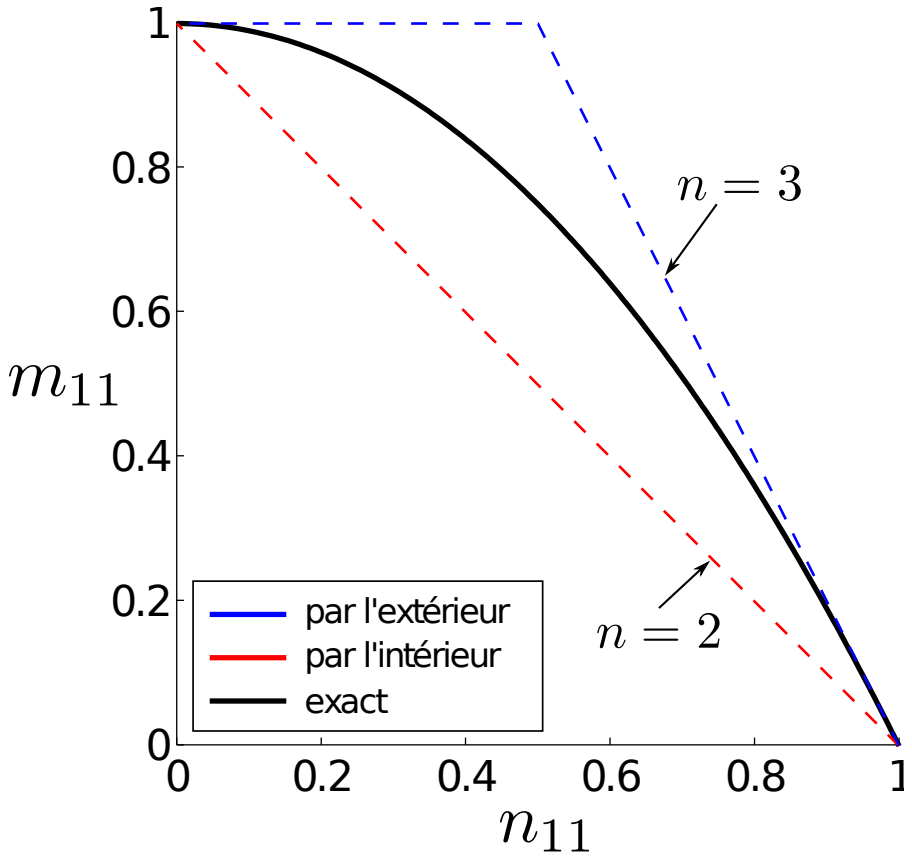
- expressions approchées (von Mises) : *[Ilyushin, 1956], [Hodge, 1959]...*
- changement d'échelle implicite à partir du critère local en contraintes planes $\mathcal{C}$

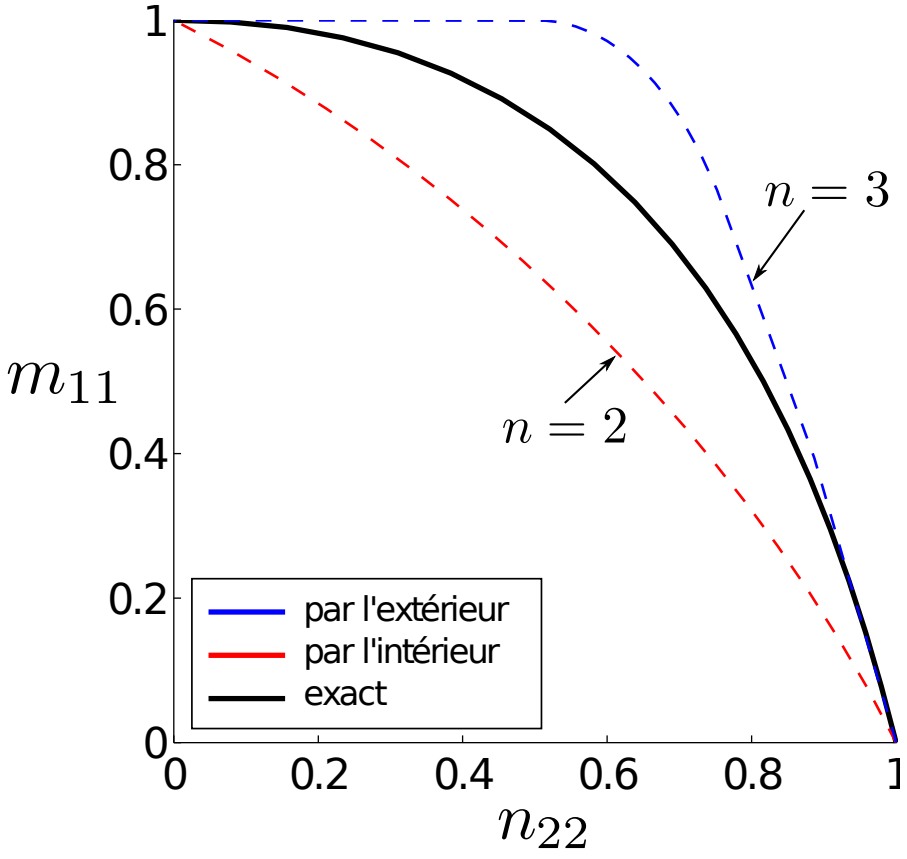
$$f(\underline{\underline{N}}, \underline{\underline{M}}) \leq 0 \Leftrightarrow (\underline{\underline{N}}, \underline{\underline{M}}) \in G \Leftrightarrow \begin{array}{l} \exists \underline{\underline{\sigma}}(z) \text{ avec } \sigma_{iz} = 0 \\ \underline{\underline{\sigma}}(z) \in \mathcal{C}(z) \quad z \in [-h/2; h/2] \\ \underline{\underline{N}} = \displaystyle\int_{-h/2}^{h/2} \underline{\underline{\sigma}}(z) dz \text{ et } \underline{\underline{M}} = \int_{-h/2}^{h/2} -z\underline{\underline{\sigma}}(z) dz \end{array}$$

- **approximations numériques** ("multicouches") par l'intérieur et par l'extérieur
- valables **quel que soit le critère local** $\mathcal{C}$
- **formulation conique** pour $\mathcal{C} \Longrightarrow$ **formulation conique** pour G

Critères de résistance généralisés

Diagrammes d'interaction d'une coque homogène de von Mises



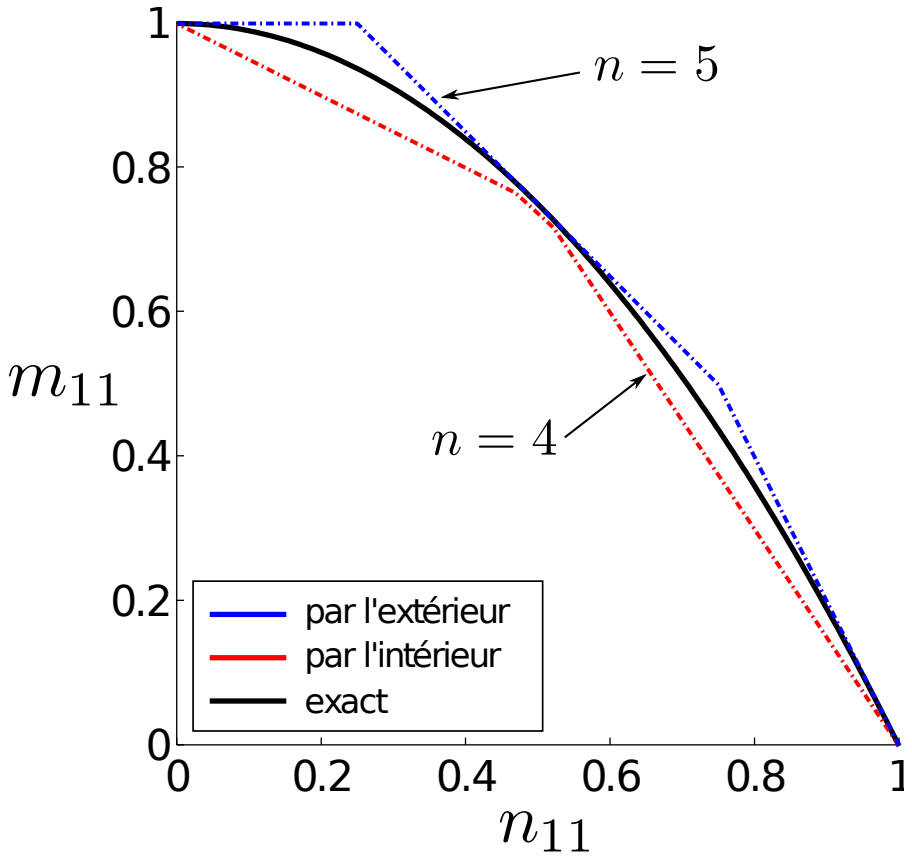


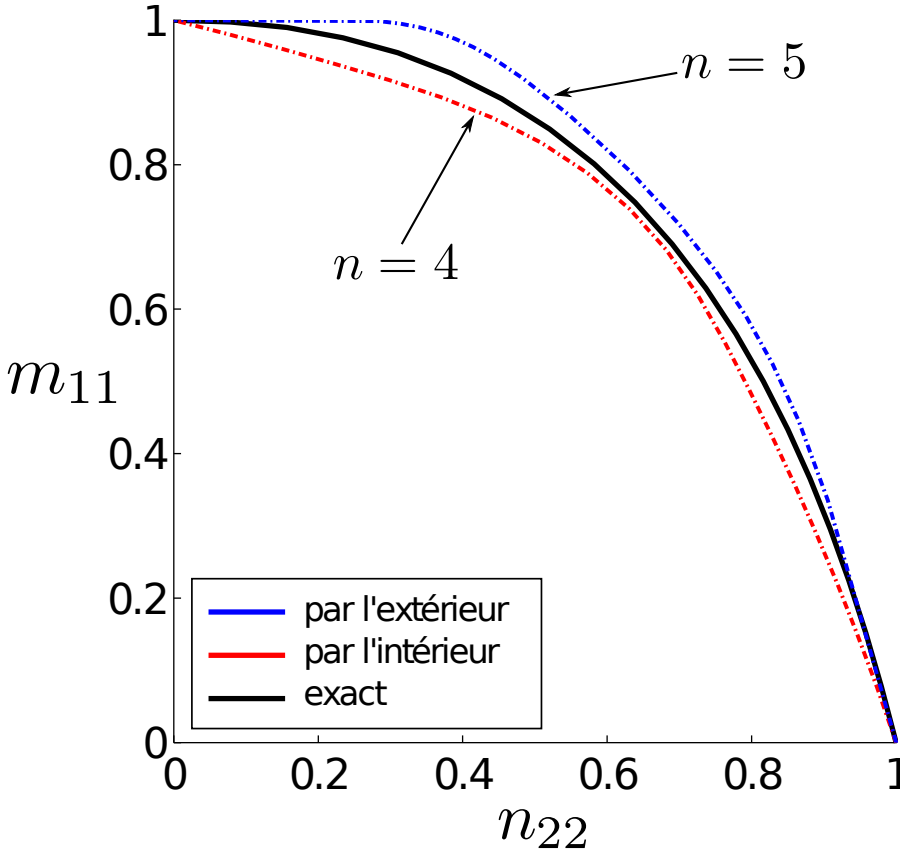
Encadrement **maximal**

-15% (par défaut) ; +20% (par excès)

Critères de résistance généralisés

Diagrammes d'interaction d'une coque homogène de von Mises



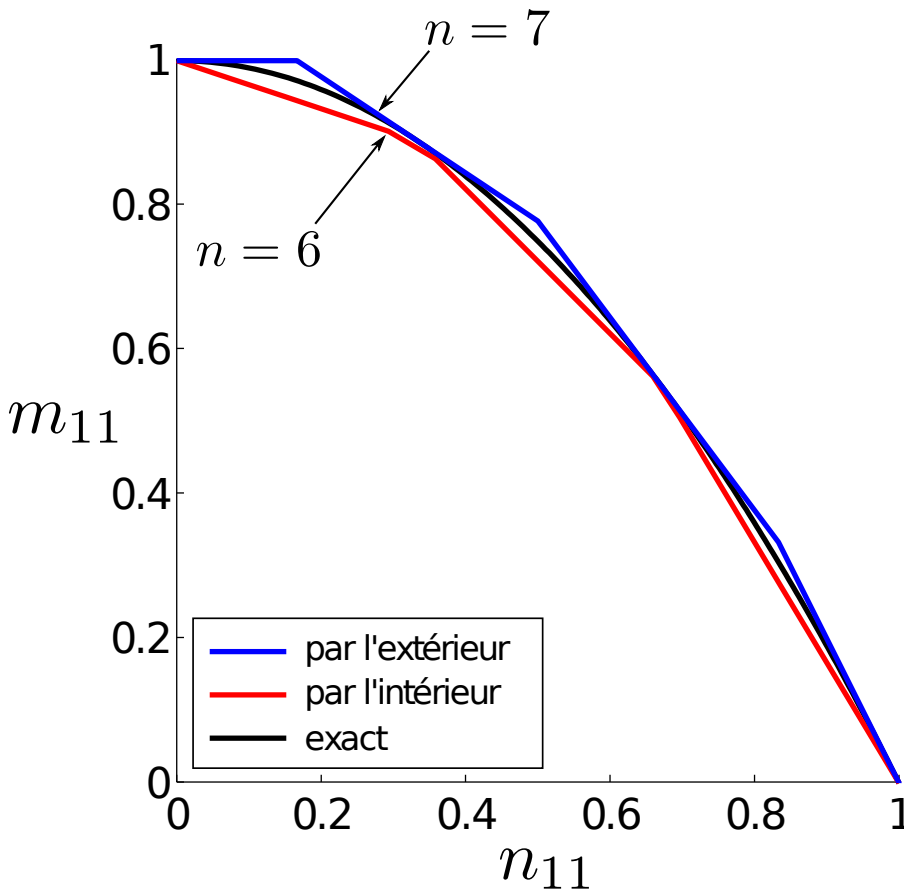


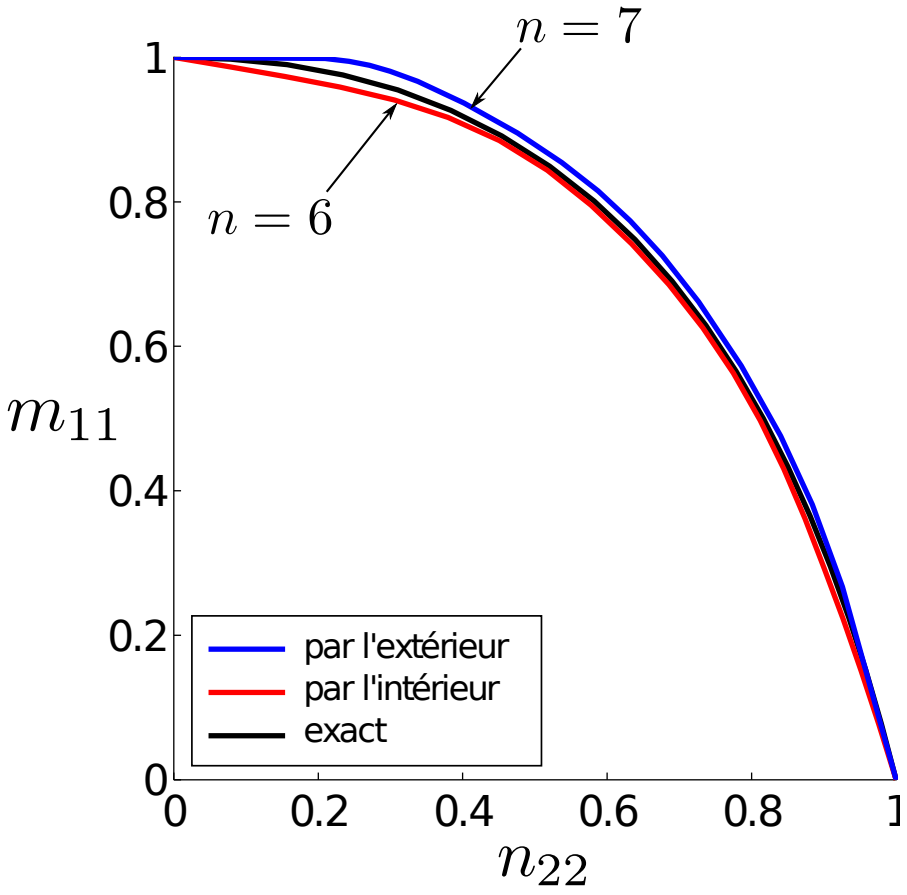
Encadrement **maximal**

-10% (par défaut) ; +11% (par excès)

Critères de résistance généralisés

Diagrammes d'interaction d'une coque homogène de von Mises

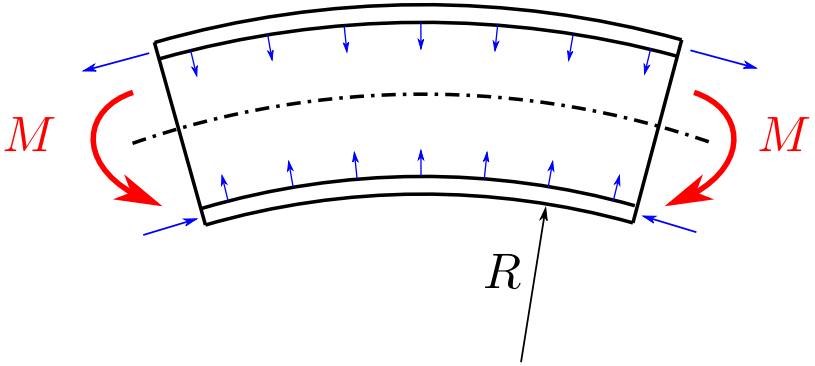


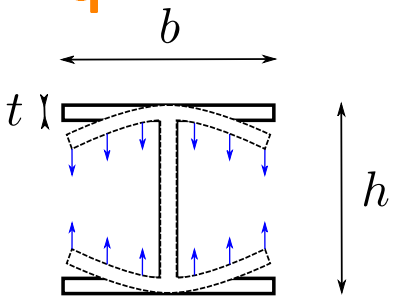


Encadrement **maximal**

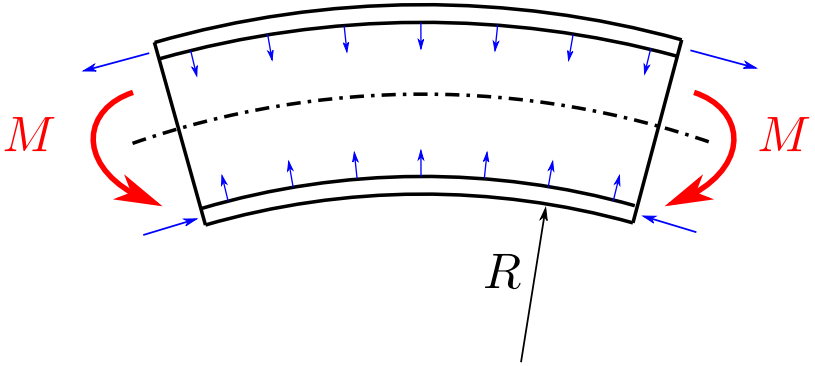
-5% (par défaut) ; +6% (par excès)

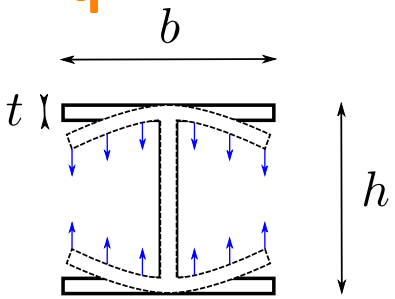
Résistance à la flexion d'un profilé métallique circulaire

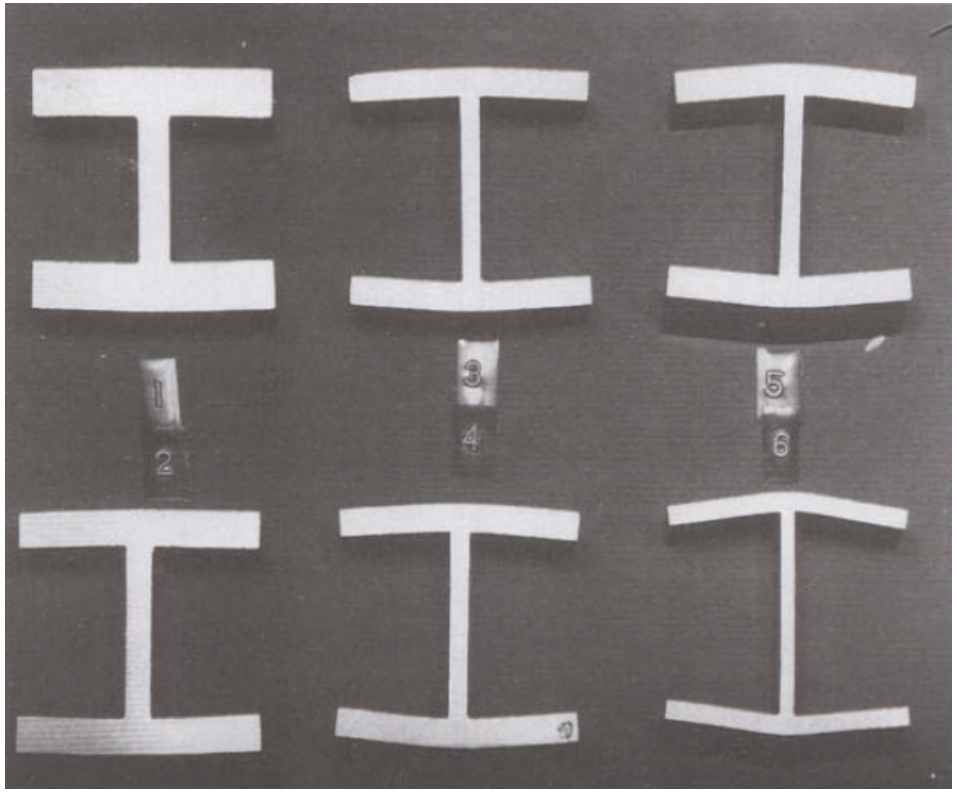




Résistance à la flexion d'un profilé métallique circulaire



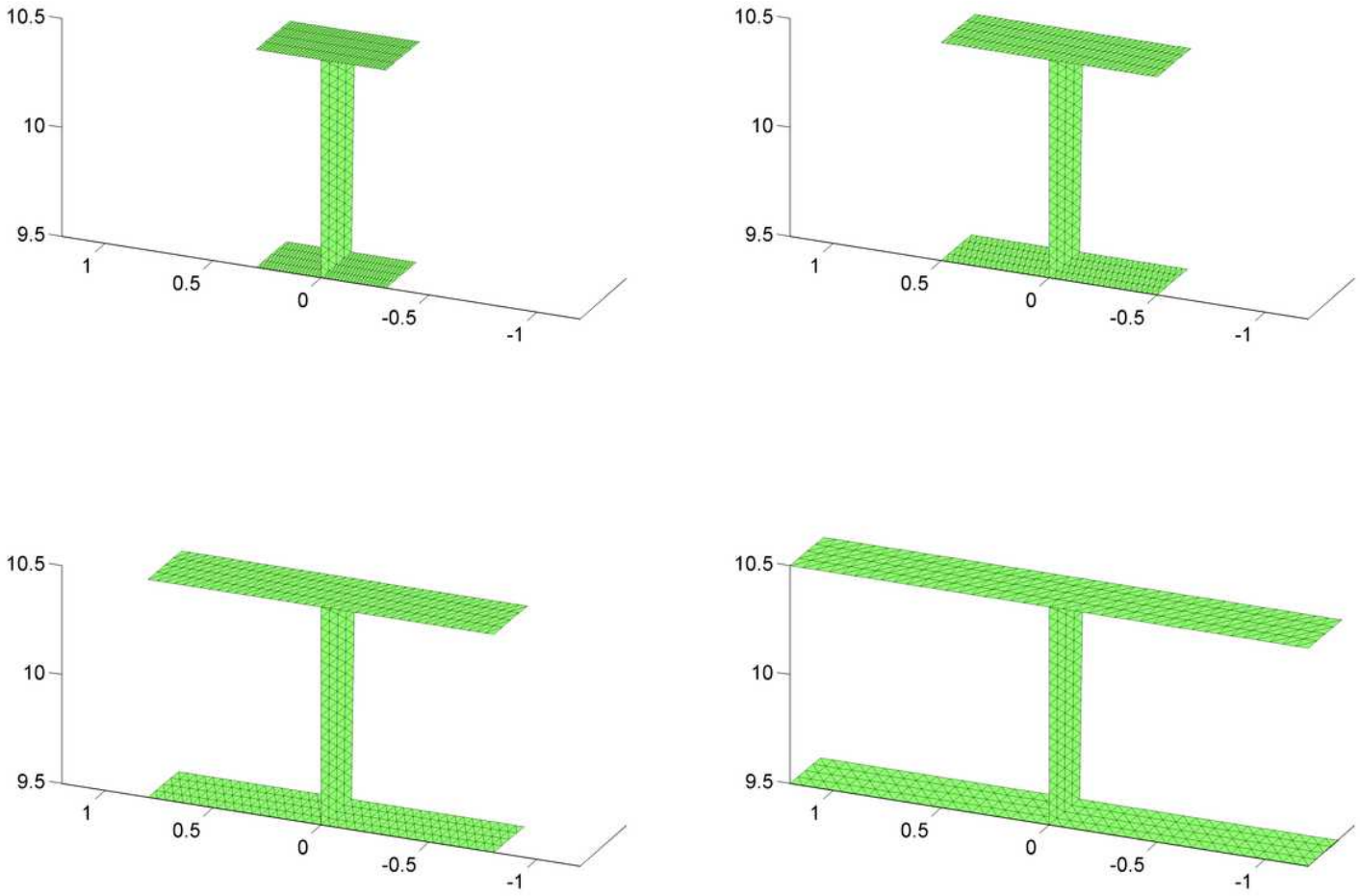




[Massonnet et Save, 1964]

Résistance à la flexion d'un profilé métallique circulaire

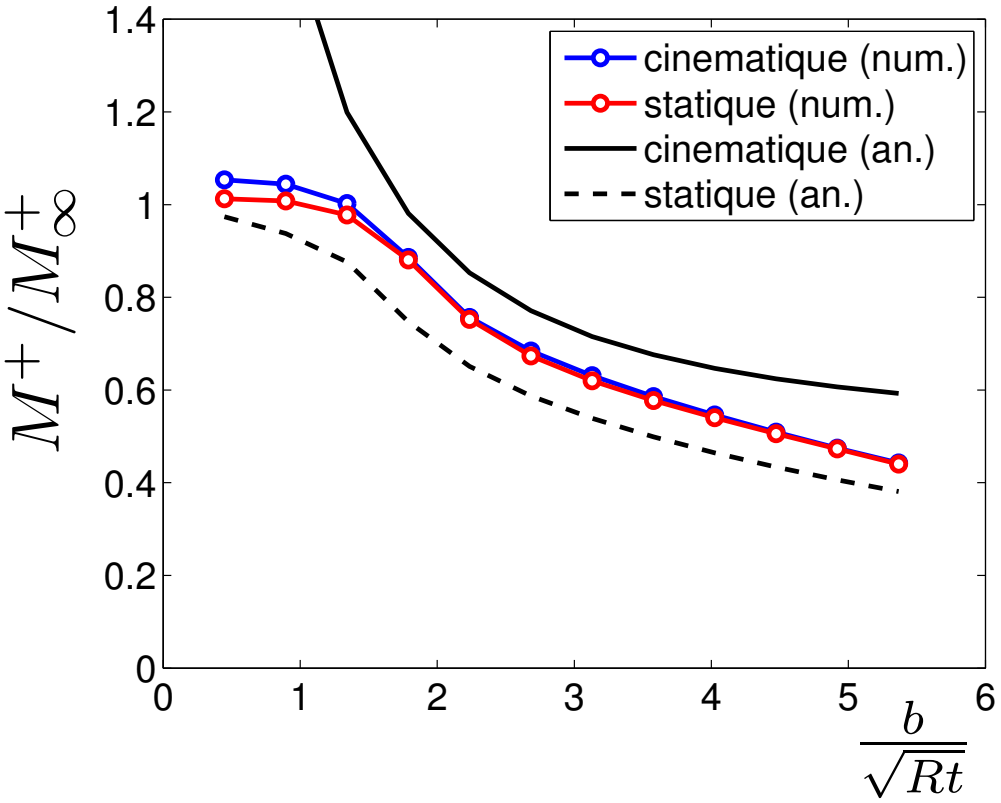
modélisation d'une portion de la poutre courbe par éléments finis de coque



Résistance à la flexion d'un profilé métallique circulaire

Efficacité de la section : M^+/M^+_∞ où M^+_∞ moment limite de la poutre droite

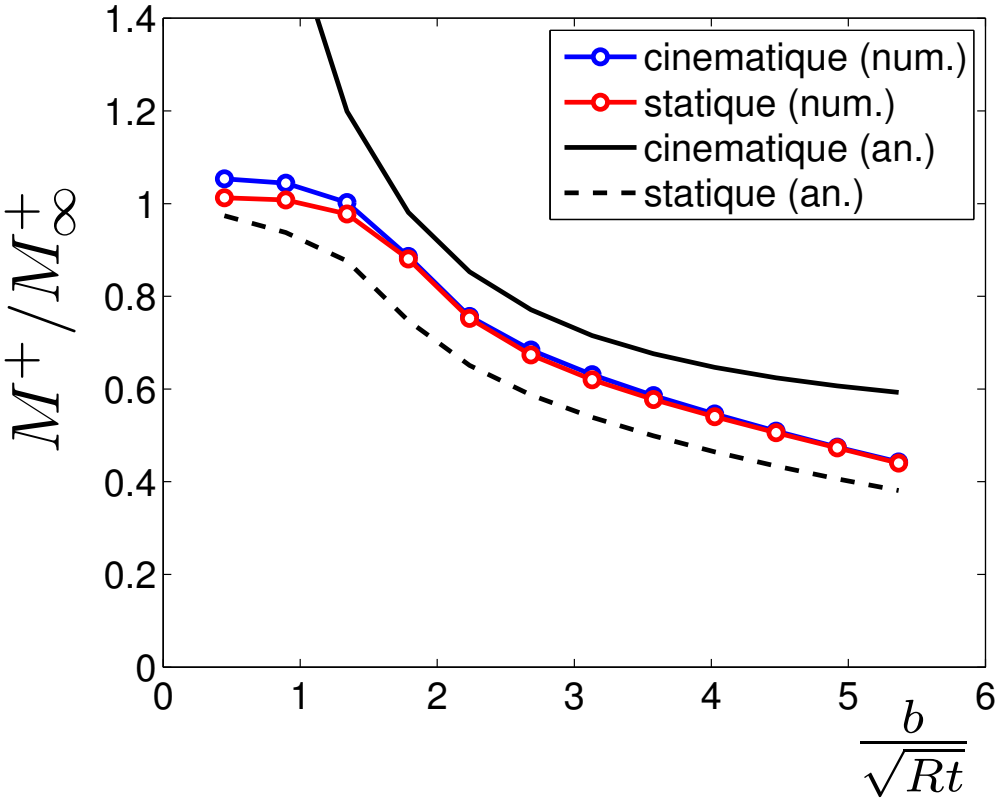
Approches (**statique et cinématique**) analytiques *[Massonnet et Save, 1964]*

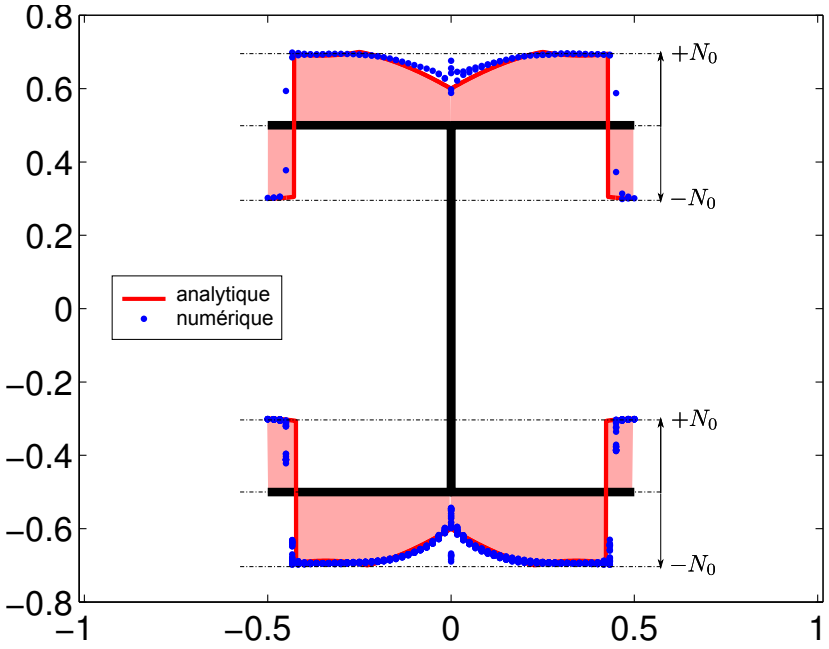


Résistance à la flexion d'un profilé métallique circulaire

Efficacité de la section : M^+/M^+_∞ où M^+_∞ moment limite de la poutre droite

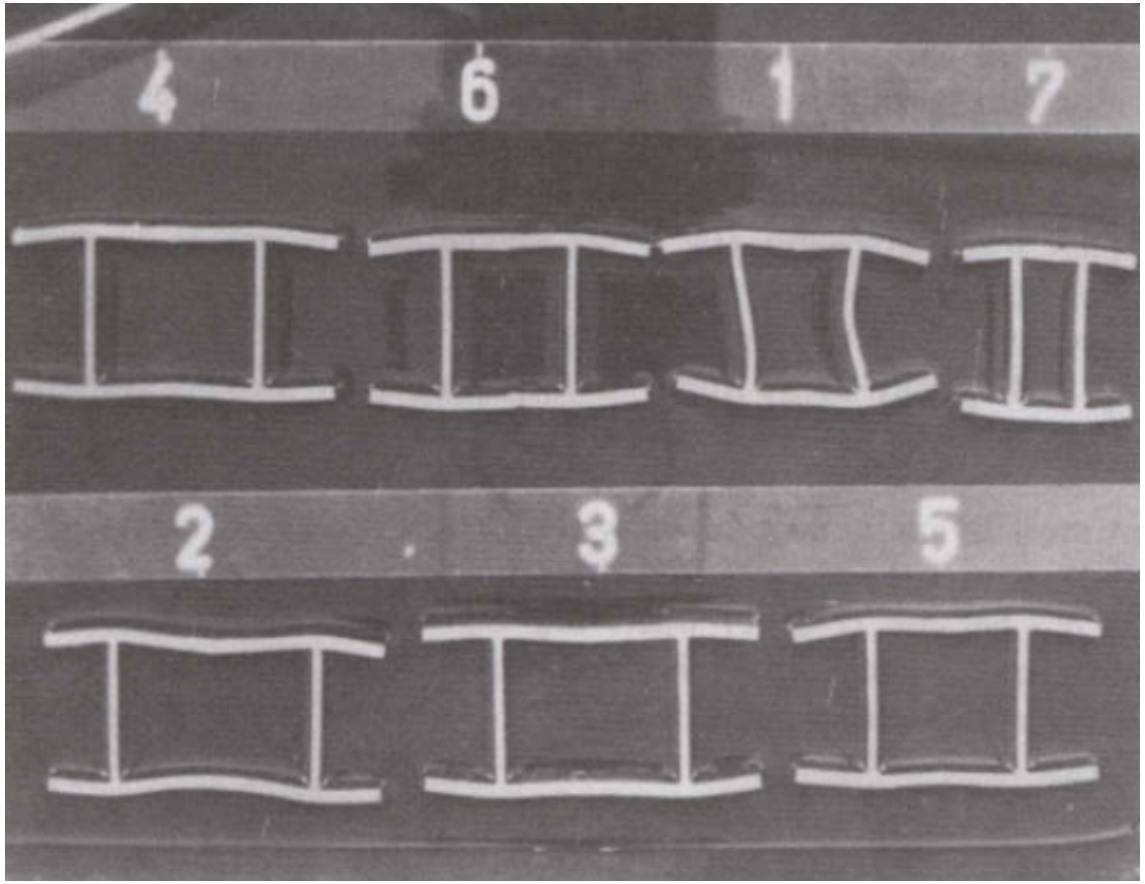
Approches (**statique et cinématique**) analytiques *[Massonnet et Save, 1964]*



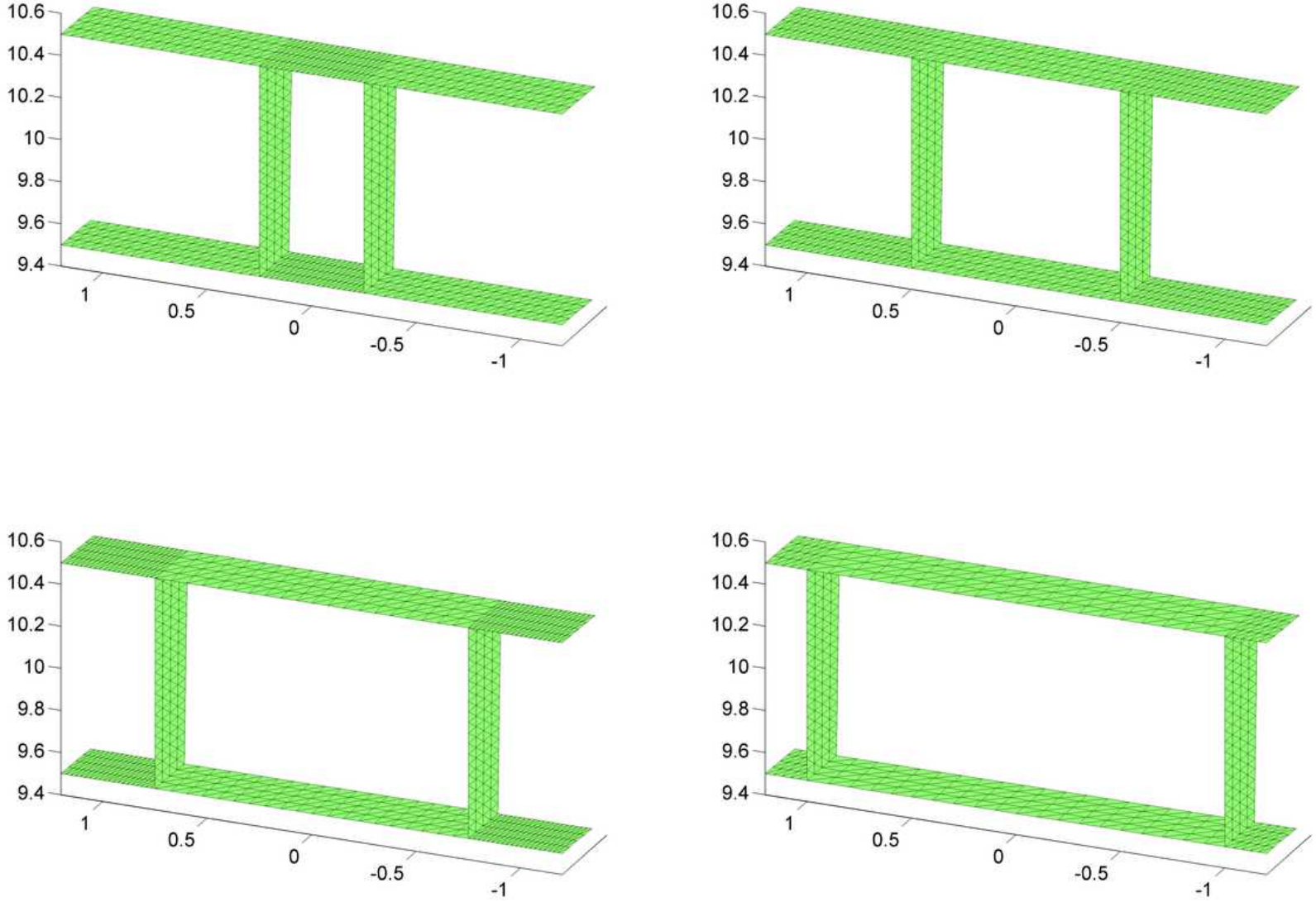


Effort membranaire de traction/compression dans les semelles

Résistance à la flexion d'un profilé métallique circulaire

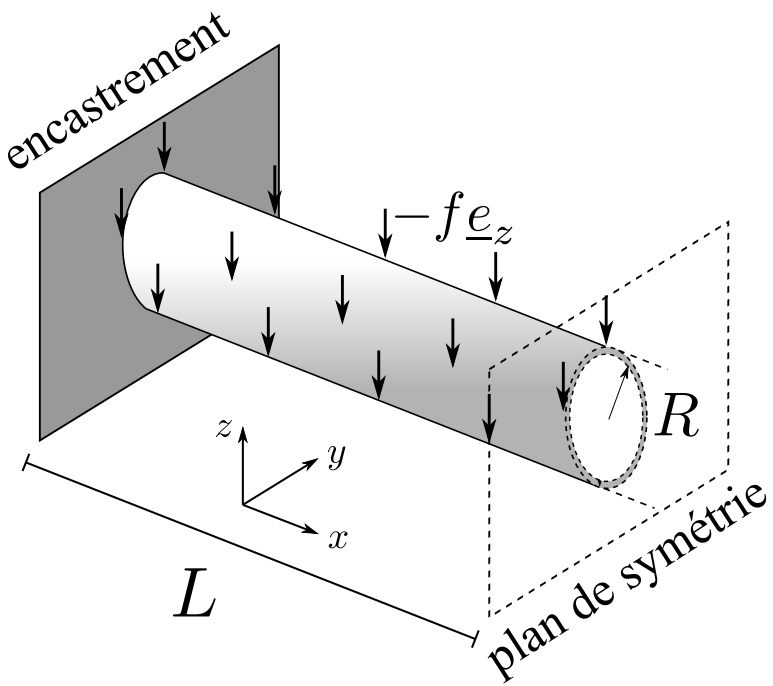


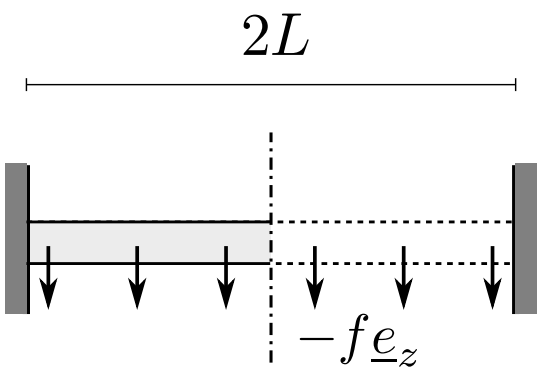
Résistance à la flexion d'un profilé métallique circulaire



Coque cylindrique en flexion

Coque cylindrique : longueur $2L$, rayon R, épaisseur $t = 0.01R$
bi-encastrée, sous chargement vertical uniforme $-f\,\underline{e}_z$, critère de von Mises

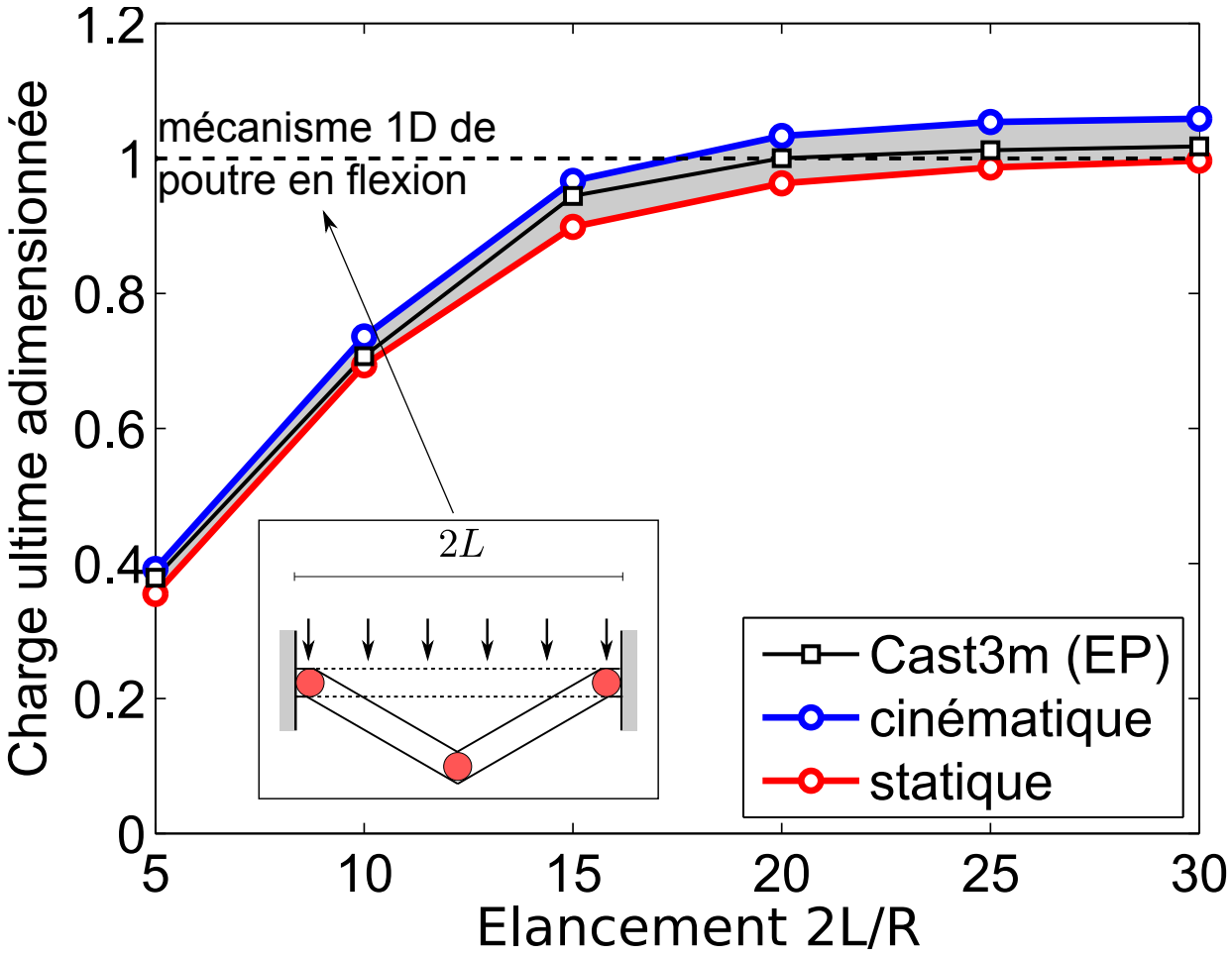




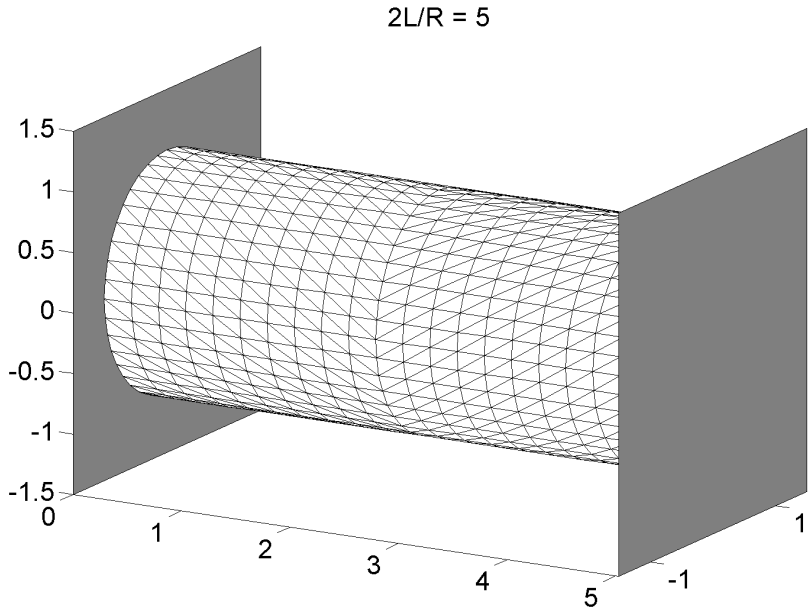
charge extrême dans un modèle de poutre en flexion (mécanisme à 3 rotules) :

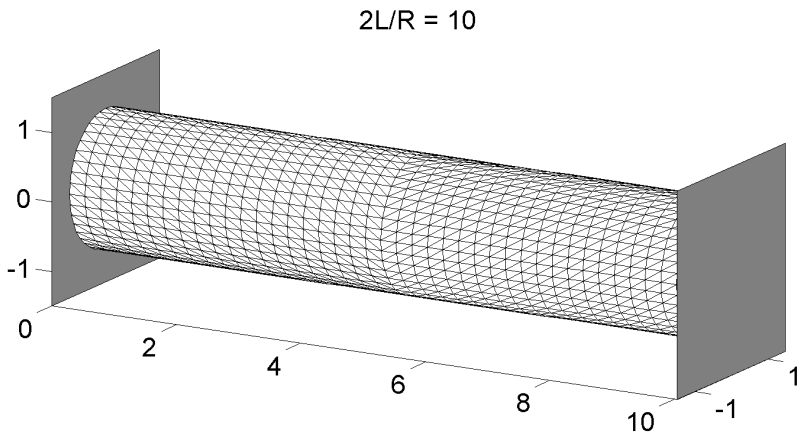
$$f^{+}_{poutre} = \frac{32}{\pi}\sigma_0\, t \left(\frac{R}{2L}\right)^2$$

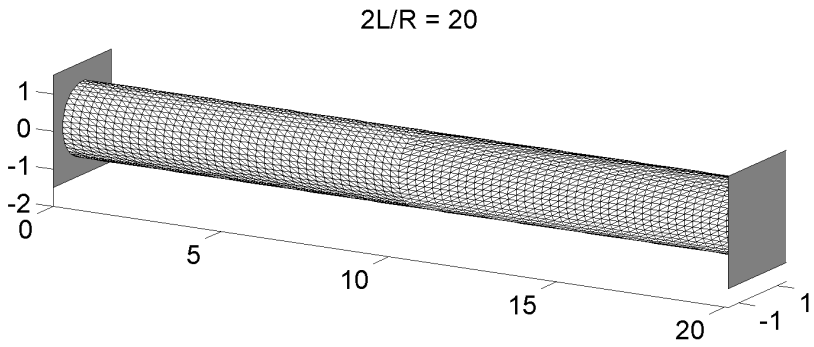
Coque cylindrique en flexion

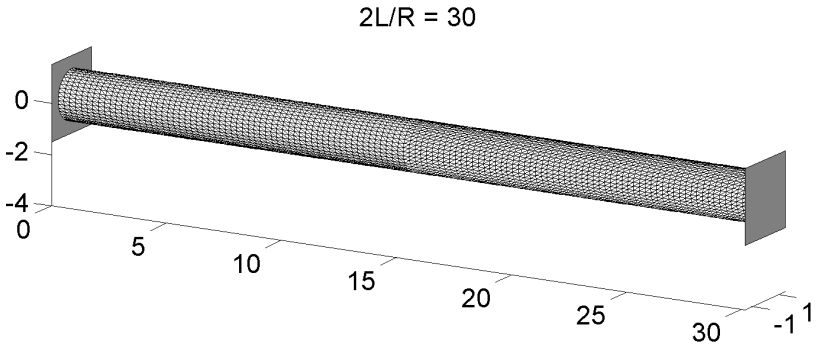


Coque cylindrique en flexion







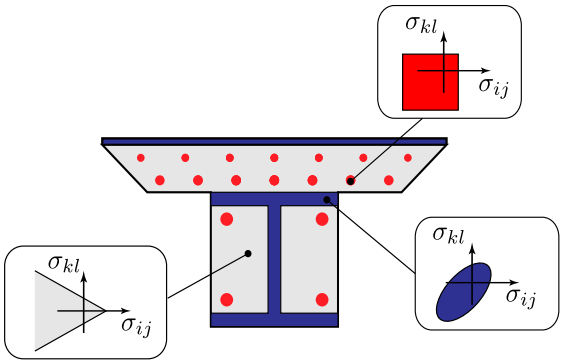


Sommaire

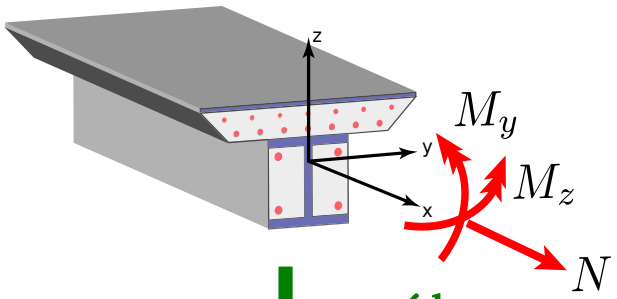
1. Contexte et objectifs
2. Calcul par éléments finis des structures de coque
3. **Changement d'échelle en calcul à la rupture**
4. Exemples d'application sur des structures complexes
5. Conclusions et perspectives

Changement d'échelle en calcul à la rupture

modèle hétérogène 3D

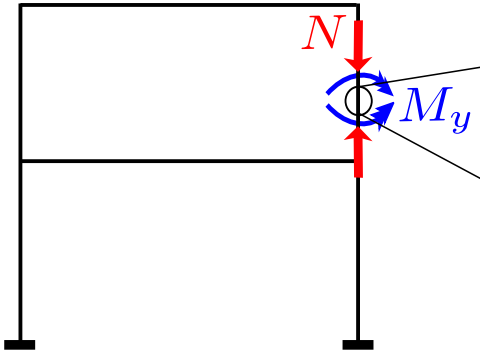


problème auxiliaire

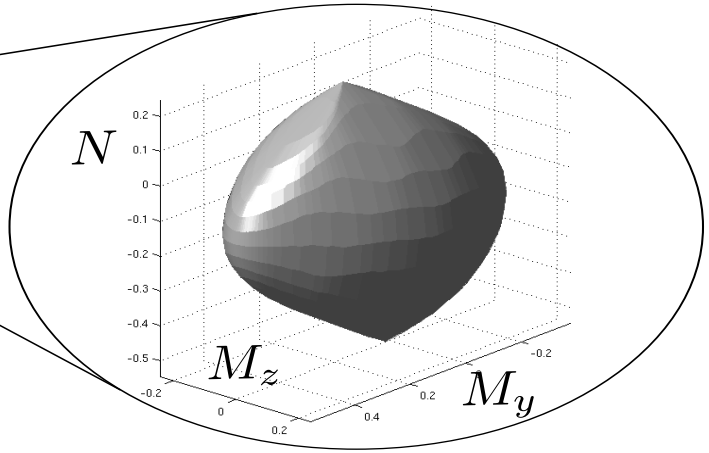


procédure
de *changement d'échelle*

modèle de poutre équivalent



critère de résistance macroscopique

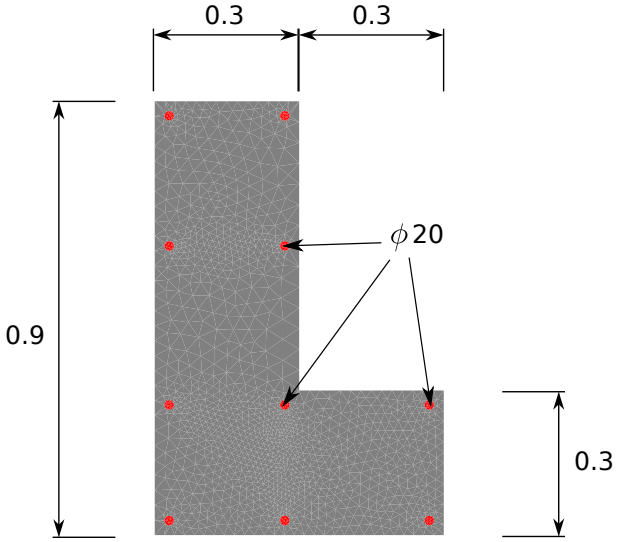


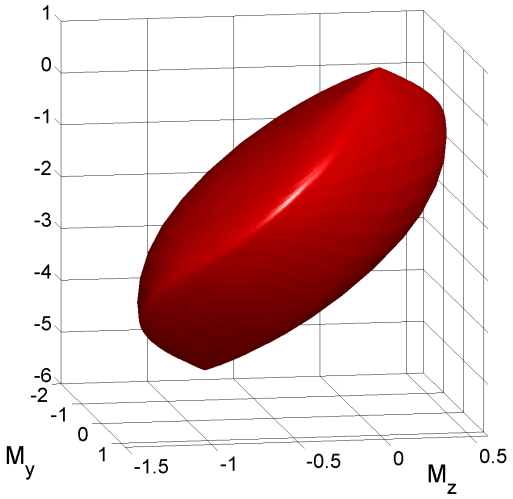
[Bleyer et de Buhan, C&S, 2013]

Approximation numérique des critères de résistance

Diagrammes d'interaction (N, M_y, M_z) déterminés **numériquement**
=> **approximation** nécessaire pour effectuer un calcul de structure

algorithme d'approximation par union convexe d'ellipsoïdes
[Bleyer et de Buhan, CRAS, 2013]



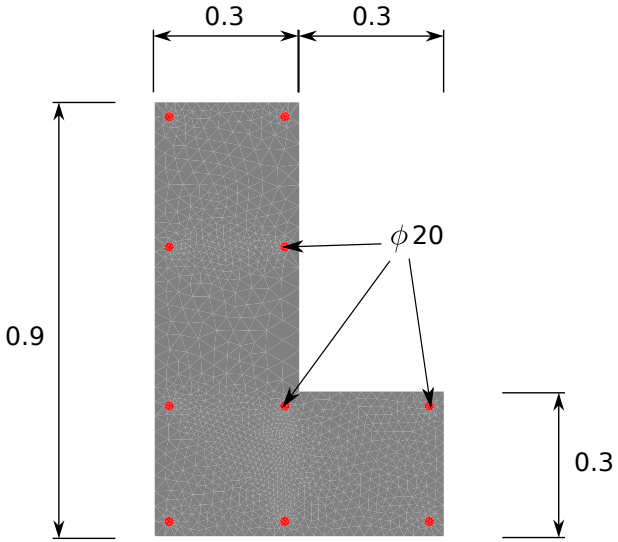


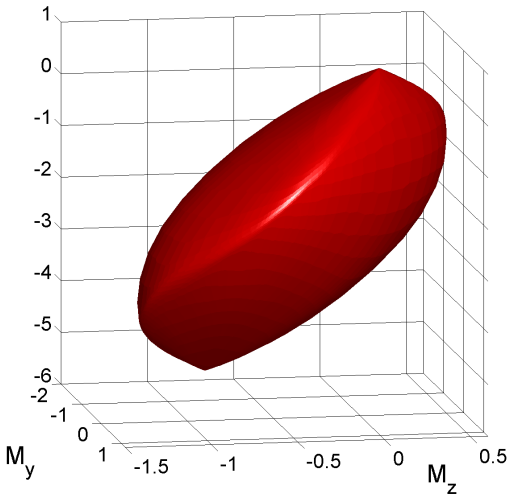
Critère initial

Approximation numérique des critères de résistance

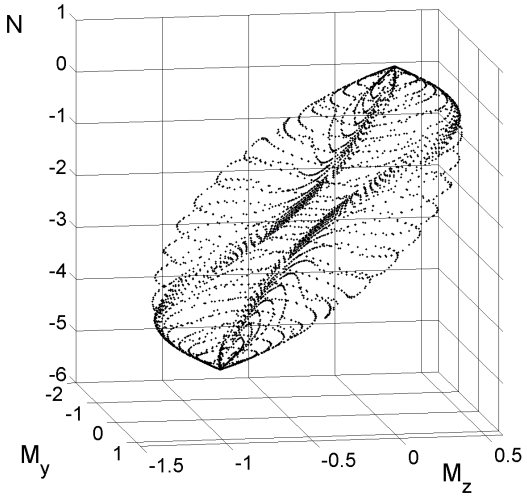
Diagrammes d'interaction (N, M_y, M_z) déterminés **numériquement**
=> **approximation** nécessaire pour effectuer un calcul de structure

algorithme d'approximation par union convexe d'ellipsoïdes
[Bleyer et de Buhan, CRAS, 2013]





Critère initial

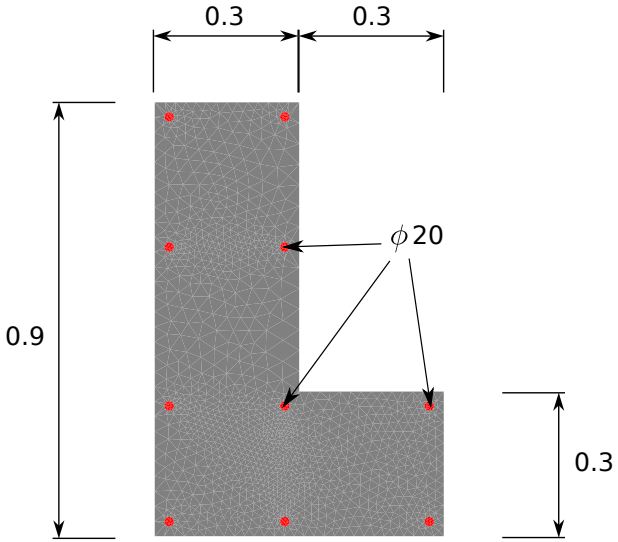


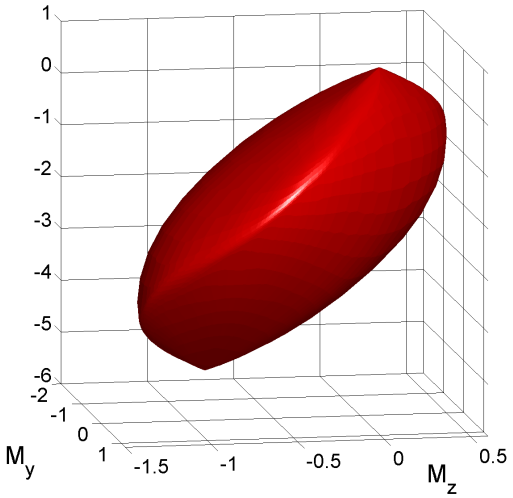
Critère approché

Approximation numérique des critères de résistance

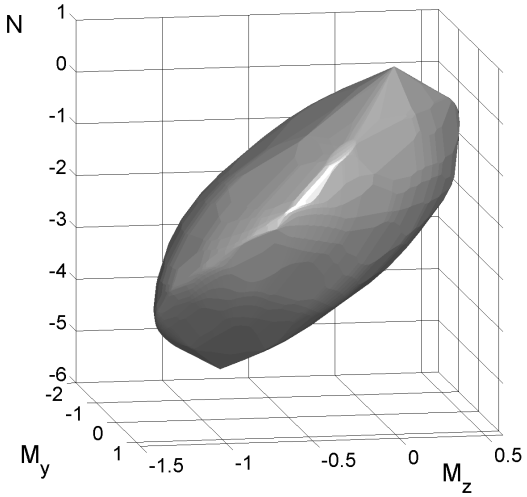
Diagrammes d'interaction (N, M_y, M_z) déterminés **numériquement**
=> **approximation** nécessaire pour effectuer un calcul de structure

algorithme d'approximation par union convexe d'ellipsoïdes
[Bleyer et de Buhan, CRAS, 2013]



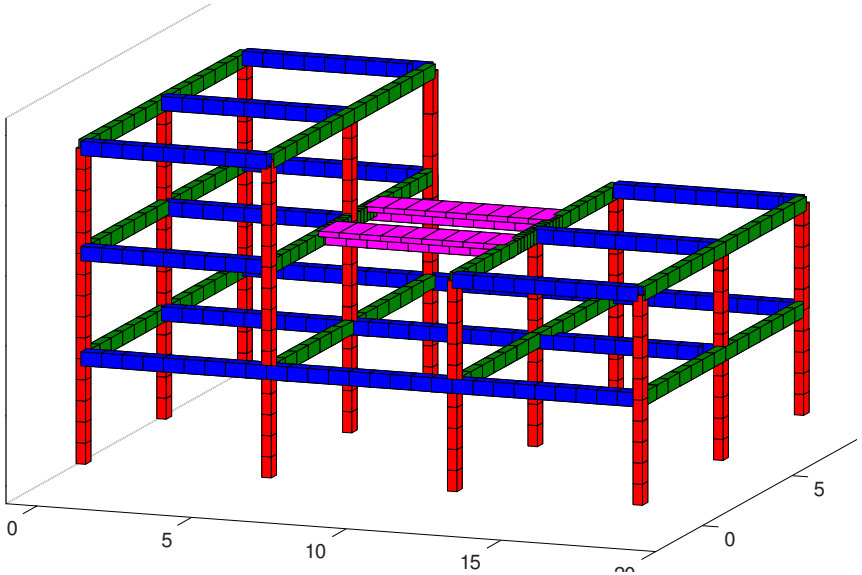


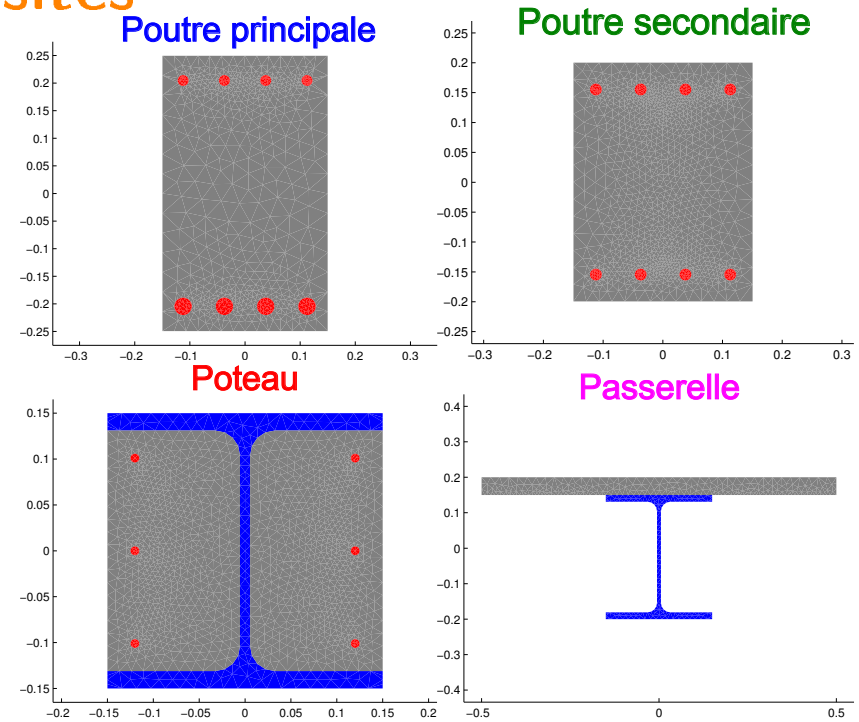
Critère initial



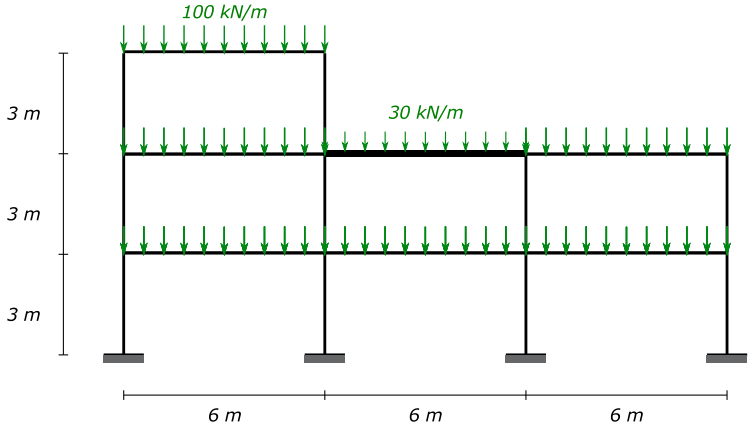
Critère approché

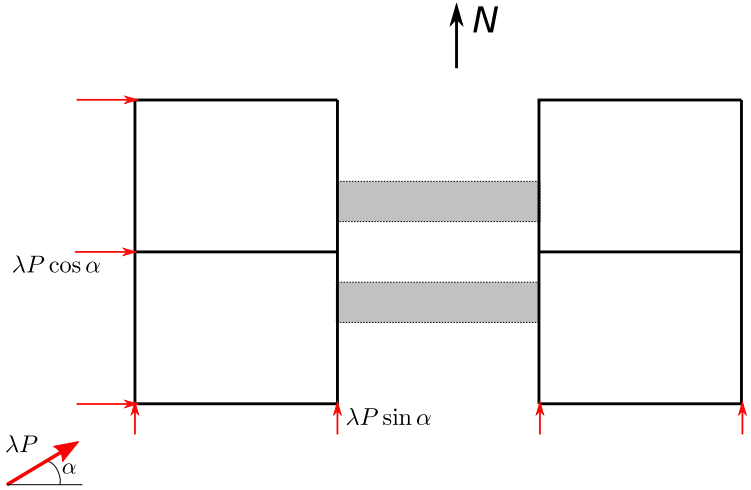
Structure 3D de poutres composites



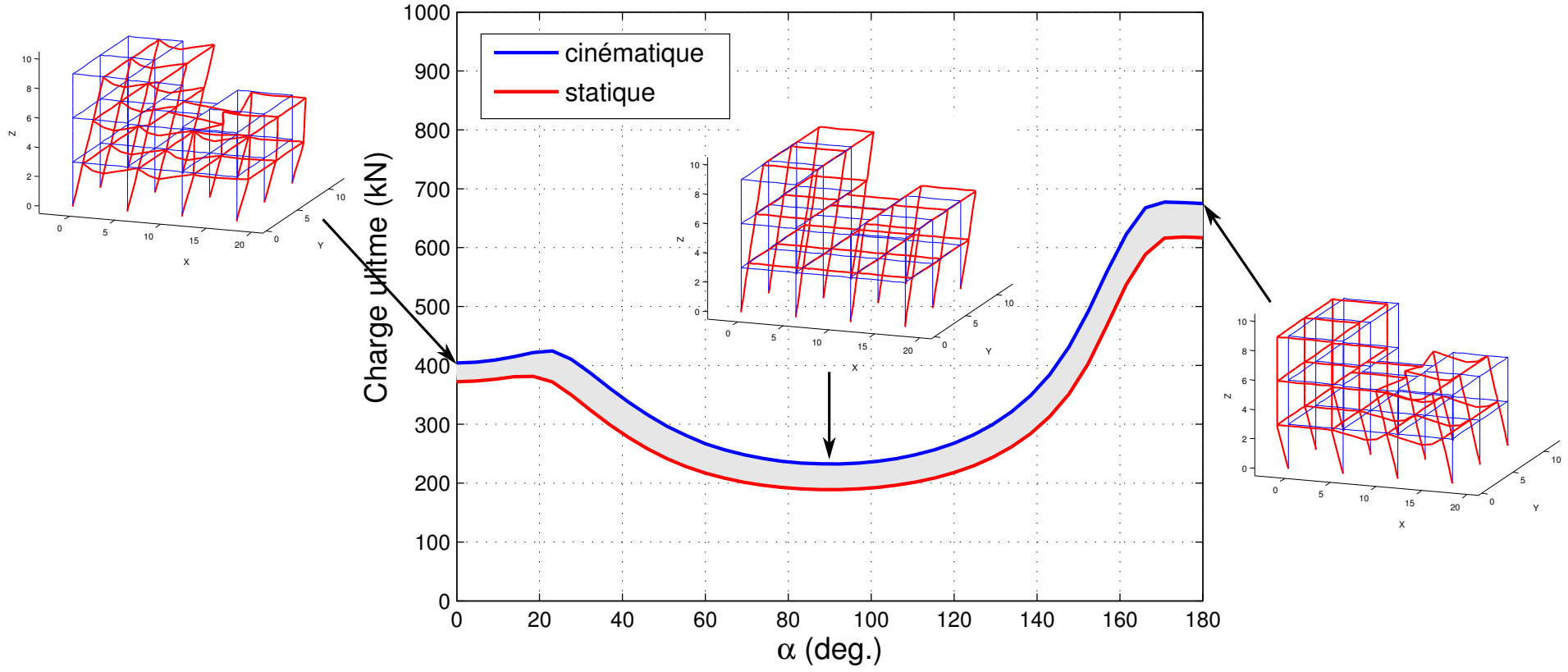


Poids propre (fixe) + chargement (variable) dû au vent (angle d'incidence α)



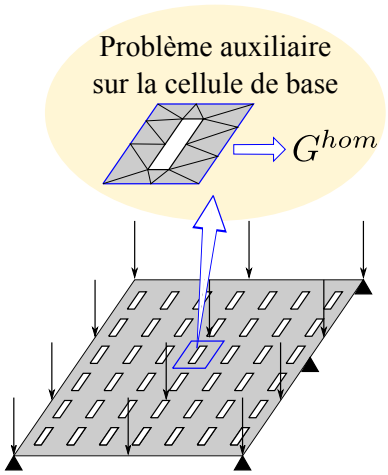


Structure 3D de poutres composites

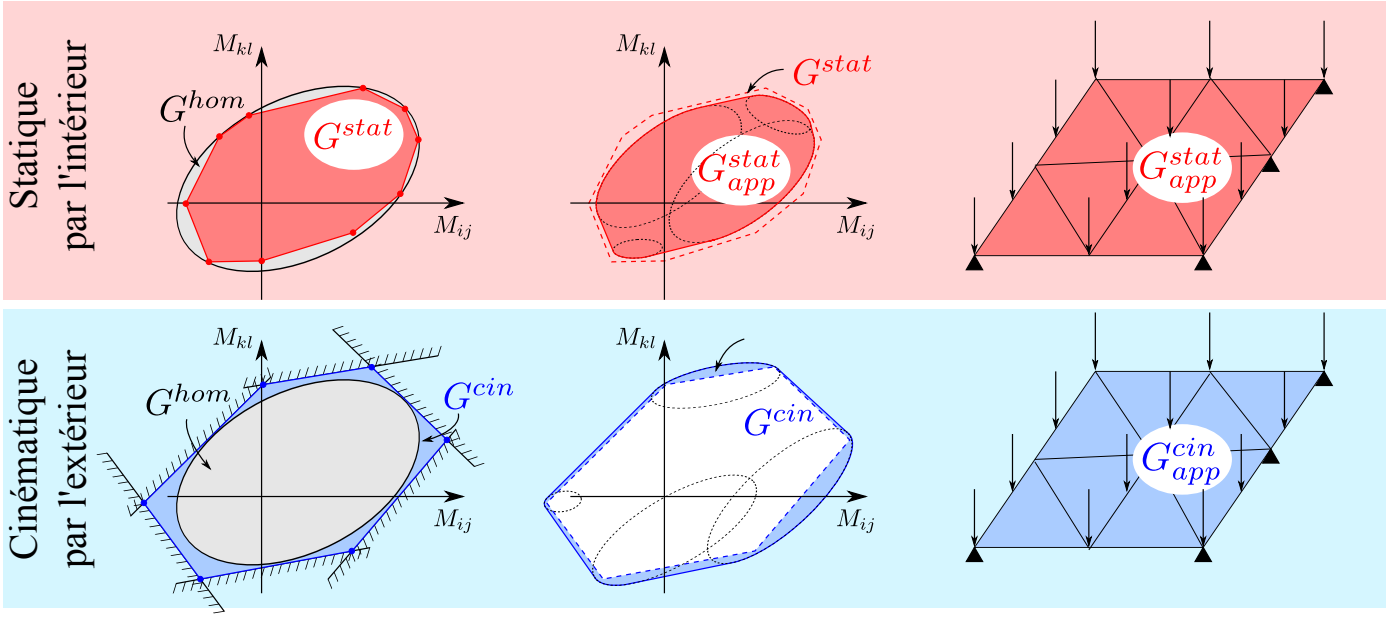


- **encadrement** à moins de 15% de la charge ultime
- visualisation des **mécanismes de ruine**
- **efficacité** : 1 cas de charge = 2s de calcul

Application au cas des plaques hétérogènes périodiques



Problème hétérogène initial



Résolution du problème auxiliaire | Approximation du critère | Calculs sur la structure homogénéisée

- formulation d'un problème auxiliaire (plaque/3D)
- résolution numérique par éléments finis $\rightarrow G^{hom}$
- approximation par l'intérieur et par l'extérieur
- résolution du problème à l'échelle de la structure

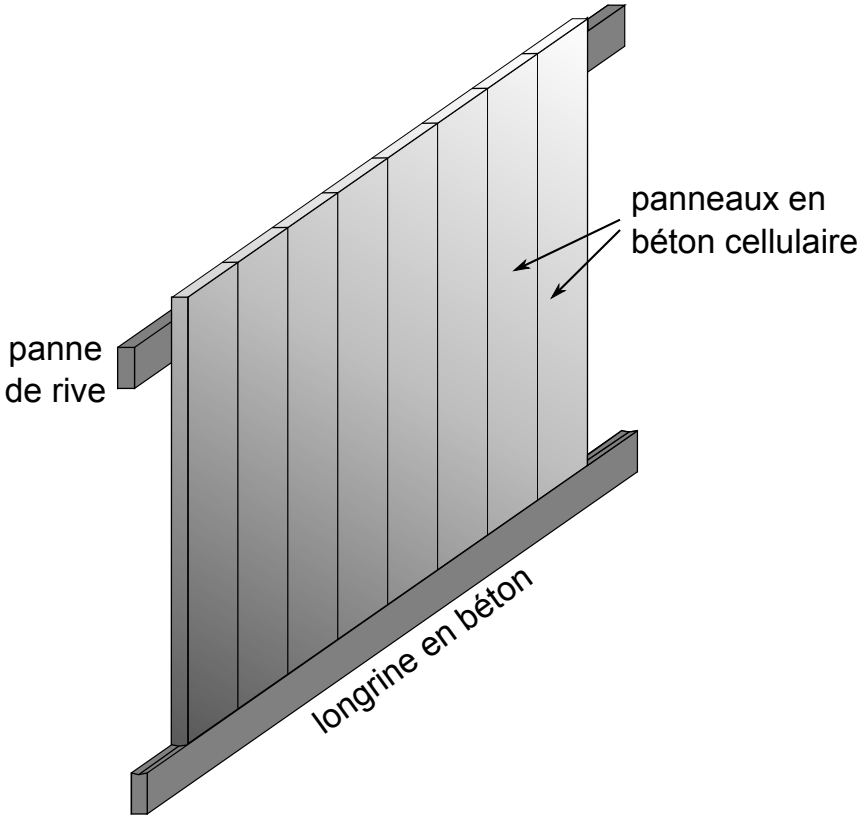
Sommaire

1. Contexte et objectifs
2. Calcul par éléments finis des structures de coque
3. Changement d'échelle en calcul à la rupture
4. **Exemples d'application sur des structures complexes**
5. Conclusions et perspectives

Sommaire

1. Contexte et objectifs
2. Calcul par éléments finis des structures de coque
3. Changement d'échelle en calcul à la rupture
4. **Exemples d'application sur des structures complexes**
   - Stabilité au feu de panneaux en béton armé de grande hauteur
   - Dimensionnement à la rupture de la marquise de la gare d'Austerlitz
5. Conclusions et perspectives

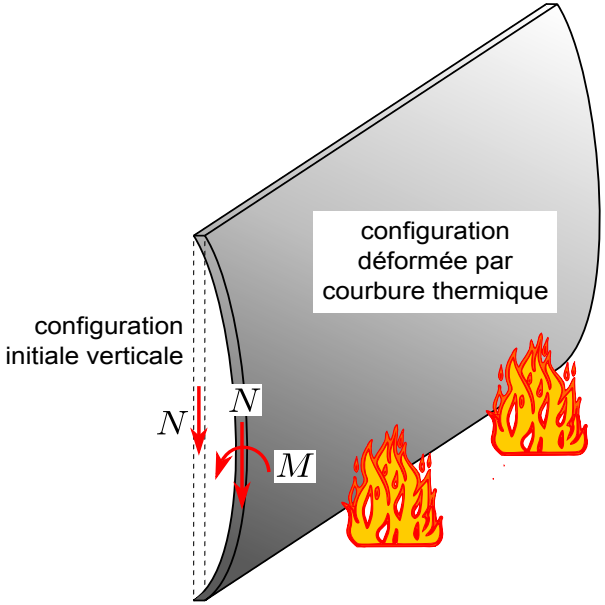
Stabilité au feu de panneaux en béton de grande hauteur



utilisation comme murs coupe-feu
approches traditionnelles pour les panneaux de petites dimensions pas adaptées

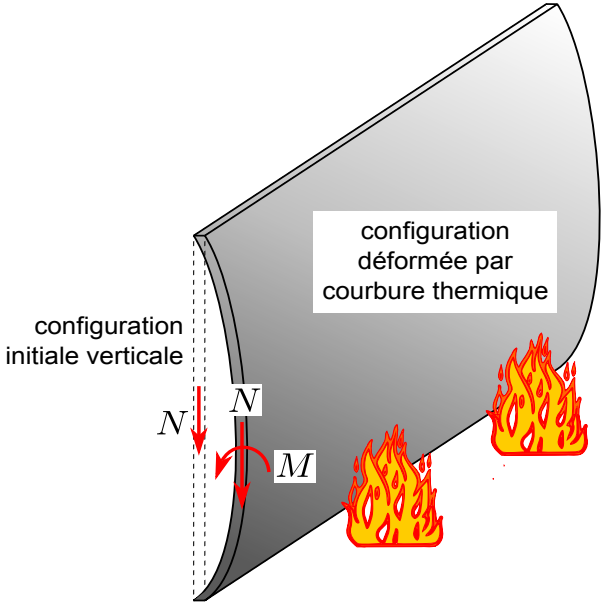
Stabilité au feu de panneaux en béton de grande hauteur

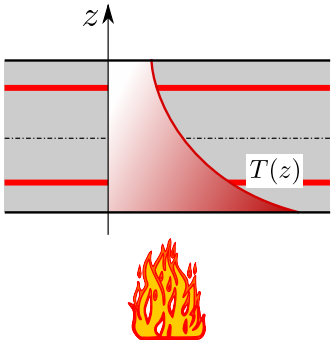
- **changements de géométrie** dus à la déformation thermique



Stabilité au feu de panneaux en béton de grande hauteur

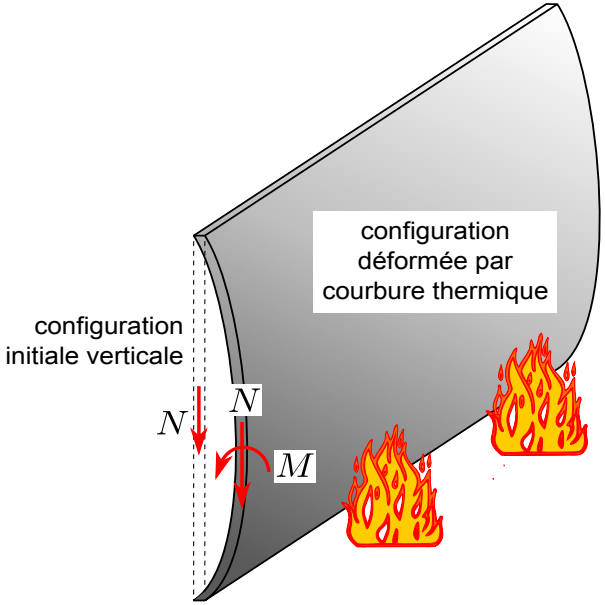
- **changements de géométrie** dus à la déformation thermique
- **gradient thermique** dans l'épaisseur du panneau

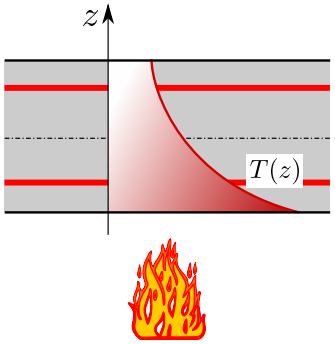


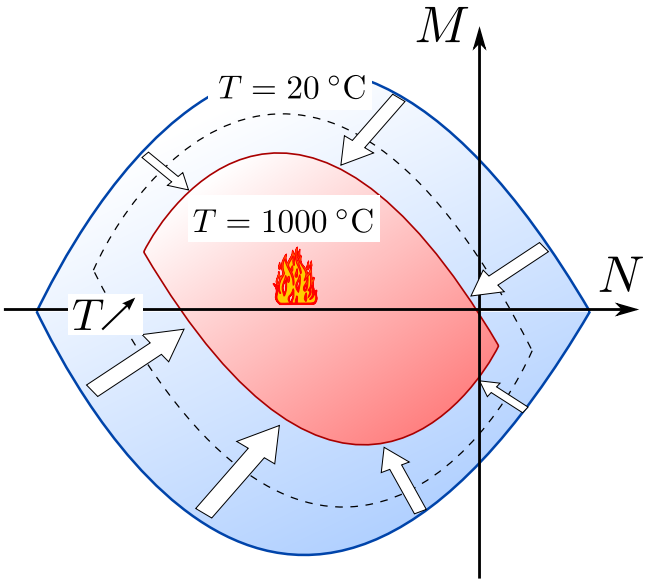


Stabilité au feu de panneaux en béton de grande hauteur

- **changements de géométrie** dus à la déformation thermique
- **gradient thermique** dans l'épaisseur du panneau
- **dégradation des propriétés de résistance** des matériaux







Proposition d'une démarche simplifiée

Un problème complexe à modéliser

- configuration d'équilibre courbe
- gradient de propriétés de résistance dans l'épaisseur
- ruine pilotée par ces deux aspects

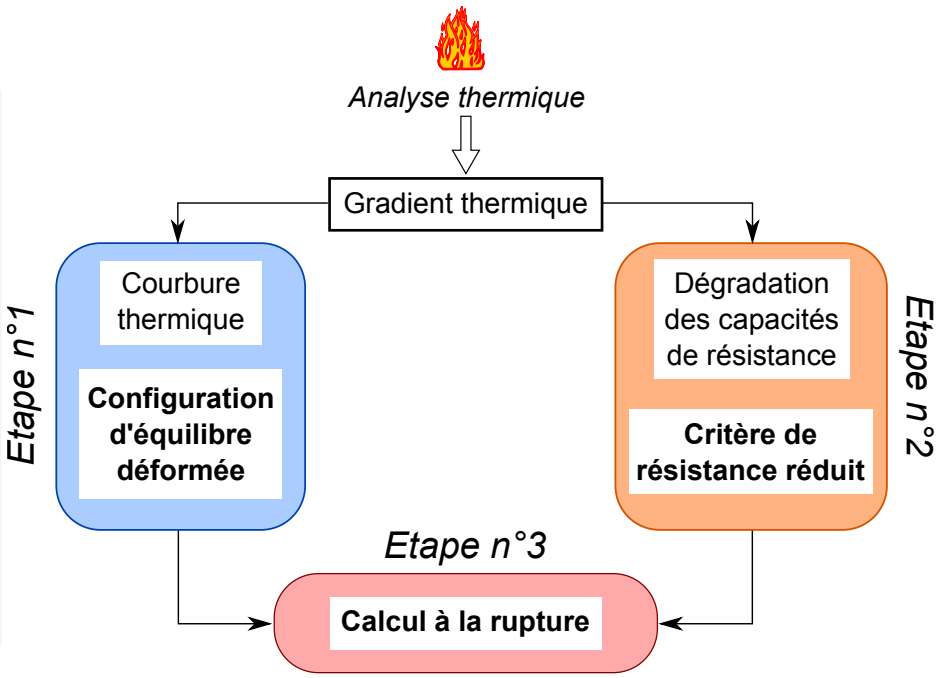
Proposition d'une démarche simplifiée

Un problème complexe à modéliser

- configuration d'équilibre courbe
- gradient de propriétés de résistance dans l'épaisseur
- ruine pilotée par ces deux aspects

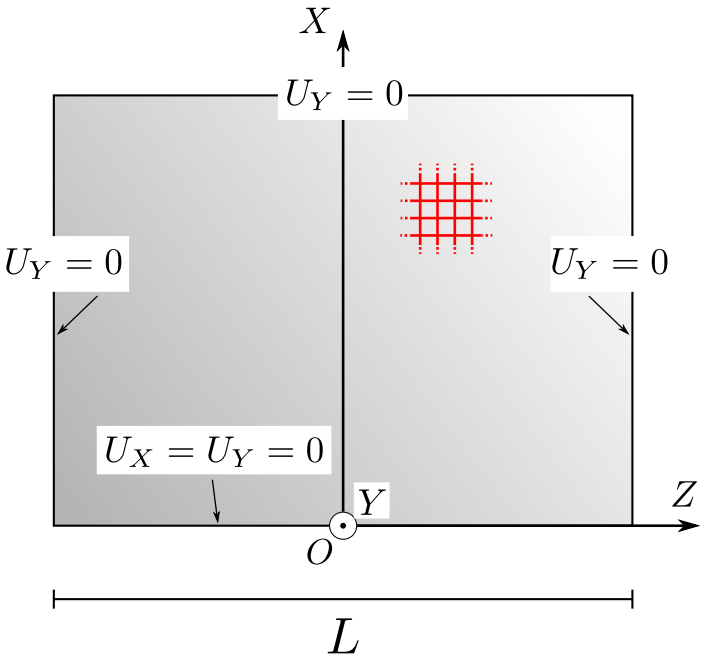
Analyse en 3 étapes :

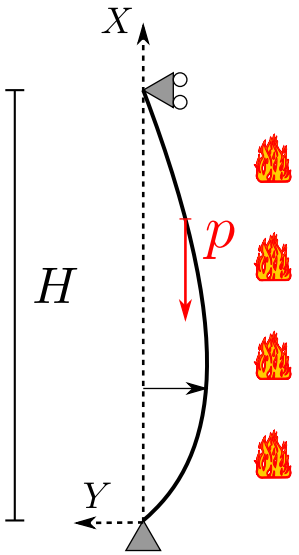
1. Détermination de la configuration d'équilibre déformée
2. Détermination d'un critère de résistance dépendant de la température *[Eurocode 2]*
3. Calcul à la rupture sur la configuration déformée

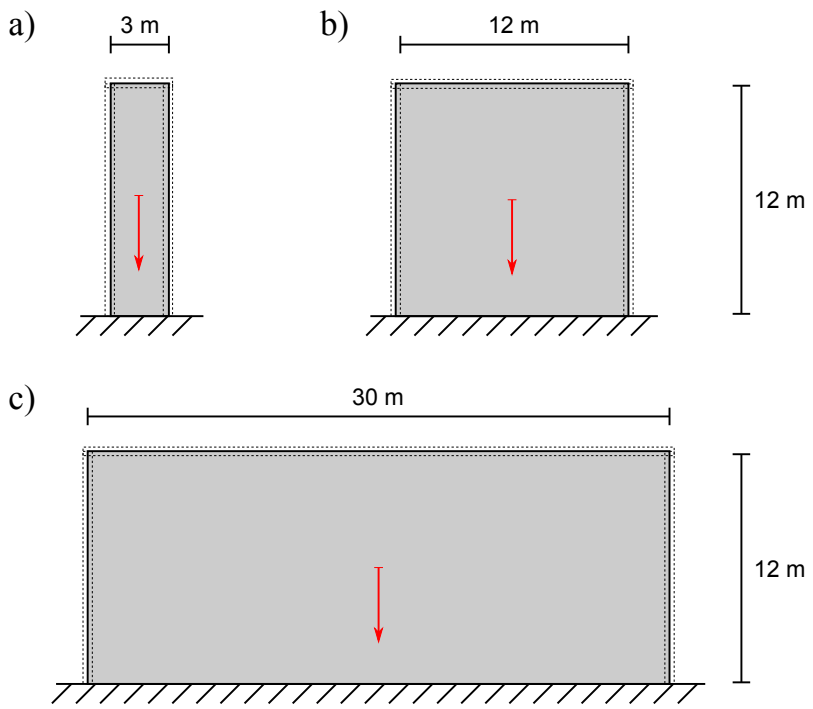


[Bleyer et al., ECAM, 2015]

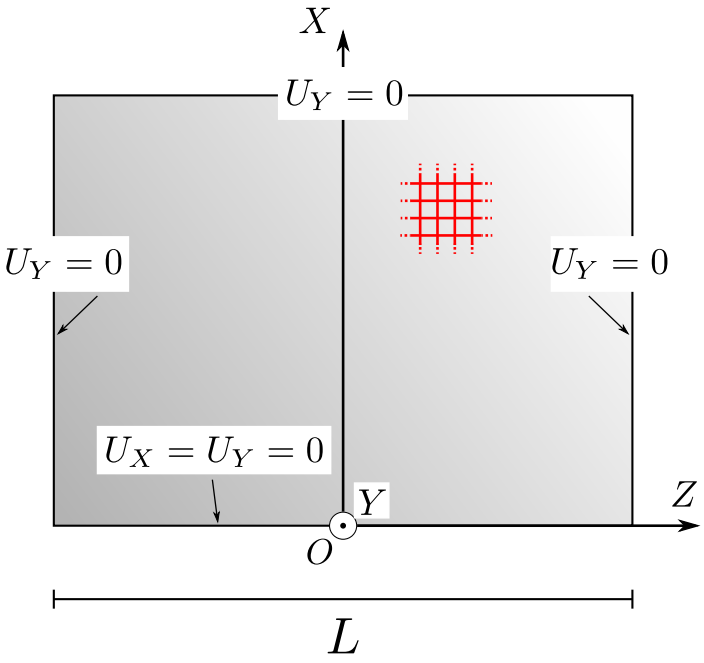
Modélisation

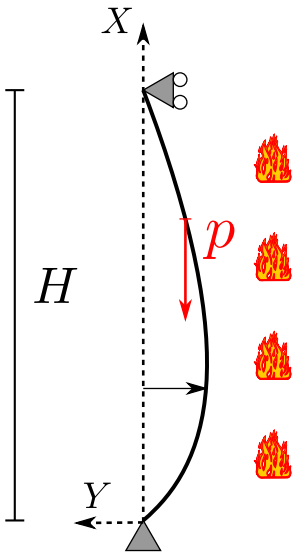


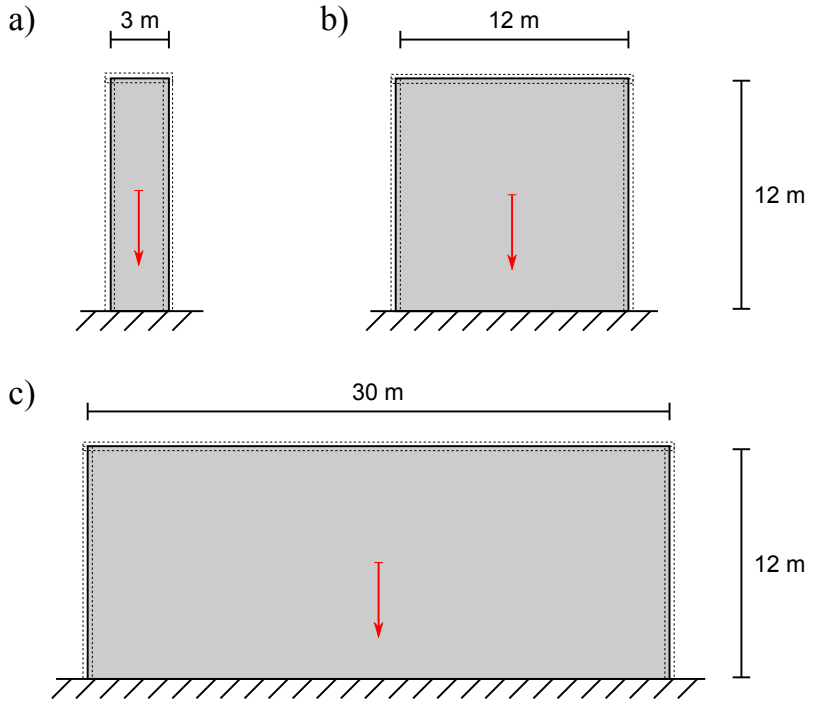




Modélisation

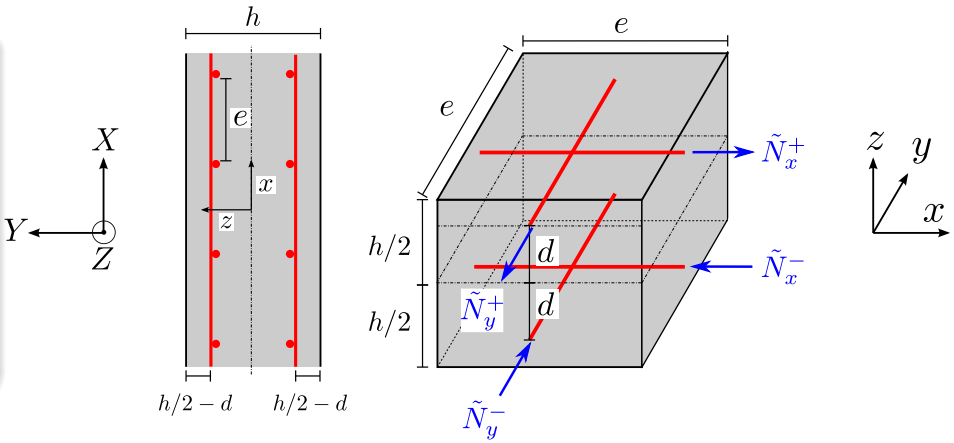




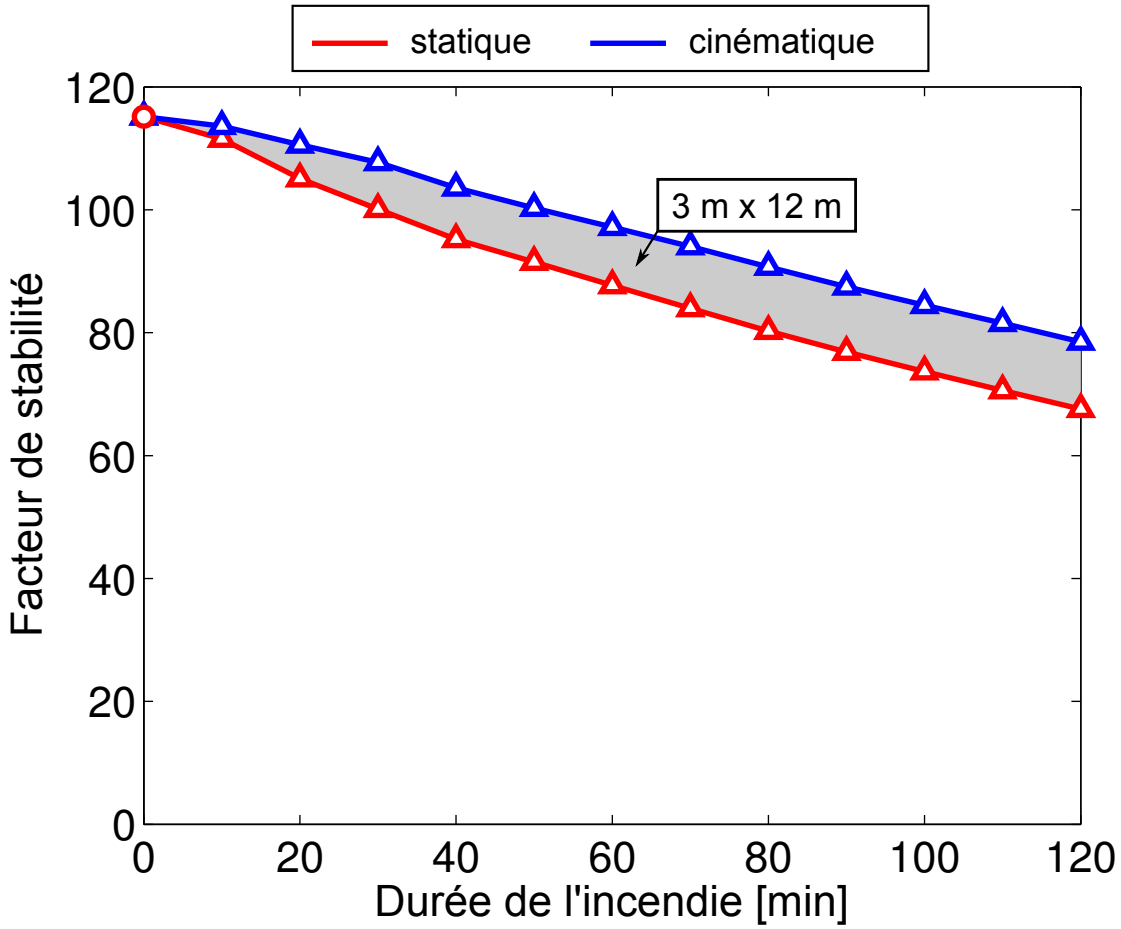


Paramètres

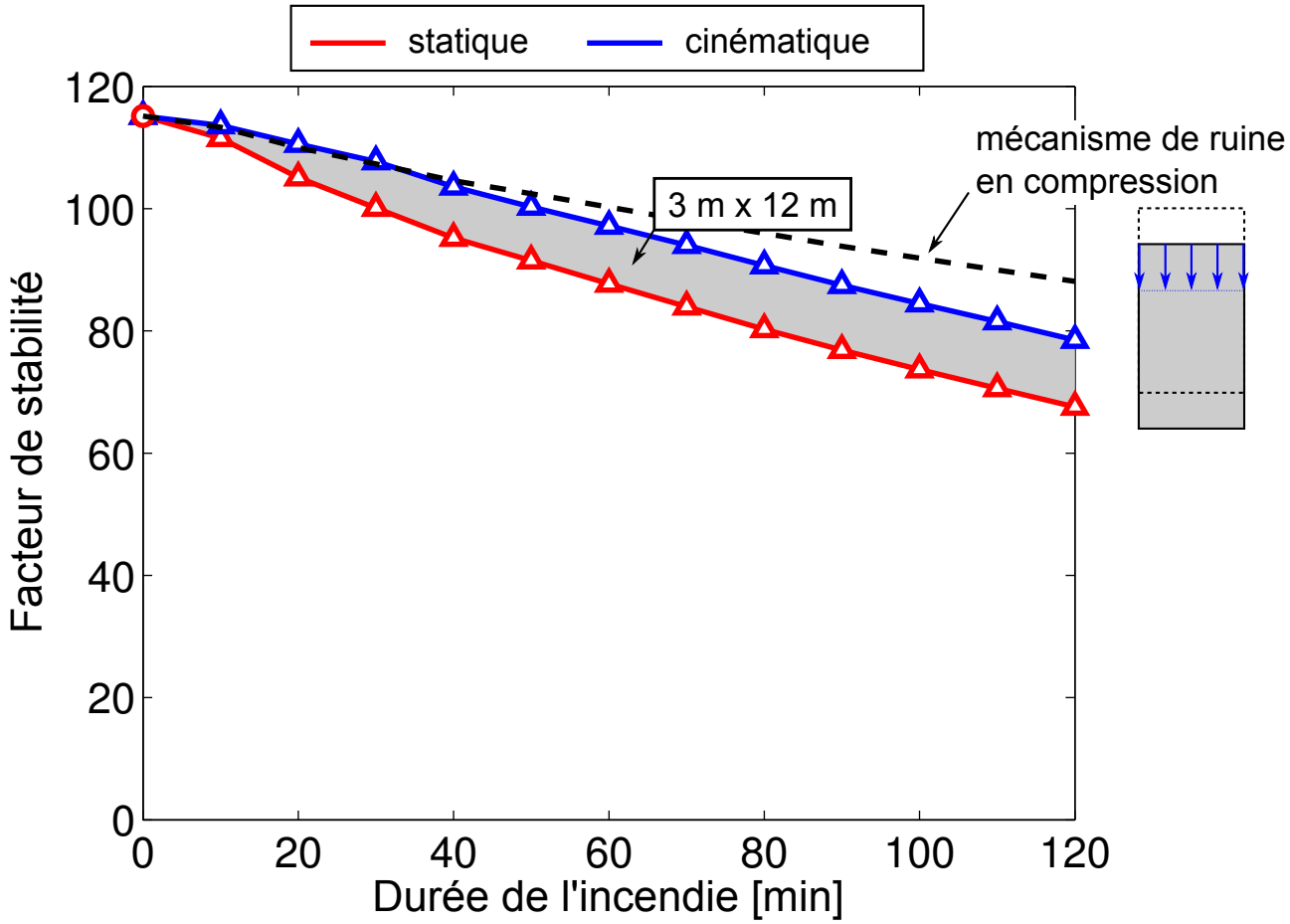
Panneau : $h = 15$ cm, $p = 3.7$ kN/m^2
Béton : $f_{c,amb} = 32$ MPa
Acier : $f_{y,amb} = 500$ MPa
$e = 10$ cm, $d = 4.5$ cm, $\phi = 6$ mm



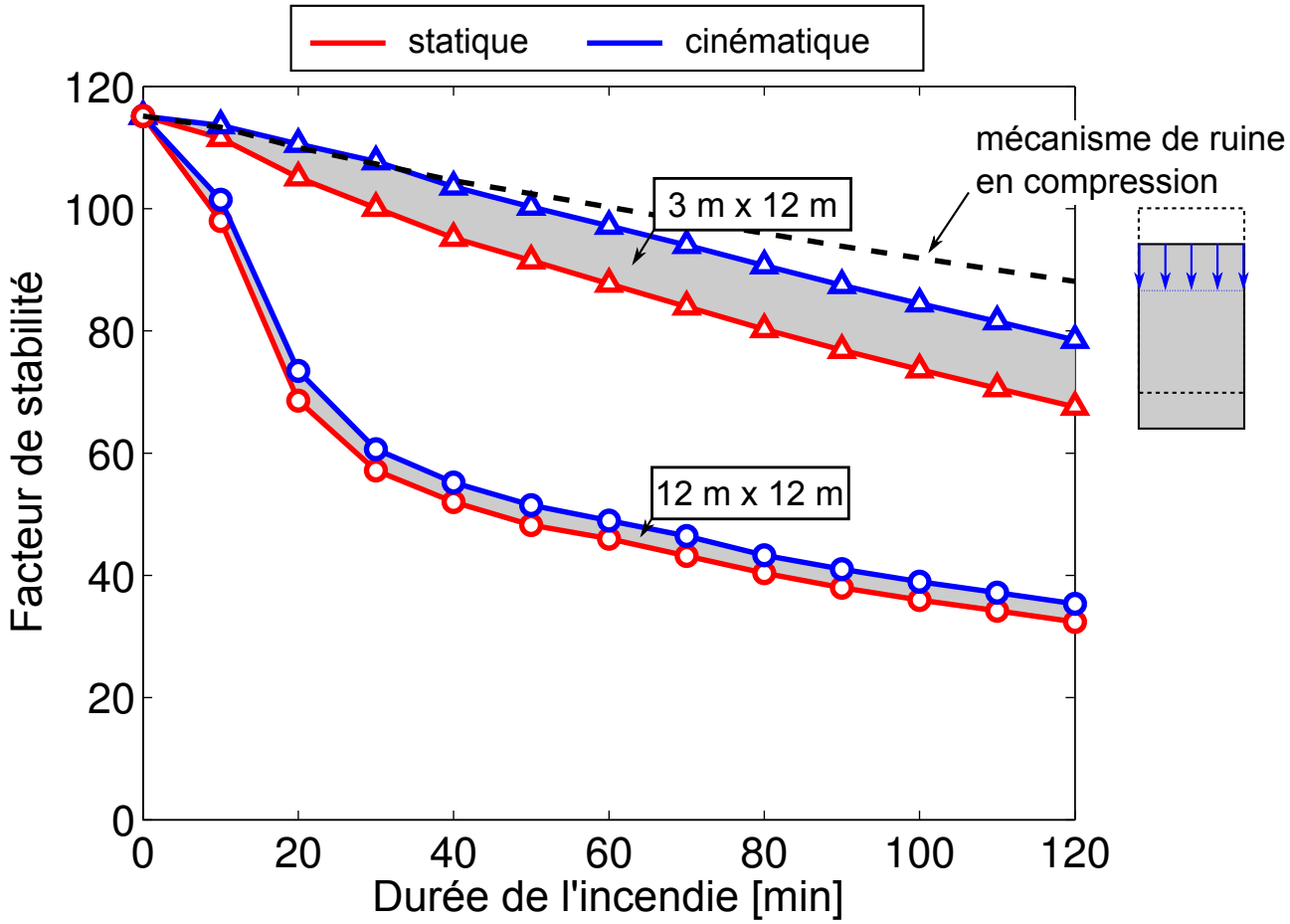
Résultats


statique
cinématique
3 m x 12 m
Facteur de stabilité
Durée de l'incendie [min]
0
20
40
60
80
100
120

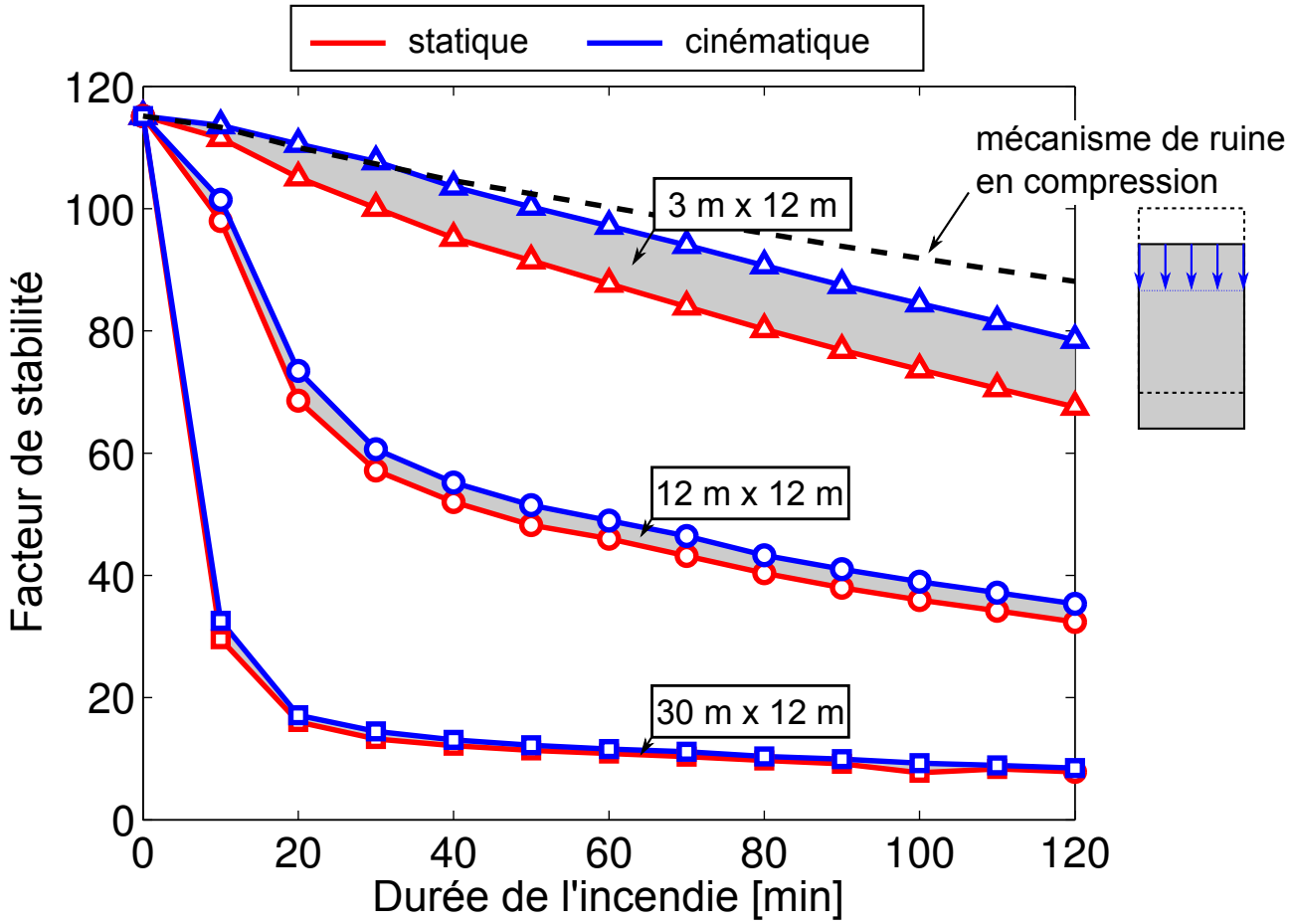
Résultats


statique
cinématique
mécanisme de ruine
en compression
3 m x 12 m
Facteur de stabilité
Durée de l'incendie [min]
0
20
40
60
80
100
120

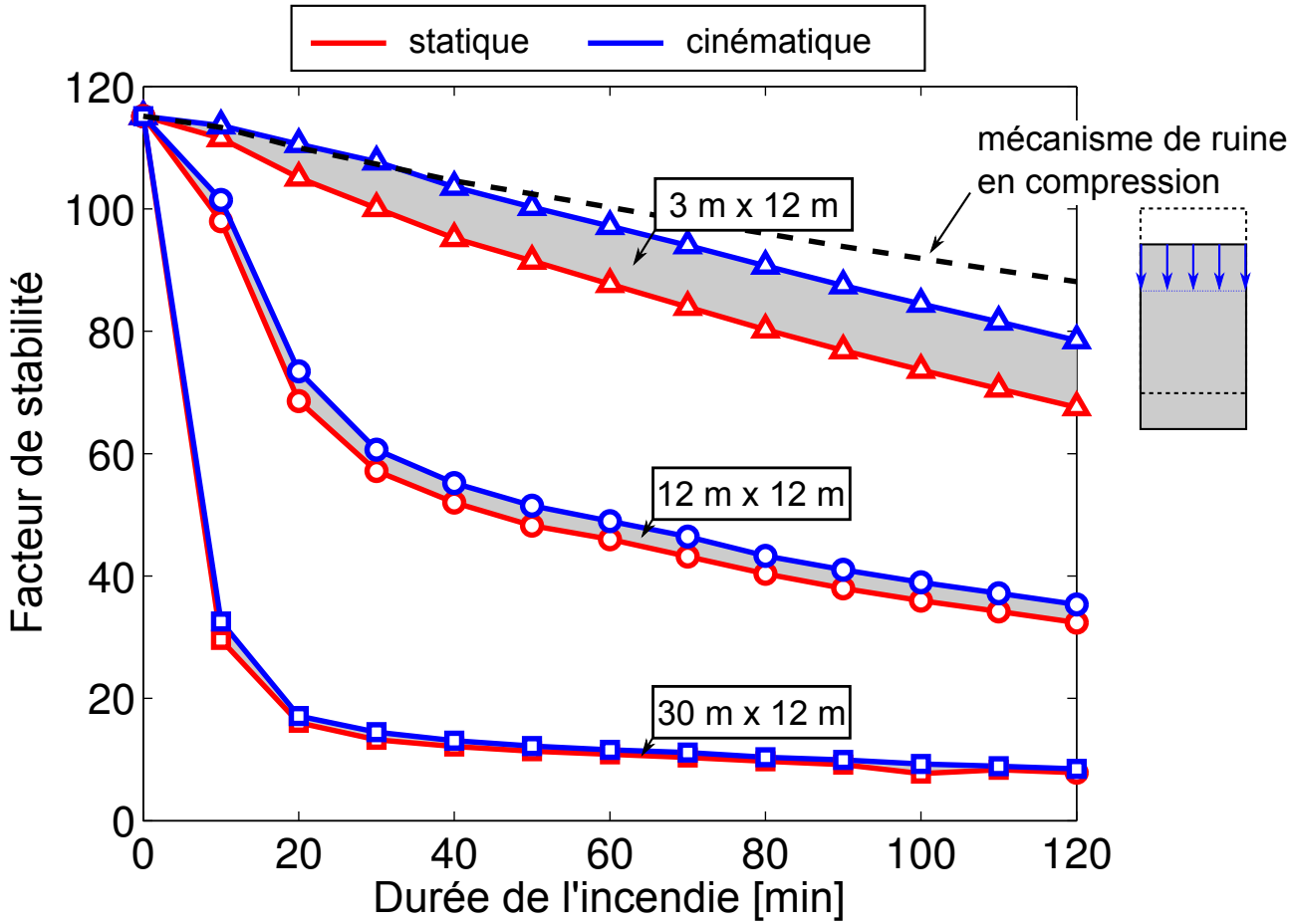
Résultats


statique
cinématique
mécanisme de ruine
en compression
3 m x 12 m
12 m x 12 m
Facteur de stabilité
Durée de l'incendie [min]
0
20
40
60
80
100
120

Résultats

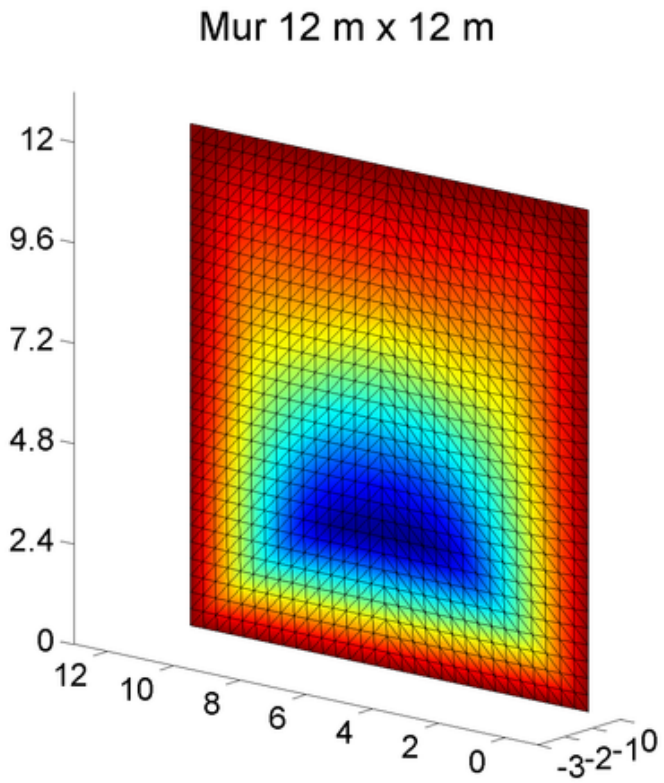

statique
cinématique
mécanisme de ruine
en compression
3 m x 12 m
12 m x 12 m
30 m x 12 m
Facteur de stabilité
Durée de l'incendie [min]
0
20
40
60
80
100
120

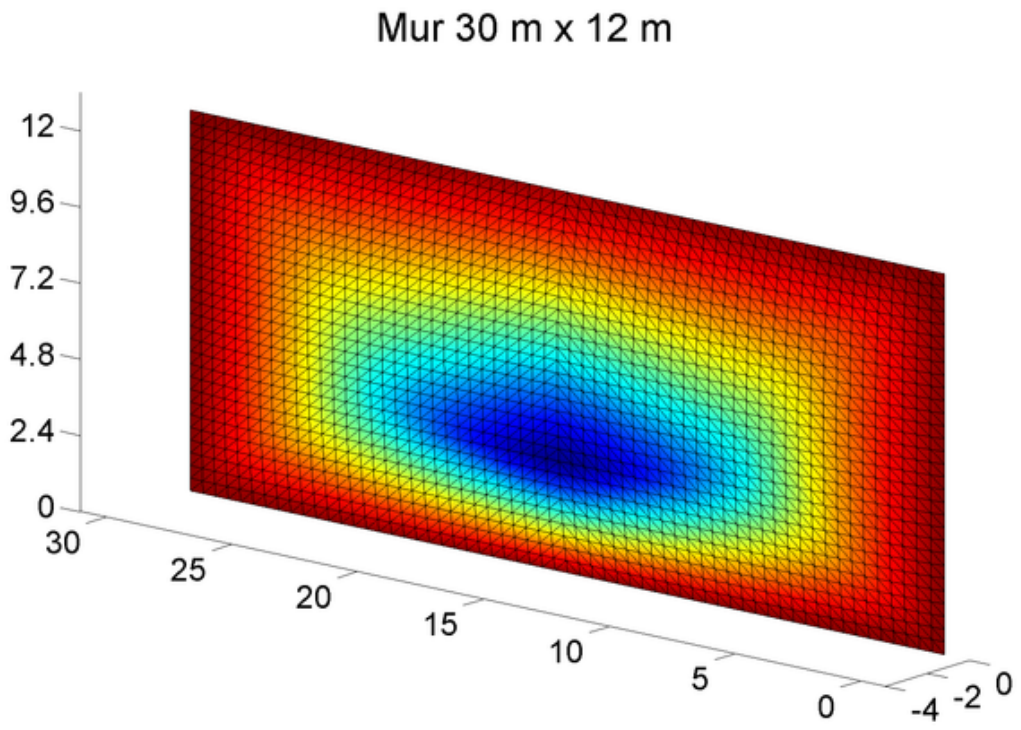
Résultats



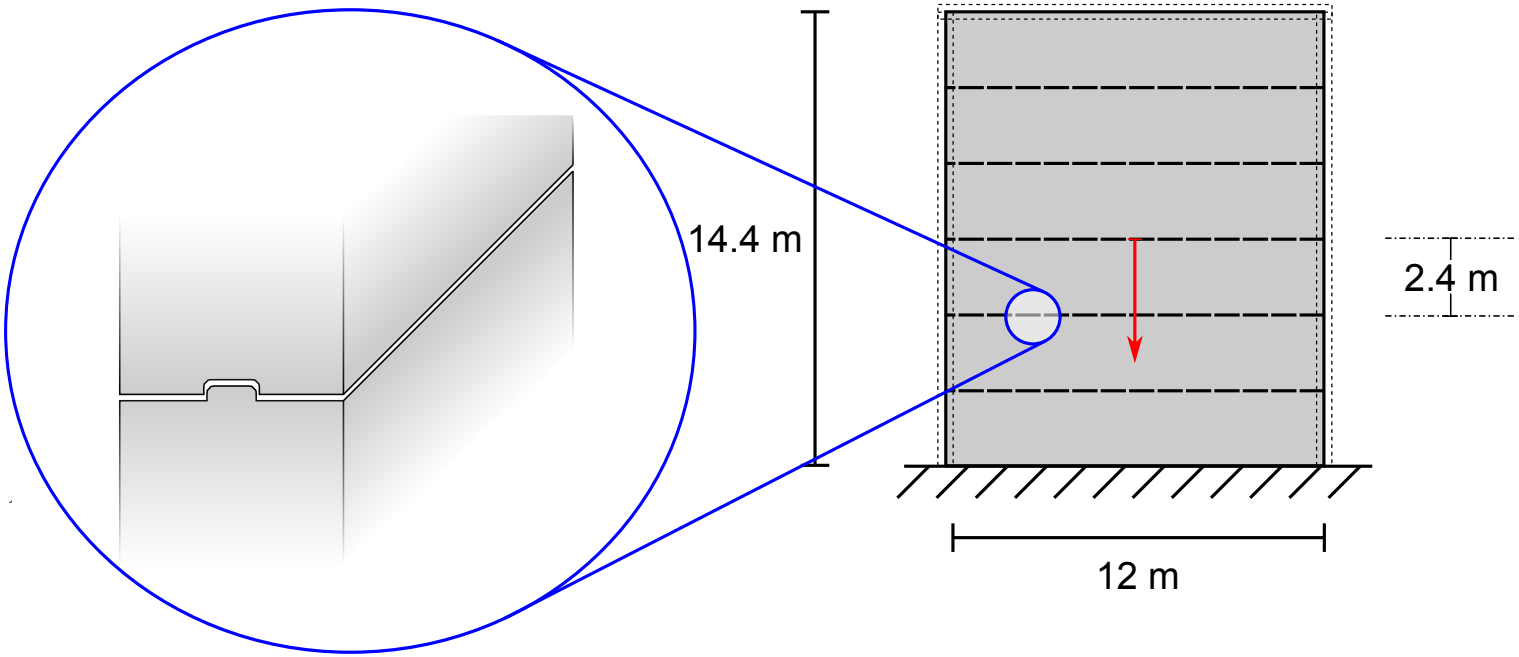
- diminution importante du facteur de stabilité en configuration déformée
- ruine en flexion pour les panneaux larges
- rôle prépondérant des aciers (85% de la résistance pour $L = 30$ m)

Résultats (mécanismes de ruine)

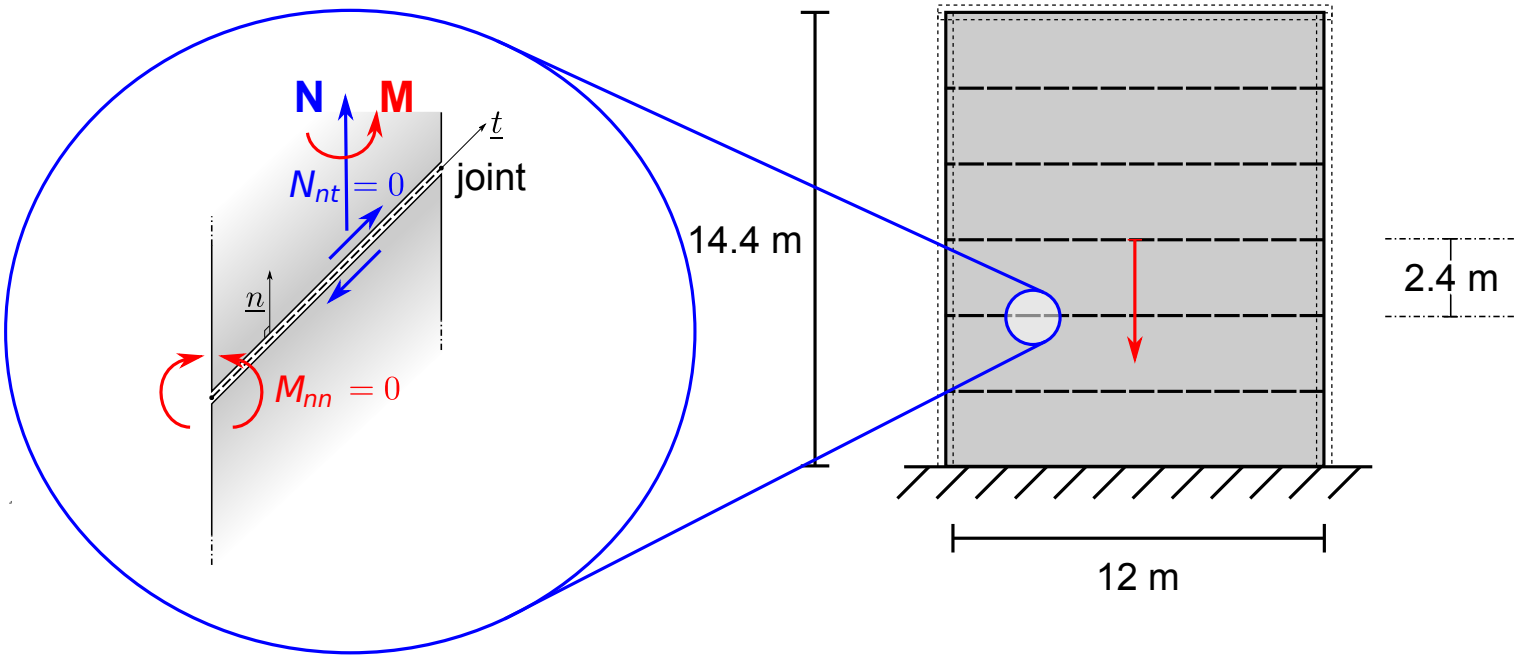




Prise en compte de connexions imparfaites



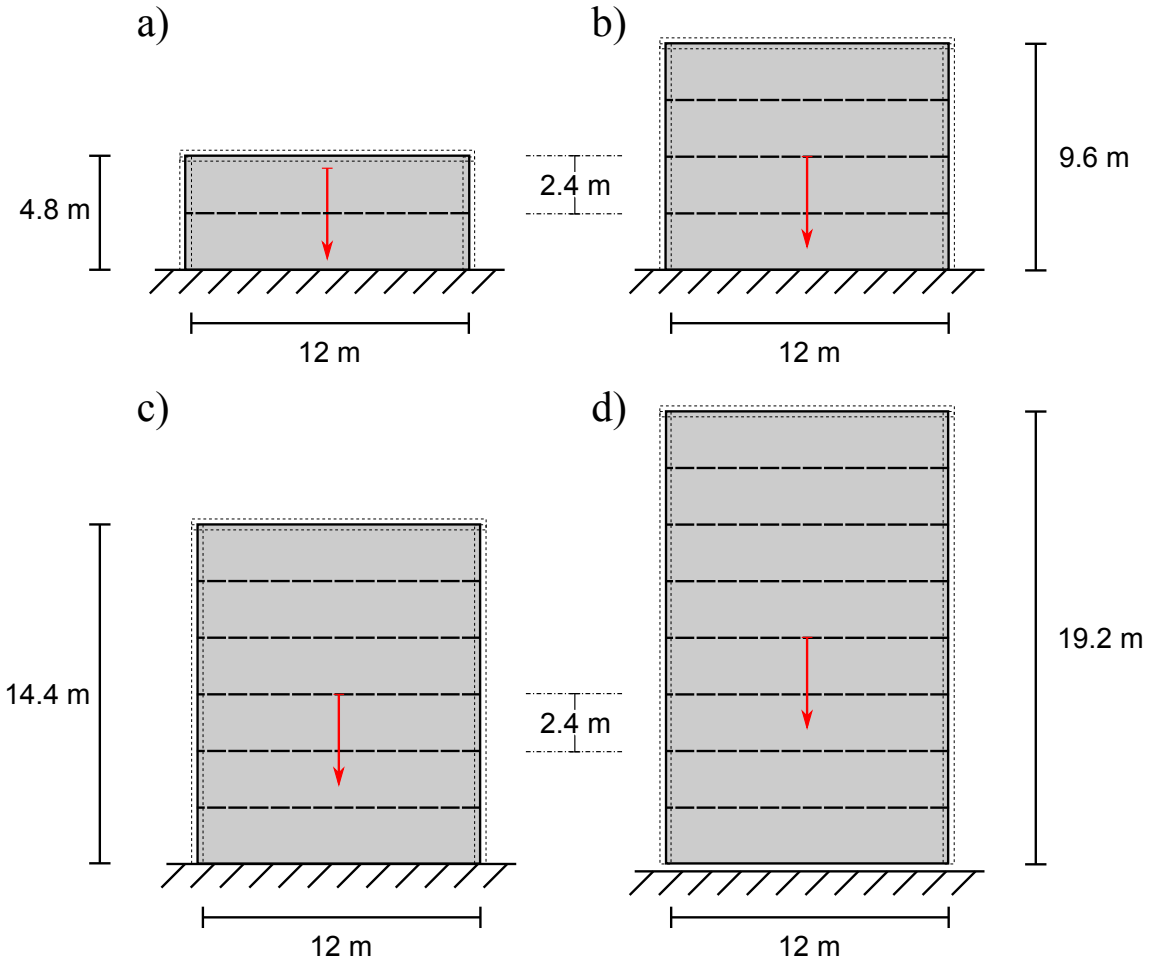
Prise en compte de connexions imparfaites



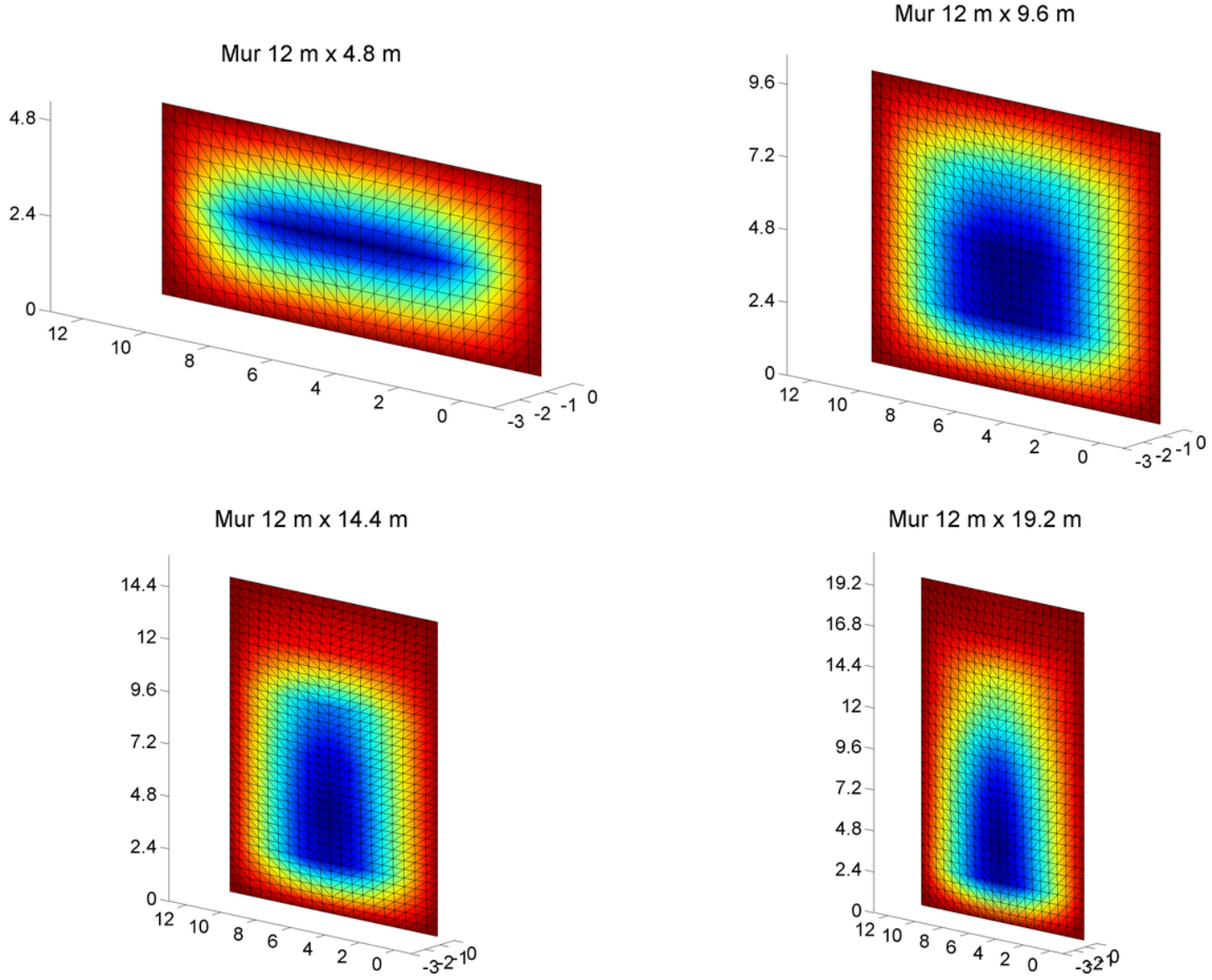
Critère de résistance du joint lisse :

$$(\mathbf{N}, \mathbf{M}) \in \mathbf{G} \iff \left| \begin{array}{ll} \exists(\underline{\underline{N}}, \underline{\underline{M}}) & \text{tels que} \\ N_{nn} = \mathbf{N}, & N_{nt} = 0 \\ M_{nn} = 0, & M_{nt} = \mathbf{M} \\ (\underline{\underline{N}}, \underline{\underline{M}}) \in G & \end{array} \right.$$

Prise en compte de connexions imparfaites



Prise en compte de connexions imparfaites (mécanismes)

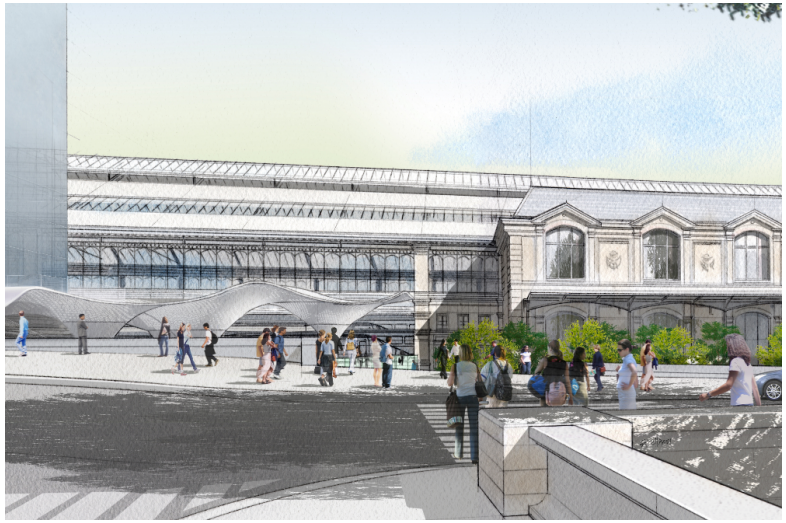


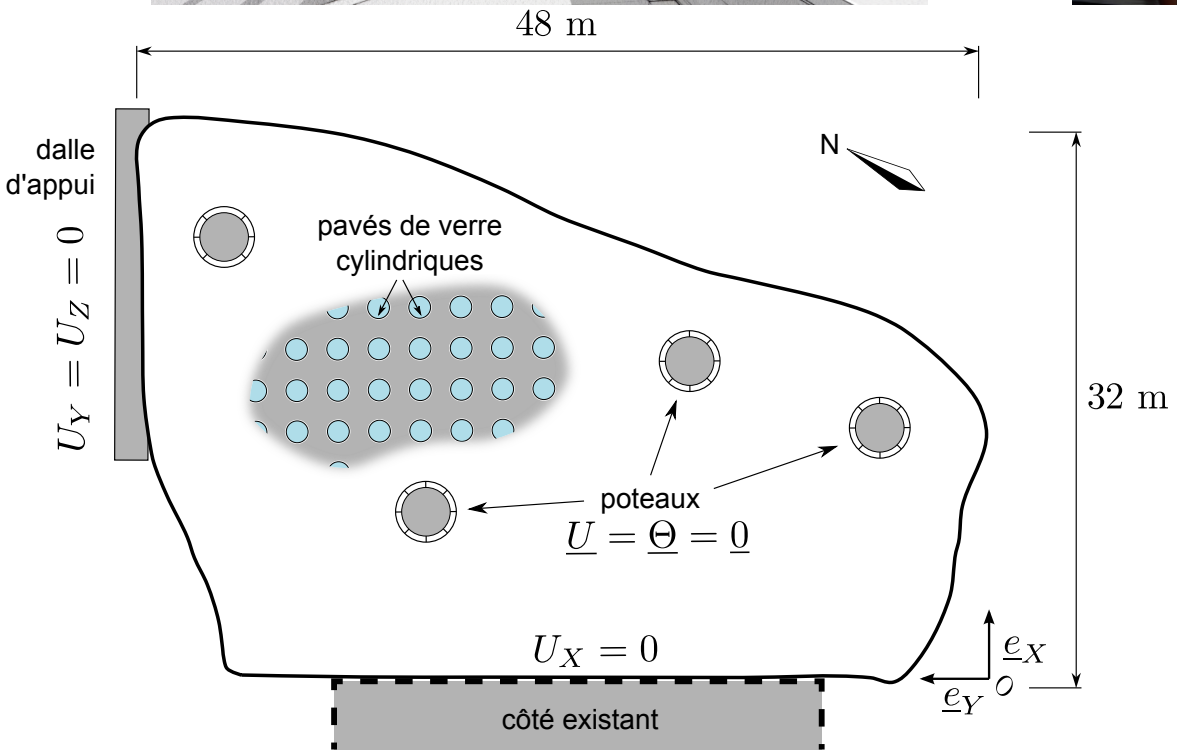
Reduction de 60% du facteur de stabilité par rapport à une connexion parfaite

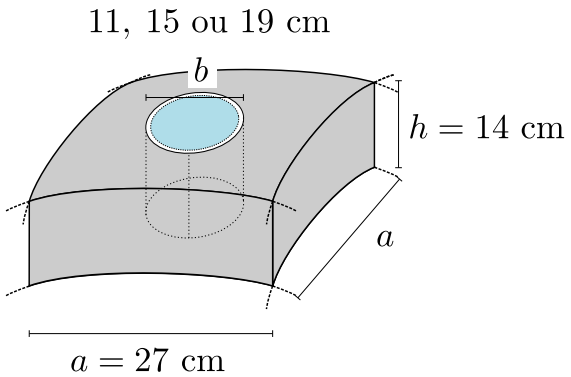
Sommaire

1. Contexte et objectifs
2. Calcul par éléments finis des structures de coque
3. Changement d'échelle en calcul à la rupture
4. **Exemples d'application sur des structures complexes**
   - Stabilité au feu de panneaux en béton armé de grande hauteur
   - Dimensionnement à la rupture de la marquise de la gare d'Austerlitz
5. Conclusions et perspectives

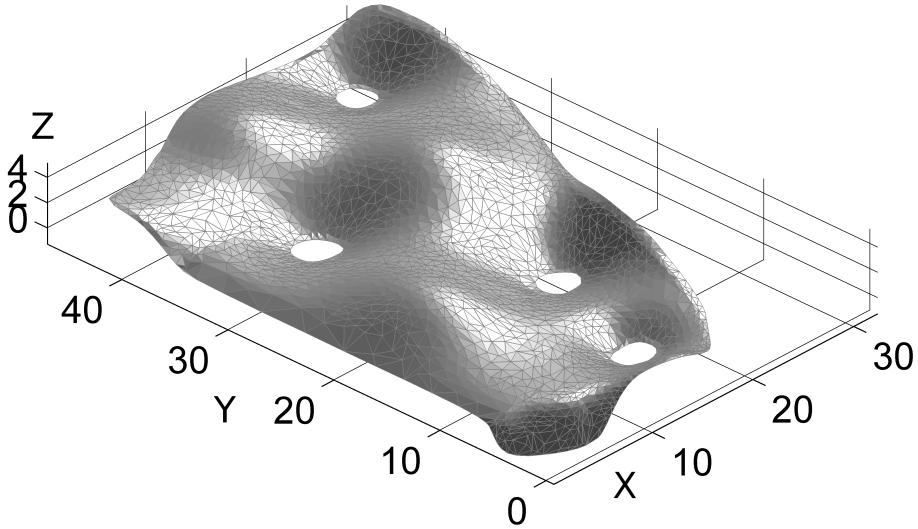
Projet de réaménagement de la gare d'Austerlitz (2012-2020)







Modélisation

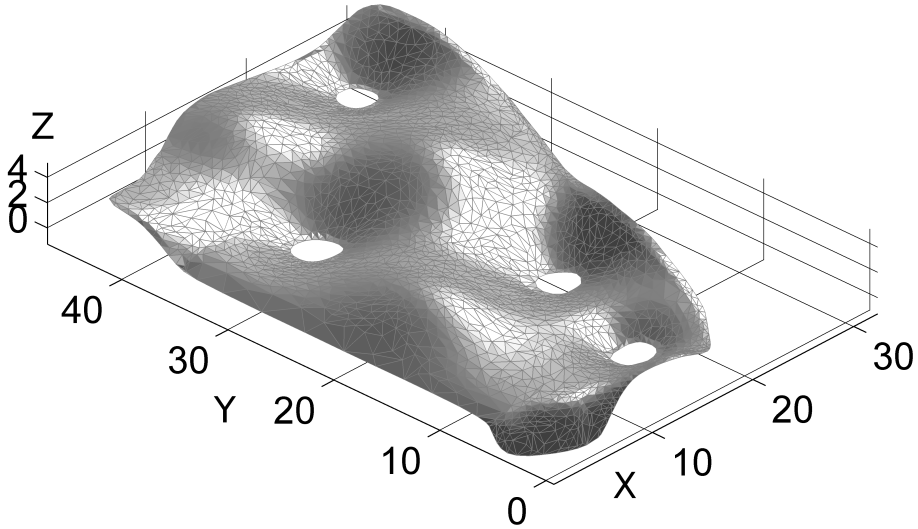


3 géométries de pavés (de 3 à 8 HA8)

Matériaux

- Béton : $f_{c,k} = 50$ MPa, $\gamma_c = 1.5$
- Acier : $f_{y,k} = 500$ MPa, $\gamma_s = 1.15$
- Verre : non résistant

Modélisation



3 géométries de pavés (de 3 à 8 HA8)

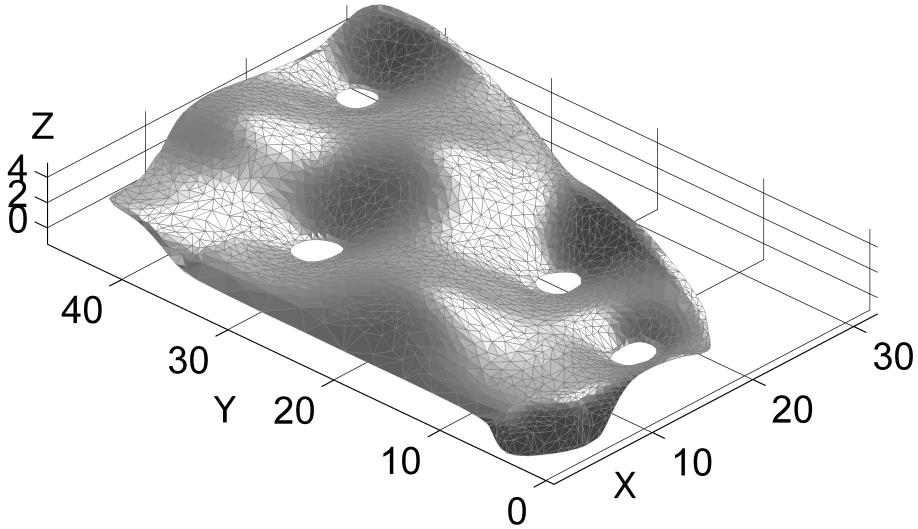
Matériaux

- Béton : $f_{c,k} = 50$ MPa, $\gamma_c = 1.5$
- Acier : $f_{y,k} = 500$ MPa, $\gamma_s = 1.15$
- Verre : non résistant

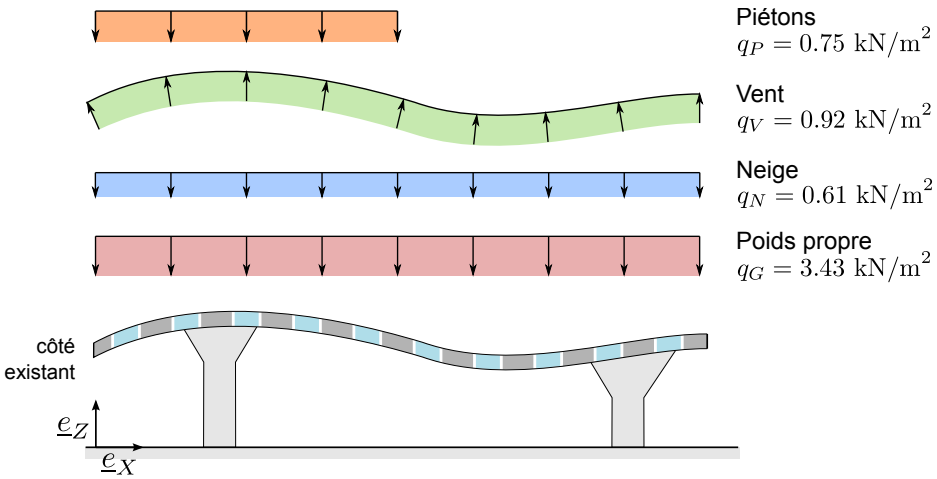
Homogénéisation périodique

critère de résistance anisotrope

Modélisation



3 géométries de pavés (de 3 à 8 HA8)



Combinaisons de cas de charge typiques d'un dimensionnement aux ELU

Matériaux

- Béton : $f_{c,k} = 50$ MPa, $\gamma_c = 1.5$
- Acier : $f_{y,k} = 500$ MPa, $\gamma_s = 1.15$
- Verre : non résistant

Homogénéisation périodique

critère de résistance anisotrope

Combinaisons

1. poids propre + neige : $\underline{q}_1 = 1.35\underline{q}_G + 1.5\underline{q}_N$
2. soulèvement : $\underline{q}_2 = \underline{q}_G + 1.5\underline{q}_V$
3. asymétrique (piétons + vent) : $\underline{q}_3 = 1.35\underline{q}_G + 1.5\underline{q}_P + 0.9\underline{q}'_V$

Résultats

Facteur de sécurité (encadrement à 25% près)

Géométrie de pavés	Poids + neige	Soulèvement	Asymétrique
110 mm	~ 4	~ 9	~ 5.5
150 mm	~ 3	~ 6.5	~ 4
190 mm	~ 1.6	~ 3.7	~ 2.2

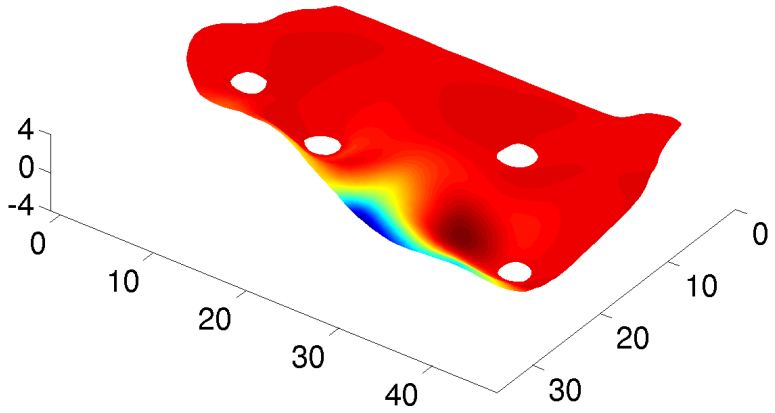
Résultats

Facteur de sécurité (encadrement à 25% près)

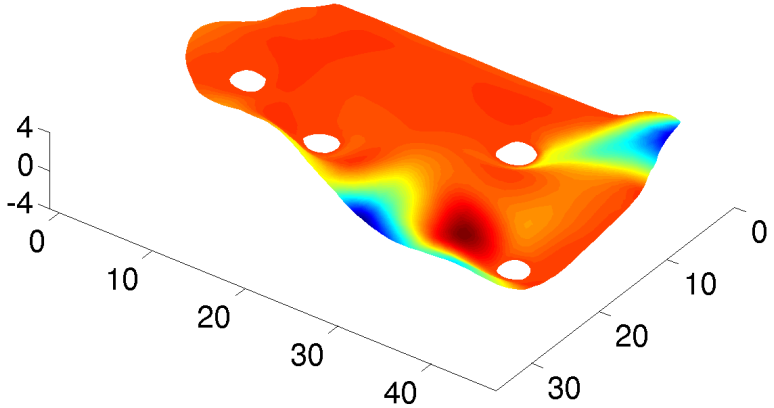
Géométrie de pavés	Poids + neige	Soulèvement	Asymétrique
110 mm	~ 4	~ 9	~ 5.5
150 mm	~ 3	~ 6.5	~ 4
190 mm	~ 1.6	~ 3.7	~ 2.2

- combinaison n°1 (poids propre + neige) la plus critique
- marge de sécurité (très) importante
- 15 à 20 min d'optimisation par calcul

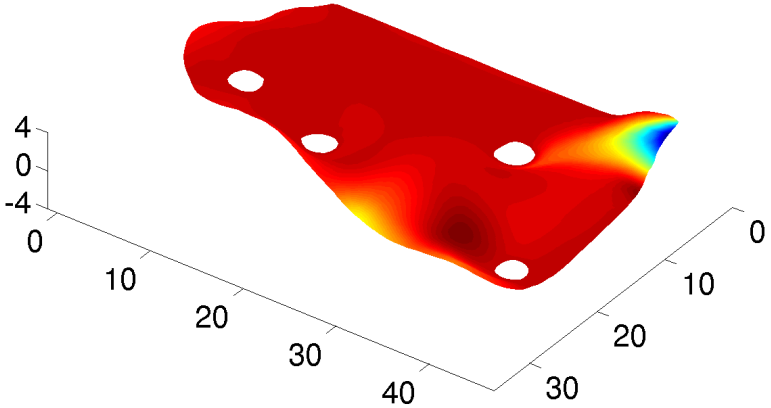
Résultats (mécanismes de ruine)



Poids propre + neige



Asymétrique (pavés 110 mm)



Asymétrique (pavés 190 mm)

Sommaire

1. Contexte et objectifs
2. Calcul par éléments finis des structures de coque
3. Changement d'échelle en calcul à la rupture
4. Exemples d'application sur des structures complexes
5. **Conclusions et perspectives**

Conclusions

Outils pour le calcul des structures homogènes

- efficacité des solveurs de programmation conique
- éléments finis pour les plaques minces, épaisses et coques
- formulation générale du critère de résistance pour les coques : applicable aux coques métalliques, en béton armé,...

Conclusions

Outils pour le calcul des structures homogènes

- efficacité des solveurs de programmation conique
- éléments finis pour les plaques minces, épaisses et coques
- formulation générale du critère de résistance pour les coques : applicable aux coques métalliques, en béton armé,...

Outils pour le calcul des structures hétérogènes

- calcul de critères de résistance macroscopiques (poutres composites, plaques perforées,...)
- algorithme d'approximation des critères macroscopiques par ellipsoïdes
- mise en œuvre à l'échelle de la structure (conservation du caractère de borne)

Conclusions

Outils pour le calcul des structures homogènes

- efficacité des solveurs de programmation conique
- éléments finis pour les plaques minces, épaisses et coques
- formulation générale du critère de résistance pour les coques : applicable aux coques métalliques, en béton armé,...

Outils pour le calcul des structures hétérogènes

- calcul de critères de résistance macroscopiques (poutres composites, plaques perforées,...)
- algorithme d'approximation des critères macroscopiques par ellipsoïdes
- mise en œuvre à l'échelle de la structure (conservation du caractère de borne)

Illustration sur des problèmes complexes d'ingénierie

- quantification de la marge de sécurité disponible
- identification des mécanismes de ruine

Perspectives

Outil de calcul pour les plaques et coques

- procédure de remaillage adaptatif
- couplage avec des poutres, joints,...
- éléments de coque courbes

Perspectives

Outil de calcul pour les plaques et coques

- procédure de remaillage adaptatif
- couplage avec des poutres, joints,...
- éléments de coque courbes

Dimensionnement des structures massives

- calculs 3D sur des éléments en béton armé (bielles et tirants)
- modélisation des armatures : approches par changement d'échelle

Perspectives

Outil de calcul pour les plaques et coques

- procédure de remaillage adaptatif
- couplage avec des poutres, joints,...
- éléments de coque courbes

Dimensionnement des structures massives

- calculs 3D sur des éléments en béton armé (bielles et tirants)
- modélisation des armatures : approches par changement d'échelle

Prise en compte des changements de géométrie

- influence des changements de géométrie sur la charge de ruine
- approche séquentielle du calcul à la rupture

Perspectives

Outil de calcul pour les plaques et coques

- procédure de remaillage adaptatif
- couplage avec des poutres, joints,...
- éléments de coque courbes

Dimensionnement des structures massives

- calculs 3D sur des éléments en béton armé (bielles et tirants)
- modélisation des armatures : approches par changement d'échelle

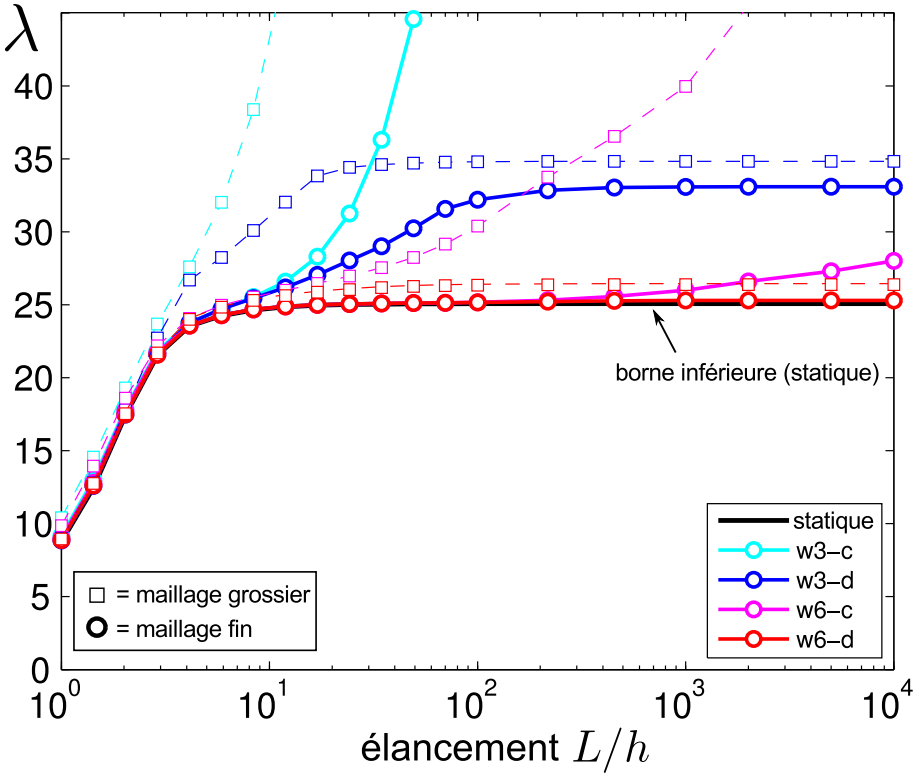
Prise en compte des changements de géométrie

- influence des changements de géométrie sur la charge de ruine
- approche séquentielle du calcul à la rupture

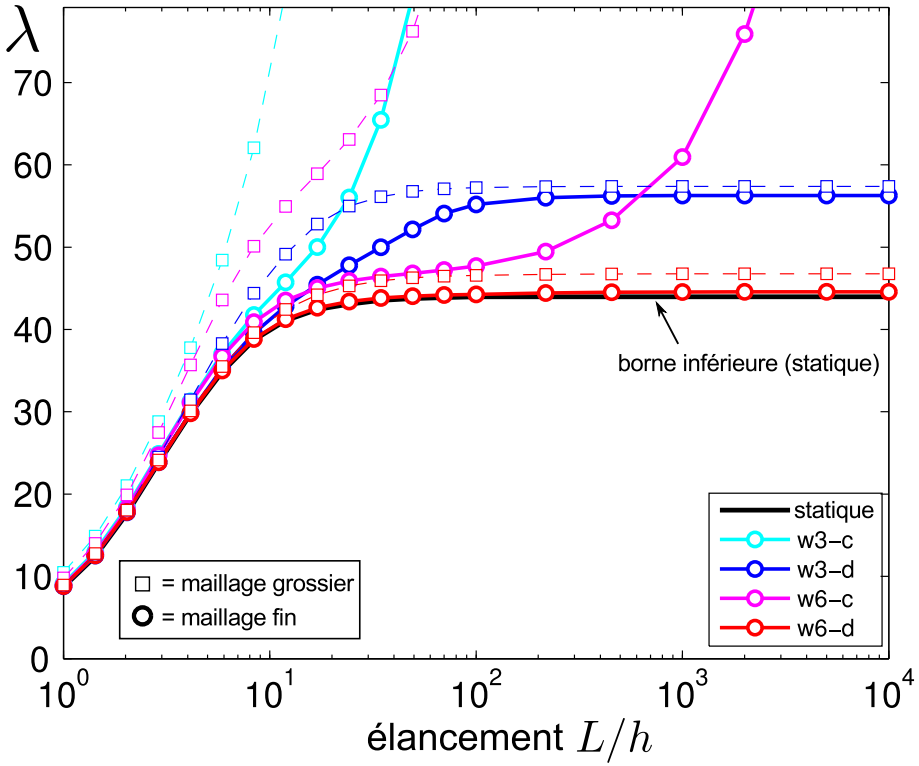
Merci de votre attention !

Eléments finis de plaque épaisse

Plaque carrée sous chargement uniforme (EF continus/discontinus)



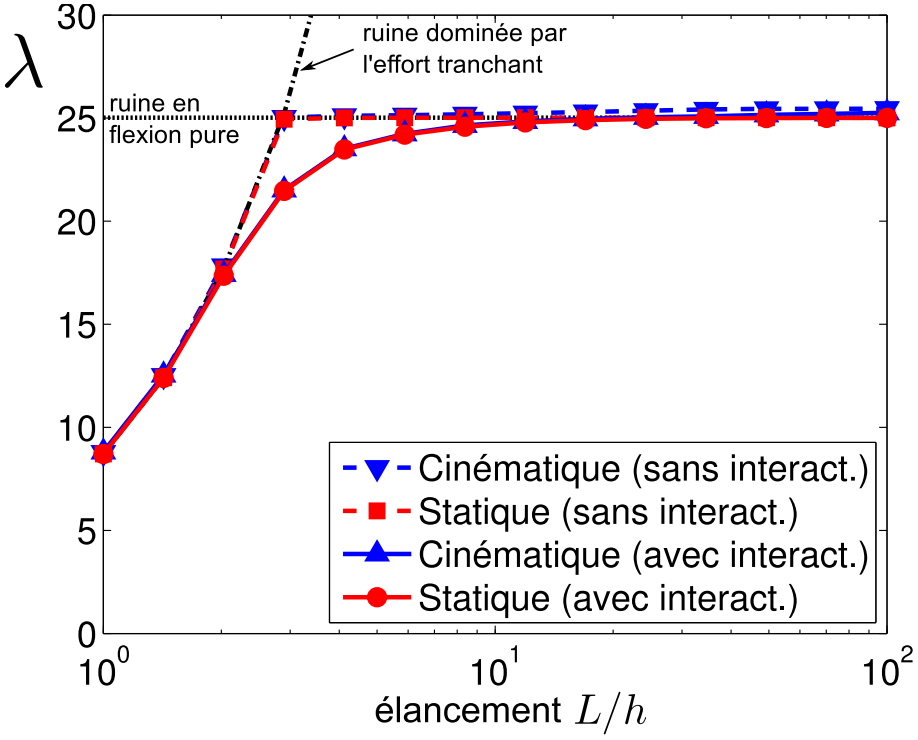
en appuis simples



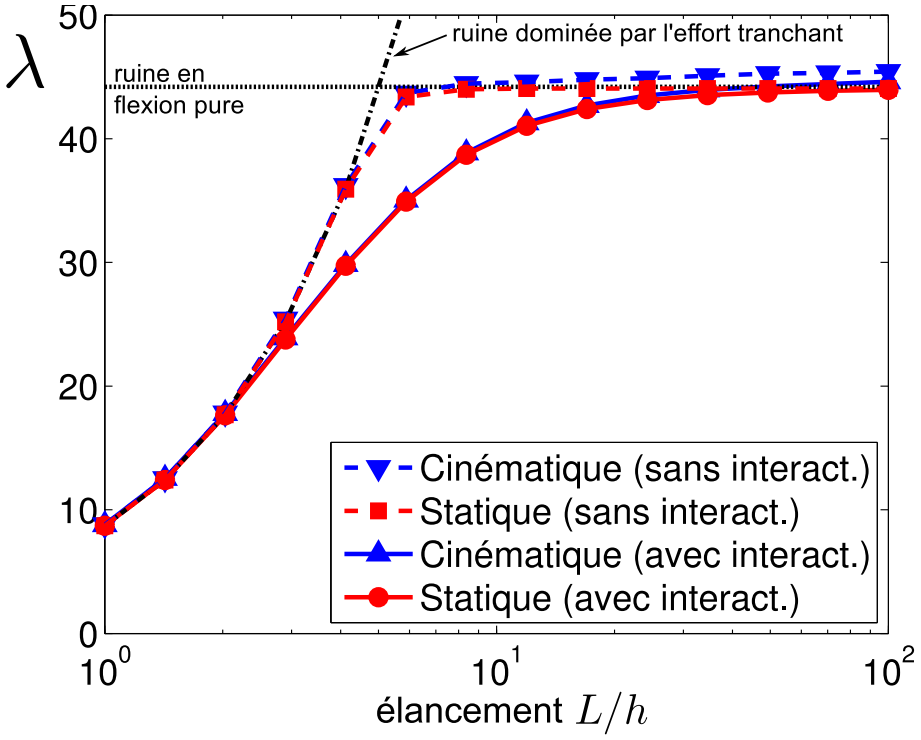
encastrée

Eléments finis de plaque épaisse

Plaque carrée sous chargement uniforme (critère avec/sans interaction)

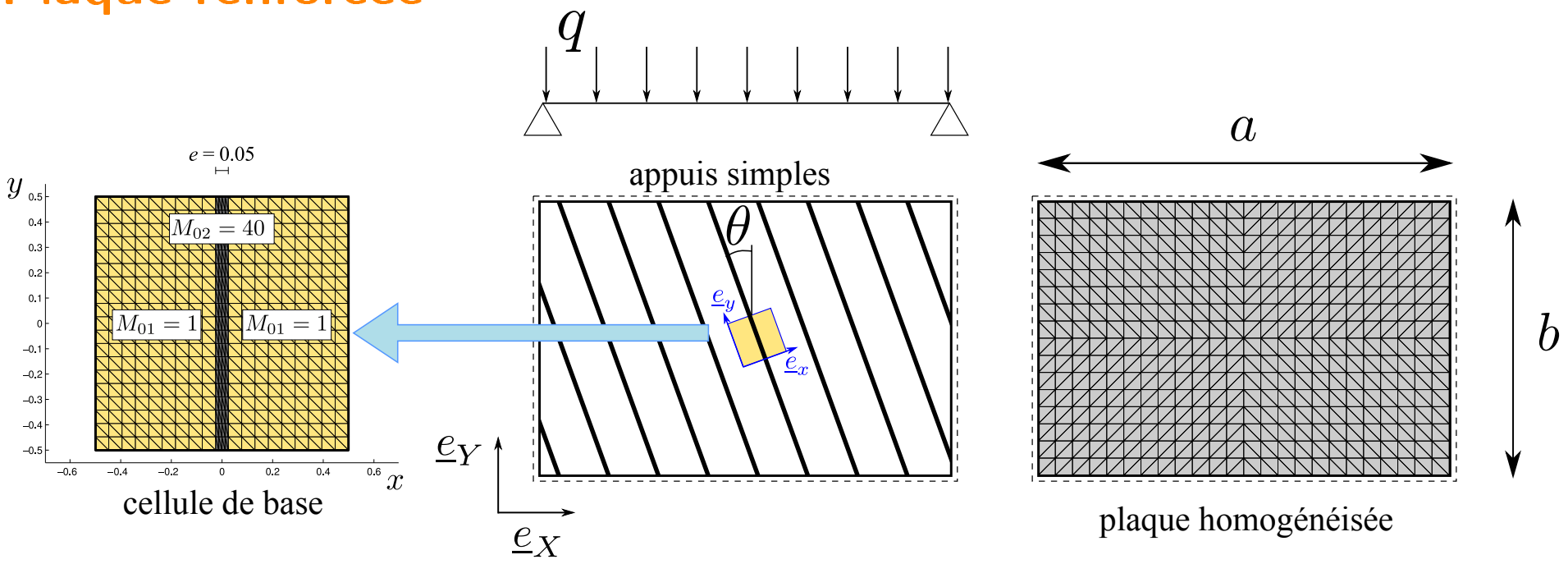


en appuis simples



encastrée

Plaque renforcée

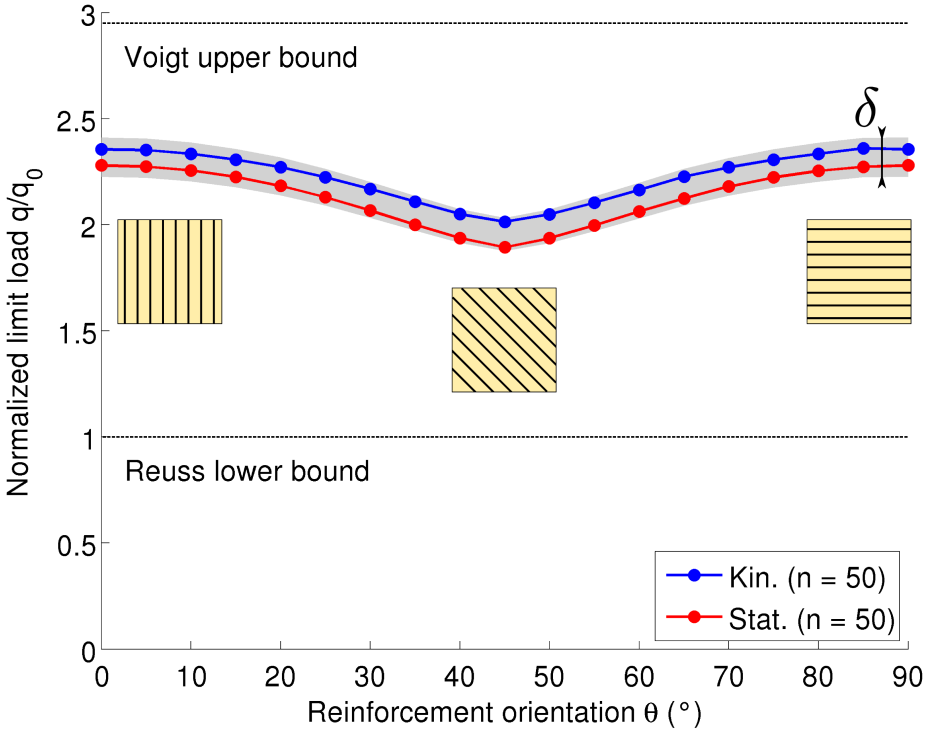


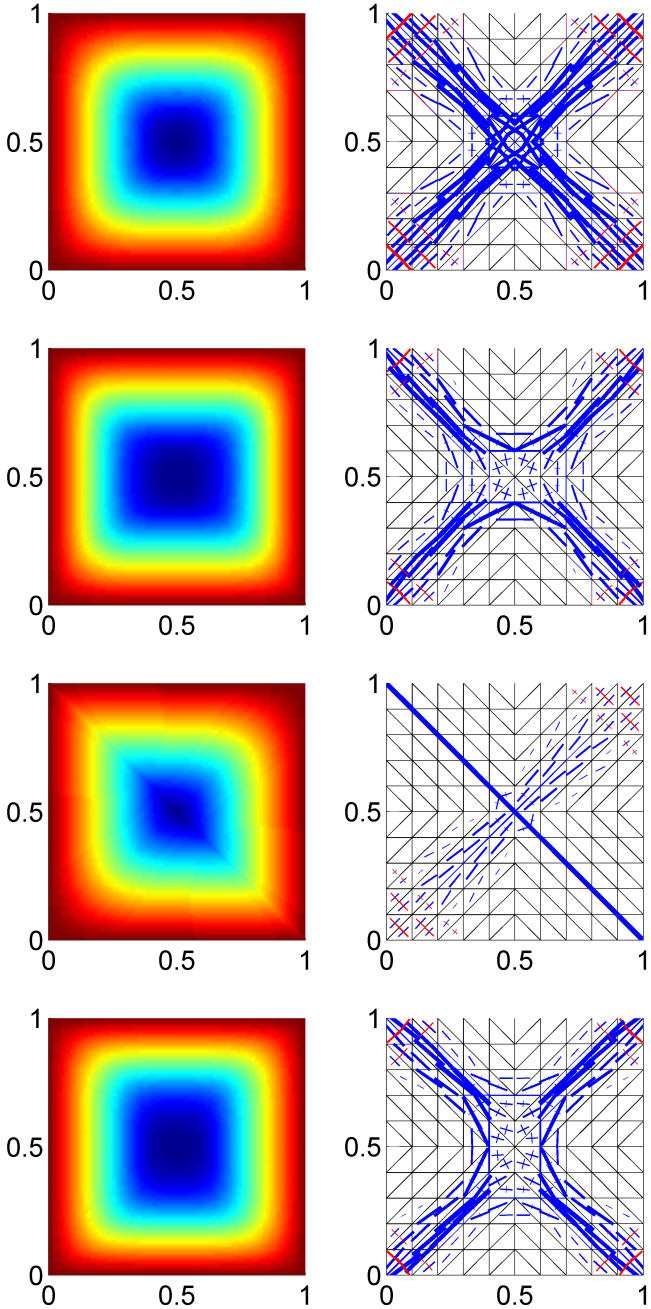
- calcul de G^{hom} écart stat./cin.: $\epsilon_0 = 2.2\%$
- approximation avec $n = 10, 30$ ou 50 ellipsoides
- calcul de structure : $\epsilon_h^s + \epsilon_h^k \approx 1\%$

Erreurs	$\epsilon^s_{(n)}$	$\epsilon^k_{(n)}$
10 ell.	17.4%	18.0%
30 ell.	5.2%	4.5%
50 ell.	3.1%	2.5%

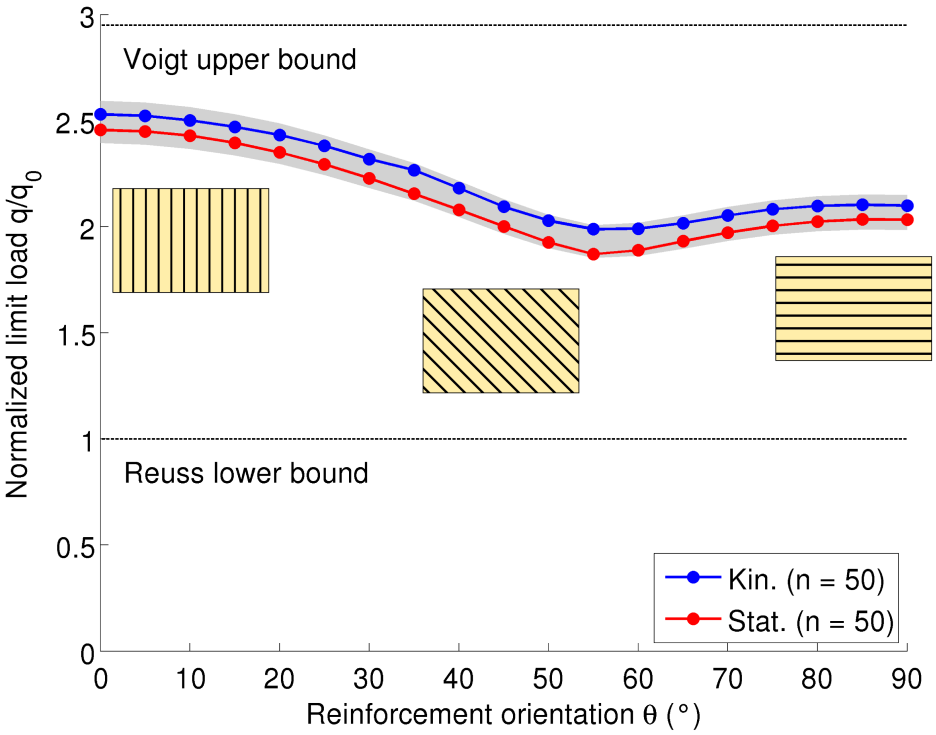
Estimation de l'écart relatif pour 50 ell. $\delta \approx 9\%$

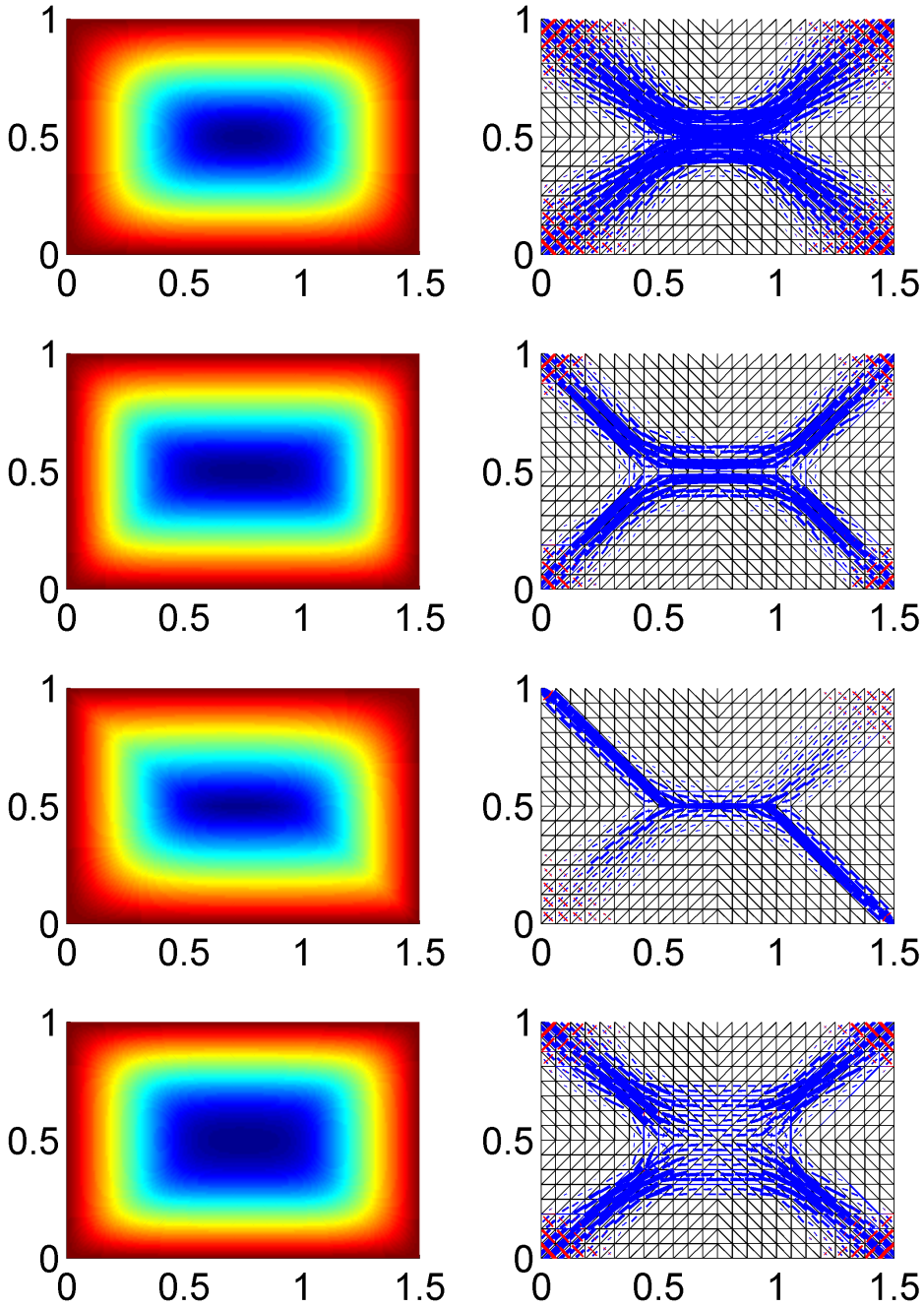
Plaque carrée $a = b$



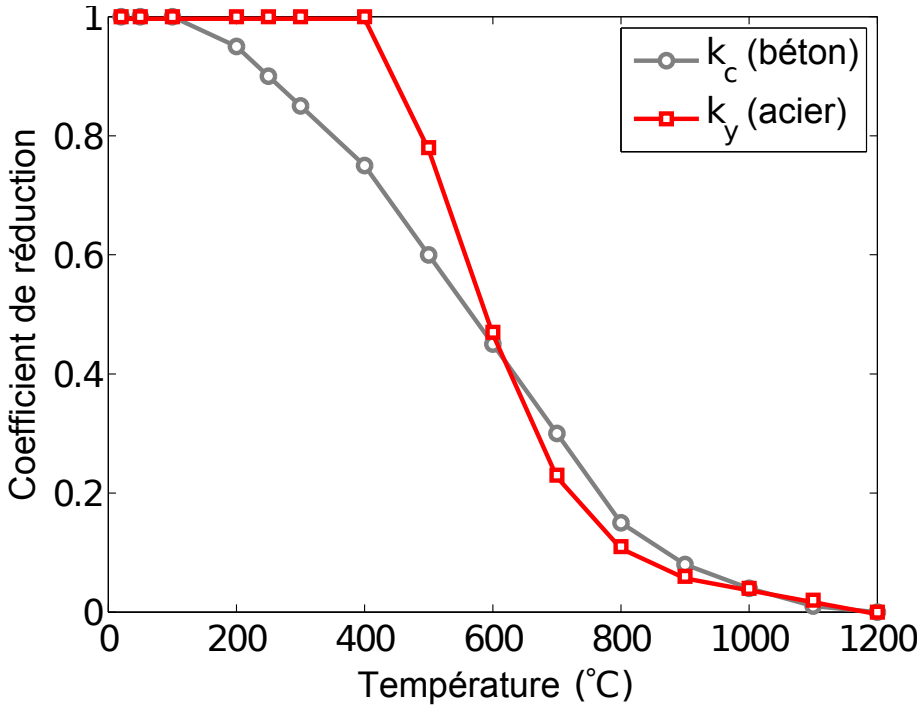


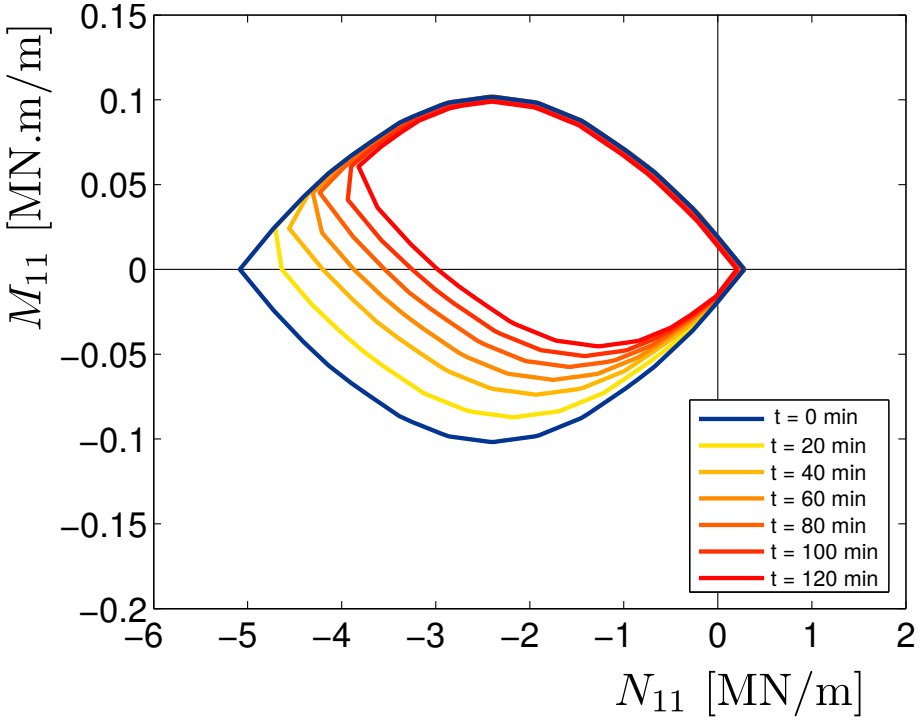
Plaque rectangulaire $a = 1.5b$



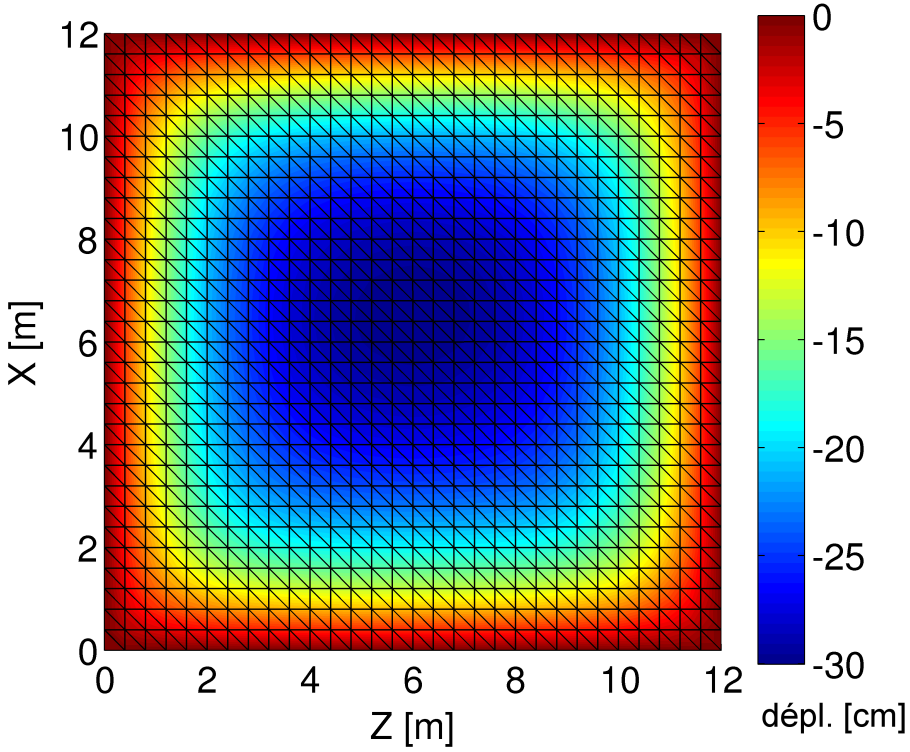


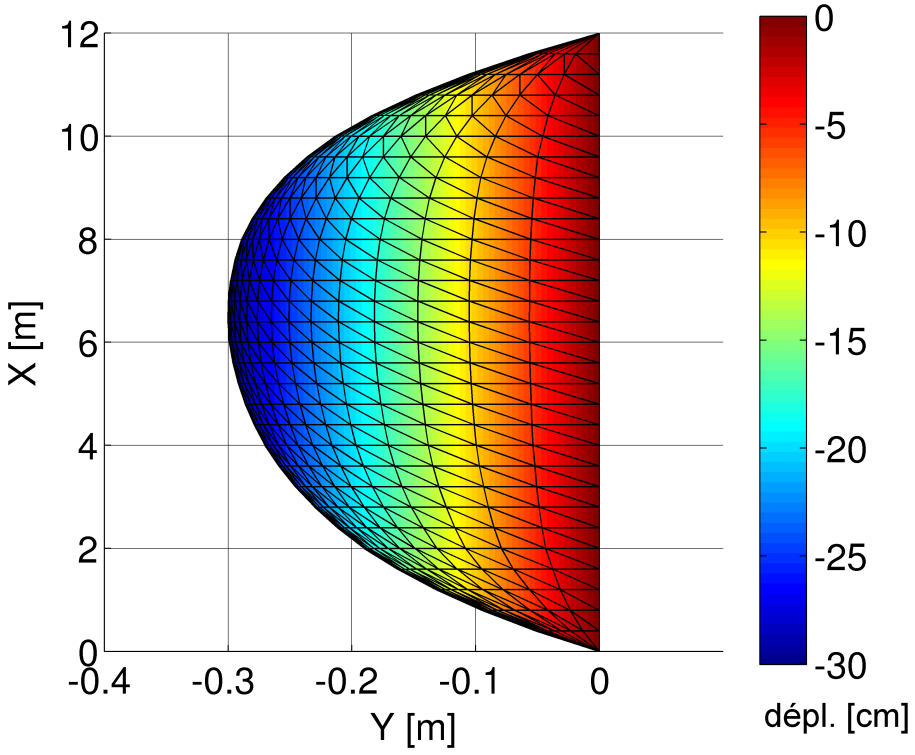
Facteurs de réduction [Eurocode 2]



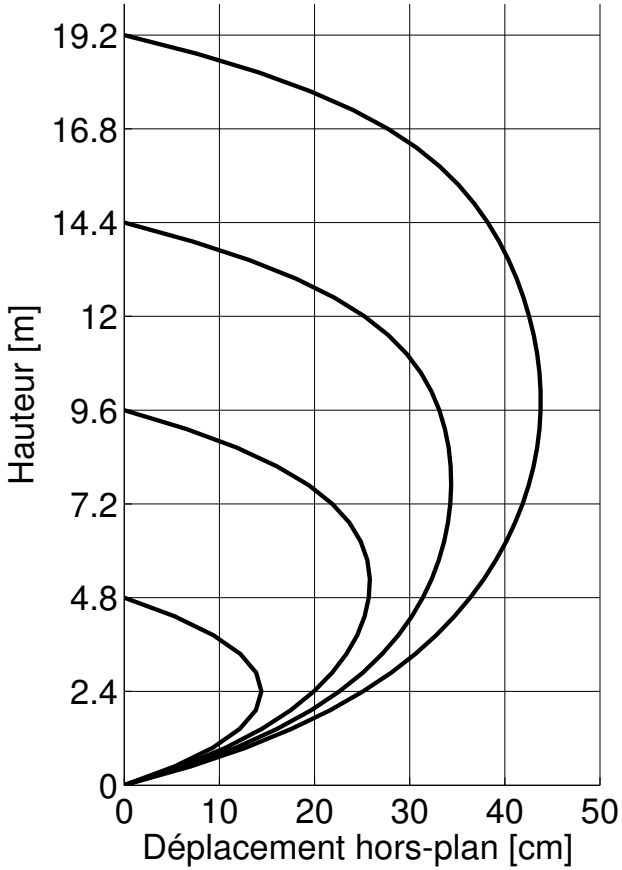


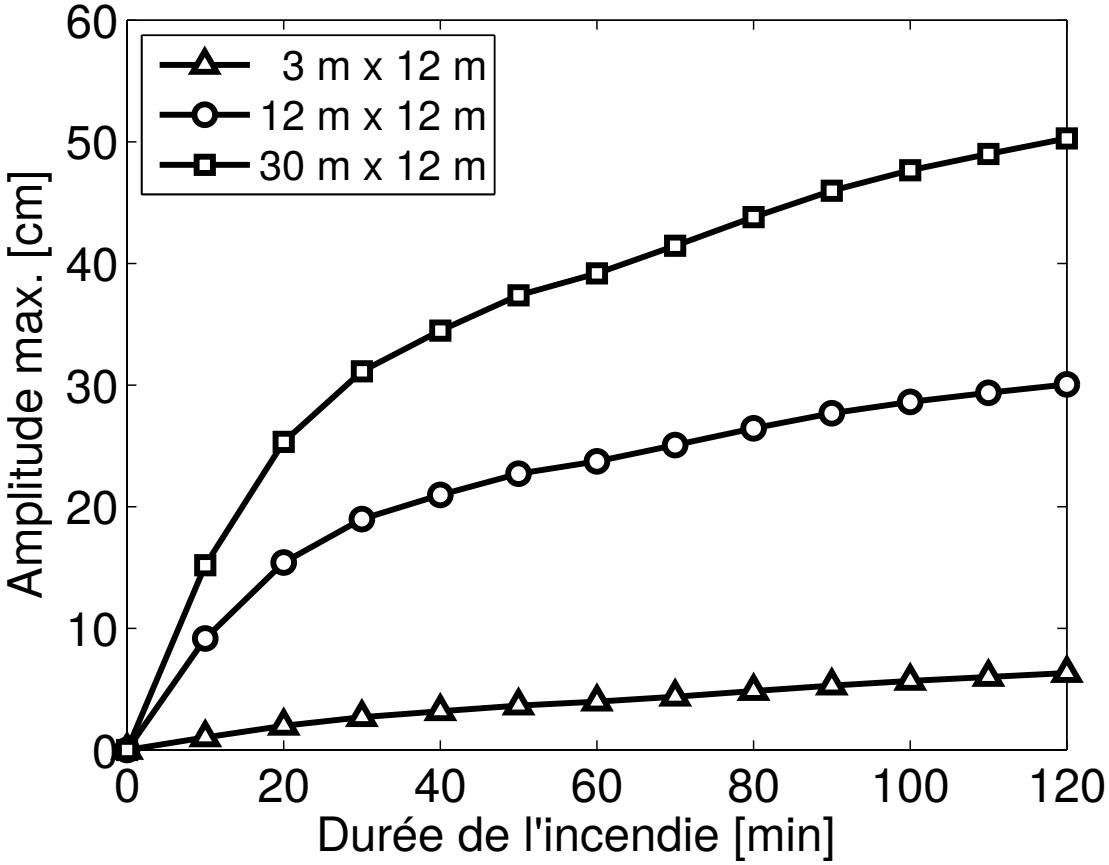
Déformées thermiques



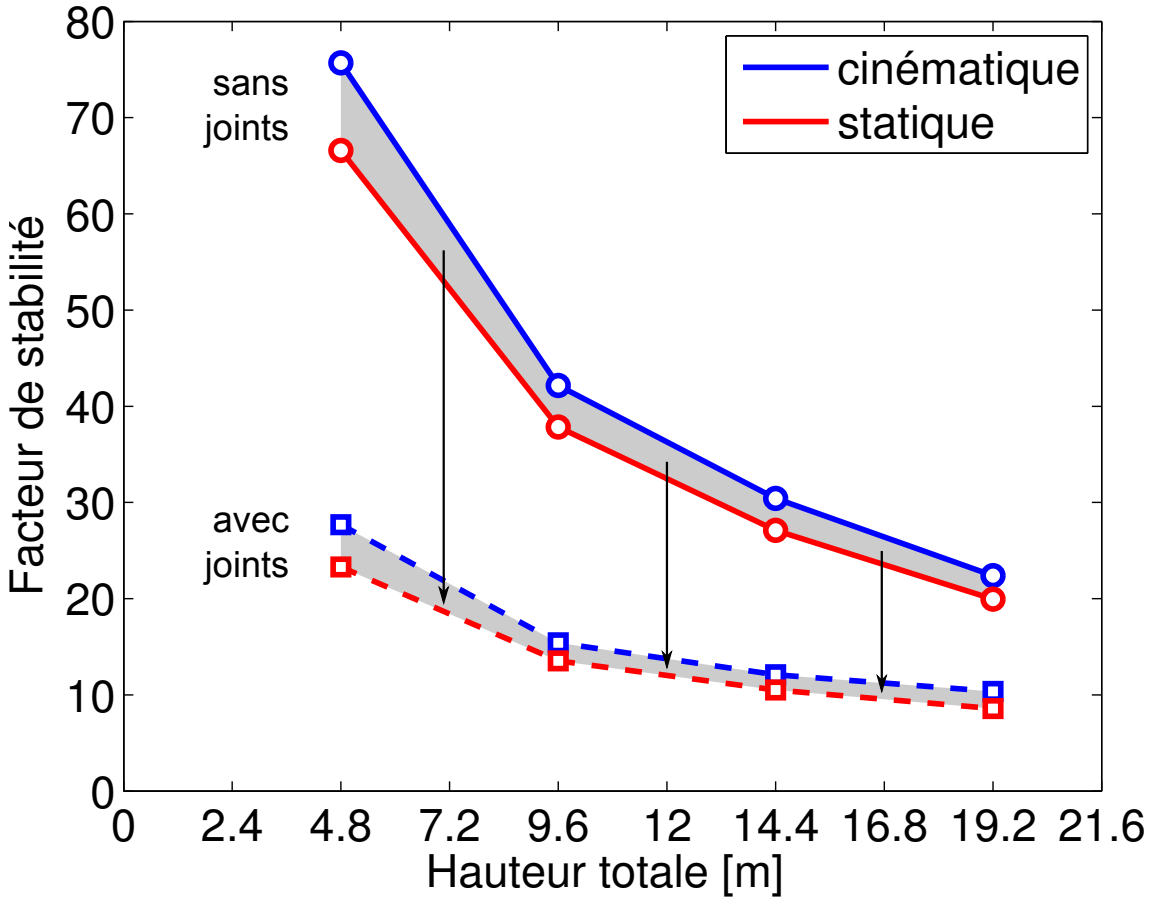


Déformées thermiques





Prise en compte de connexions imparfaites



Approche cinématique mixte $\Leftrightarrow$ statique par l'extérieur

$$\begin{array}{ll} \max & P_{ext} \\ \text{t.q.} & \displaystyle\int_\Omega \underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{d}} d\Omega + \int_\Gamma \underline{T} \cdot [\![U]\!] dS = P_{ext} \quad \forall \underline{U} \text{ C.A.} \\ & f(\underline{\underline{\sigma}}) \leq 0, \quad f'(\underline{T}) \leq 0 \end{array}$$

$\rightarrow$ discrétisation de $\underline{U}$ bien choisie assurant le statut de borne supérieure

$$\Longleftrightarrow$$

discrétisation de l'approche cinématique par l'extérieur

$$\begin{array}{ll} \min & \sum_e \omega_e t_e \\ \text{t.q.} & \mathbf{d} = \mathbf{B} U \\ & \pi(\mathbf{d}_e) \leq t_e \\ & \mathbf{F}^T \mathbf{U} = P_{ext} \end{array}$$

puis résolution du dual "mathématique" avec Mosek :

$$\begin{array}{ll} \min & \mathbf{c}^T \mathbf{x} \\ \text{t.q.} & \mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{b} \\ & \mathbf{x} \in \mathcal{K} \end{array} \Longleftrightarrow \begin{array}{ll} \max & \mathbf{b}^T \mathbf{y} \\ \text{t.q.} & \mathbf{A}^T \mathbf{y} + \mathbf{s} = \mathbf{c} \\ & \mathbf{s} \in \mathcal{K}^* \end{array}$$